

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

Paulo Henrique Mareze

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MICROGEOMETRIA  
NA ABSORÇÃO SONORA DE MATERIAIS POROSOS  
DE ESTRUTURA RÍGIDA**

Florianópolis

2013



Paulo Henrique Mareze

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MICROGEOMETRIA  
NA ABSORÇÃO SONORA DE MATERIAIS POROSOS  
DE ESTRUTURA RÍGIDA**

Tese submetida ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica  
da Universidade Federal de Santa  
Catarina para a obtenção do Grau de  
Doutorado em Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Florianópolis

2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Mareze, Paulo Henrique  
ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MICROGEOMETRIA NA ABSORÇÃO  
SONORA DE MATERIAIS POROSOS DE ESTRUTURA RÍGIDA / Paulo  
Henrique Mareze ; orientador, Arcanjo Lenzi -  
Florianópolis, SC, 2013.  
325 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Materiais porosos. 3. Absorção  
sonora. 4. Otimização. I. Lenzi, Arcanjo. II. Universidade  
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica. III. Título.

Paulo Henrique Mareze

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MICROGEOMETRIA  
NA ABSORÇÃO SONORA DE MATERIAIS POROSOS  
DE ESTRUTURA RÍGIDA**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 24 de Junho de 2013

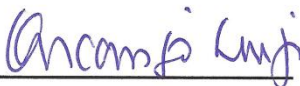


Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.  
Orientador



Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr.Eng.  
Coordenador do Curso

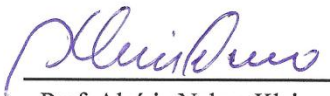
**Banca Examinadora:**



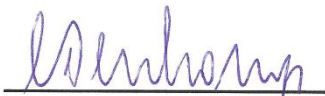
Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.  
UFSC



Prof. Andrey Ricardo da Silva,  
Ph.D., UFSC - Joinville/SC



Prof. Aloísio Nelmo Klein,  
Dr.Eng., UFSC



Prof. César José Deschamps,  
Ph.D., UFSC



Prof. Domingos Alves Rade,  
Dr.Eng., UFU/Relator



Prof. Ricardo Eduardo Musafir,  
DSc, UFRJ



Dedico este trabalho à minha querida esposa que me acompanhou durante toda esta caminhada e aos meus pais pelo apoio incondicional.





## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Deus pela oportunidade de realizar este trabalho e conhecer tantas pessoas incríveis. Agradeço a minha esposa Lia, que durante toda esta longa estrada esteve presente. Nós crescemos e aprendemos juntos, todos os dias. Meu sincero amor e gratidão por você. Agradeço aos meus pais Paulo Roberto e Ivanilde e minha irmã Vânia, por sempre me apoiarem em todos os momentos. Sou muito feliz pela família que tenho. Quero agradecer ao meu querido sogro Paulo e querida Fernanda pela força e alegria de sempre.

Grande Arcanjo, obrigado pelos conhecimentos compartilhados e os ensinamentos de vida. Este laboratório com certeza sempre será minha segunda casa.

Também dedico este trabalho aos meus grandes amigos da banda De.Lorean, de Maringá-Pr, pelos grandes momentos que passamos e passaremos juntos: Marco Aurélio, Emerson, Pimenta e Felipe.

Agradeço todos os meus companheiros de laboratório, em especial o Olavo, André Caetano, Zinho, Julio Hermes e o Eric, pela parceria de sempre e ao Giuliano, Ana Caetano, Clement e Margaux pela ajuda com experimentos e simulações. Muito obrigado mesmo!

Gostaria de agradecer aos pesquisadores do LabMat, o prof. Klein, a Irene, o Eduardo, o Carlos, o Rodrigo e o Cristiano Binder e Gisele, pelo suporte e dedicação ao projeto junto ao LVA.

Quero agradecer o suporte financeiro do CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social) pelo apoio nestes anos de pesquisa. Agradeço também ao suporte técnico e financeiro fornecido pela EMBRACO (Empresa Brasileira de Compressores) assim como pelo seu incentivo ao desenvolvimento tecnológico.



"Se vi mais longe foi por estar de pé sobre ombros  
de gigantes."

Isaac Newton, 1676



## RESUMO

Este trabalho apresenta procedimentos e métodos de caracterização e otimização de materiais de absorção sonora, com foco na estrutura porosa do material. O objetivo é desenvolver absorvedores utilizando mínima quantidade de material que proporcionem atenuações desejáveis em faixas específicas de frequência, de acordo com o fluido e condições de temperatura e pressão. Os procedimentos de determinação dos parâmetros relacionados à caracterização dos materiais porosos, resistividade ao fluxo, porosidade, tortuosidade e comprimento característico viscoso e térmico, foram implementados e aplicados. Métodos inversos de caracterização também foram usados e os resultados comparados. Poros retilíneos de geometria variável foram modelados analiticamente e otimizados considerando os efeitos viscotérmicos. As estruturas de alguns materiais porosos foram fotografadas e seus comportamentos acústicos representados numericamente. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os obtidos experimentalmente. Por último, um material idealizado composto por microestruturas simples composto de tubos de seção variável foi analisado e otimizado. Observou-se a possibilidade de aumento significativo do coeficiente de absorção mesmo para pequenas espessuras.

**Palavras-chaves:** *Materiais porosos; Absorção sonora; Otimização.*



## ABSTRACT

This work presents the procedures and methods for the characterization and optimization of sound absorption materials, focusing on the porous structure of the material. The goal is to develop absorbers using a minimum amount of material that provides desirable attenuation at large or specific frequency bands, according to the fluid temperature and pressure conditions. The procedures for determining the factors related to the characterization of porous materials namely flow resistivity, porosity, tortuosity and viscous and thermal characteristic lengths were implemented and applied. Inverse methods of characterization were also used and the results compared. Rectilinear pores of variable geometry were modeled analytically and optimized considering the viscothermal effects. The structures of some porous materials were photographed and their acoustic behavior represented numerically. The results showed good agreement with those obtained experimentally. Finally, a material composed of idealized simple microstructures of variable section tubes was analyzed and optimized. We observed a significant possibility of absorption coefficient increase even for small thicknesses.

**Keywords:** *Porous materials; Sound absorption; Optimization.*





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Mecanismos de propagação e dissipação em um material poroelástico (a) e de estrutura rígida (b). .....	3
Figura 1.2: Tipos de estrutura de materiais porosos típicos: celulares (a), fibrosos (b) e granulares (c). .....	6
Figura 1.3: Compressor hermético de média capacidade. ....	8
Figura 2.1: Modelo de Rayleigh de um material poroso. ....	17
Figura 2.2: Impedância de superfície do modelo de Rayleigh em Rayls. ....	20
Figura 2.3: Coeficiente de absorção do modelo de Rayleigh. ....	20
Figura 2.4: Aumento de complexidade dos modelos de fluido equivalente: poros cilíndricos alinhados (a), poros cilíndricos inclinados (b), poros com variação de seção suave (c), e com possíveis constricções (d). ....	24
Figura 2.5: Amostra de material poroso de espessura $L$ e área unitária apresentando uma pressão diferencial (Allard e Atalla, 2009). ....	25
Figura 2.6: Permeabilidade térmica válida para limite de baixa frequência; (Modelo de Lafarge <i>et al.</i> , 1997). ....	32
Figura 2.7: Modelo proposto por Lu <i>et al.</i> (2000) para material poroso de estrutura rígida. ....	35
Figura 2.8: Comparação do efeito do diâmetro de abertura através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, porosidade: 85 %, dimensão de poro, 212-300 $\mu\text{m}$ . ....	36
Figura 2.9: Comparação do efeito da porosidade através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, dimensão de poro, 212-300 $\mu\text{m}$ . ....	37
Figura 2.10: Comparação do efeito do tamanho de poros através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, porosidade: 85%. ....	38
Figura 2.11: Comparação da compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva normalizada por $\rho_o$ (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm. ....	39
Figura 2.12: Comparação do número de onda complexo (a) e a velocidade complexa do som (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm. ....	40
Figura 2.13: Comparação da impedância de superfície (a) e o coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm. ....	41
Figura 2.14: Comparação da permeabilidade térmica; Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm. ....	42
Figura 2.15: Contribuição viscosa e térmica na compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,0 , espessura: 10 mm. ....	42
Figura 2.16: Contribuição viscosa e térmica na compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,0 , espessura: 10 mm. ....	43

Figura 2.17: Contribuição viscosa e térmica na impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60 %, resistividade: 50 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,0 , espessura: 10 mm.....	43
Figura 2.18: Variação das propriedades do fluido (a) e absorção (b) com a temperatura ( $P_o=101320$ Pa); variação das propriedades do fluido (c) e absorção (d) com a pressão ( $T_o=20^\circ\text{C}$ ); Porosidade: 80%, resistividade à 20°C e 101320 Pa: 100 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,2 , espessura: 10 mm. ....	44
Figura 2.19: Influência do fluido na impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60%, resistividade com ar: 300 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 5 mm. ....	46
Figura 2.20: Variação da resistividade ao fluxo; porosidade: 60%,.....	47
tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm, ar a 20°C.....	47
Figura 2.21: Variação da porosidade; resistividade: 200 kNs/m <sup>4</sup> ,.....	48
tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm, ar a 20°C.....	48
Figura 2.22: Variação da tortuosidade; porosidade: 60%, .....	49
resistividade: 200 kNs/m <sup>4</sup> , espessura: 10 mm, ar a 20°C. ....	49
Figura 2.23: Variação da espessura de material; porosidade: 60%,.....	49
tortuosidade: 1,5 , resistividade: 200 kNs/m <sup>4</sup> , ar a 20°C. ....	49
Figura 2.24: Variação da cavidade de fluido atrás da amostra; porosidade: 60%, .....	50
resistividade: 200 kNs/m <sup>4</sup> , tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm, ar a 20°C.....	50
Figura 3.1: Esquema da instrumentação utilizada para medição do coeficiente de absorção e impedâncias. ....	54
Figura 3.2: Tubo de impedância projetado. ....	55
Figura 3.3: Intercâmbio de microfones para correção de fase. ....	57
Figura 3.4: Coeficiente de absorção experimental sem amostra porosa; ar atmosférico, 20°C. ....	58
Figura 3.5: Módulo do coeficiente de reflexão experimental sem amostra porosa; ar atmosférico, 20°C.....	58
Figura 3.6: Esquema de medição da resistividade ao fluxo constante (a) através da amostra de material poroso (b). ....	60
Figura 3.7: Medição da resistividade ao fluxo oscilatório. ....	61
Figura 3.8: Medição da resistividade ao fluxo oscilatório. ....	62
Figura 3.9: Influência do volume para elevadas resistividades.....	63
Figura 3.10: Resistividade ao fluxo oscilatório para a lâ de rocha. ....	64
Figura 3.11: Erro relativo da resistividade ao fluxo para a lâ de rocha.....	64
Figura 3.12: Primeira proposta de Ingard para medição da resistividade ao fluxo. ....	65
Figura 3.13: Segunda proposta de Ingard para medição da resistividade ao fluxo (Cox e D'Antonio, 2009). ....	67
Figura 3.14: Bancada segundo Ingard para medição da resistividade ao fluxo. ....	68
Figura 3.15: Aparato para medição de porosidade segundo Beranek (1971).....	70
Figura 3.16: Poroso rígido com poros inclinados em relação a superfície.....	72
Figura 3.17: Tortuosidade em função do ângulo de inclinação dos poros. ....	74

Figura 3.18: Poroso rígido com poros de dimensões alternadas (Allard e Atalla, 2009).....	74
Figura 3.19: Tortuosidade em função do diâmetro de poro $D$ e diâmetro de abertura de poro $d$ em $\mu\text{m}$ ( $l_1 = 2d$ ; $l_2 = 2D$ ). .....	75
Figura 3.20: Medição da tortuosidade por condutividade elétrica (Balvedi, 1998). .....	76
Figura 3.21: Medição da tortuosidade por ultrassom. ....	77
Figura 3.22: Sinal de ultrassom no tempo com e sem amostra (Leclaire <i>et al.</i> , 1996a). ....	77
Figura 3.23: Exemplo de poros de um material poroso representado por um fluido equivalente. ....	79
Figura 3.24: Exemplo de índice de refração em função do inverso da raiz quadrada da frequência para o ar e gás hélio. ....	83
Figura 3.25: Esquema de medição de tortuosidade e comprimentos característicos por ultrassom com ar e hélio. ....	84
Figura 3.26: Protótipo de medição de tortuosidade e comprimentos característicos por ultrassom (a), câmara de vácuo e gás hélio (b). ....	85
Figura 4.1: Amostras de alumínio poroso (a), lã de rocha (b), espuma comum (c), flamex (d), material poroso metálico sinterizado (e). ....	89
Figura 4.2: Comparação dos coeficientes de absorção experimentais (ar atmosférico, 20°C). ....	90
Figura 4.3: Sinal no tempo para a medição de tortuosidade e comprimentos característicos (ar atmosférico). ....	94
Figura 4.4: Curvas ajustadas entre modelo (pontos) e experimental (linhas); ar atmosférico, 20°C. ....	95
Figura 4.5: Comparação da impedância de superfície do alumínio poroso para os métodos de caracterização inversa; ar atmosférico, 20°C. ....	97
Figura 4.6: Comparação do coeficiente de absorção do alumínio poroso para os métodos de caracterização; ar atmosférico, 20°C. ....	98
Figura 4.7: Absorção para condição 1 (a) e condição 2 (b); gás R134a. ....	99
Figura 4.8: Coeficiente de absorção da amostra EG-60-80 para ar (a) e para o gás R134a (b) à pressão e temperatura ambiente. ....	102
Figura 4.9: Malha de elementos finitos de um tubo com aplicação do material alumínio poroso. ....	105
Figura 4.10: Comparação da impedância de superfície do modelo FEM para o alumínio poroso com ar atmosférico, 20°C. ....	106
Figura 4.11: Comparação do coeficiente de absorção do modelo FEM para o alumínio poroso com ar atmosférico, 20°C. ....	106
Figura 4.12: Esboço e dimensões do filtro acústico com material poroso. ....	107
Figura 4.13: Imagem real do filtro acústico(a) com aplicação do material poroso(b). ....	108
Figura 4.14: Malha em elementos finitos do filtro acústico com material poroso flamex. ....	109
Figura 4.15: Curva de resposta do filtro acústico sem material poroso e com material poroso (flamex); ar atmosférico, 20°C. ....	110

Figura 4.16: Coerência da medição sem material poroso e com material poroso (flamex); ar atmosférico, 20°C.....	110
Figura 4.17: Curva de resposta numérica do filtro acústico sem material poroso e com outros materiais; ar atmosférico, 20°C. ....	111
Figura 4.18: Impedância de superfície para o material otimizado ..... (ar atmosférico, 20°C).....	113
Figura 4.19: Coeficiente de absorção para o material otimizado..... (ar atmosférico, 20°C).....	114
Figura 4.20: Variação dos parâmetros ótimos de acordo com espessura, para o ar atmosférico. ....	115
Figura 4.21: Coeficientes de absorção otimizados de acordo com a espessura, para o ar atmosférico. ....	115
Figura 5.1: Representação da matriz de transferência acústica.....	120
Figura 5.2: Sistema acústico (a) e subdivisão em elementos (b) (Scavone, 1997). ....	122
Figura 5.3: Elemento de duto com área de seção transversal constante.....	122
Figura 5.4: Sistema acústico de quatro subelementos.....	124
Figura 5.5: Sistema de coordenadas $x$ e $r$ e coordenadas adimensionais $nr$ e $\xi$ . (Tijdsman, 1975).....	127
Figura 5.6: Constante politrópica $n_{po}$ em função de $\sqrt{sPr}$ , para $\gamma = 1,4$ .....	131
Figura 5.7: Gráfico de cores para perfil de velocidade em duto de 200 $\mu\text{m}$ de raio e frequência de 10 kHz e linha de camada limite viscosa (—). ....	133
Figura 5.8: Perfil de velocidade normalizado em duto de 200 $\mu\text{m}$ de raio para frequências de 1 kHz, 3 kHz e 10 kHz. ....	133
Figura 5.9: Perfil de velocidade e temperatura normalizados para 5 kHz. ....	135
Figura 5.10: Poros distribuídos em um volume de material em corte.....	136
Figura 5.11: Geometria de poro axissimétrica com menor (a) e maior refino de elementos (b); 10 e 30 elementos por período. ....	137
Figura 5.12: Geometrias de área de seção cilíndrica (a), fenda (b), triângulo equilátero (c) e retangular (d) . ....	139
Figura 5.13: Condições de contorno (a) e dimensões dos poros cilíndricos acoplados. ....	140
Figura 5.14: Impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b) para os métodos de matriz de transferência viscotérmica e fluido equivalente.....	141
Figura 5.15: Coeficiente de absorção para alguns tipos de seção ..... com área de poro de 0,00785 $\text{mm}^2$ (a) e área de 0,03141 $\text{mm}^2$ (b). ....	142
Figura 5.16: Dois períodos da geometria do poro na forma de cosseno. ....	144
Figura 5.17: Impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b) para a geometria na forma de cosseno.....	145
Figura 6.1: Região de camada limite e volume interior no domínio acústico viscotérmico arbitrário (Kampinga, 2010).....	148
Figura 6.2: Condições de contorno para o modelo FLNS do <i>software</i> Comsol 4.2a; paredes isotérmicas em (a) e adiabáticas em (b). ....	158
Figura 6.3: Malha de parte do tubo capilar reto no modelo FLNS do Comsol 4.2a. ....	161

Figura 6.4: Comparação do modelo FLNS (adiabático e isotérmico) com o modelo LRF de matriz de transferência; ar atmosférico, 20°C. ....	162
Figura 6.5: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática para tubo reto de raio 50 $\mu\text{m}$ . ....	163
Figura 6.6: Comparação da absorção do modelo FLNS (misto) com o modelo de matriz de transferência e o modelo Johnson-Lafarge; ar atmosférico, 20°C. ....	163
Figura 6.7: Comparação da impedância de superfície do modelo FLNS (misto) com o modelo de matriz de transferência e o modelo Johnson-Lafarge; ar atmosférico, 20°C. ....	164
Figura 6.8: Comparação dos perfis de velocidade na direção $x$ para do modelo LRF (— cam. limite viscosa) (a) e modelo FLNS (b) em contorno e forma gráfica (c) para 10 kHz; caso 1. ....	164
Figura 6.9: Perfis de temperatura [K] com parede isotérmica para o modelo FLNS, em 10 kHz; caso 1. ....	165
Figura 6.10: Perfis de temperatura [K] com parede adiabática para o modelo FLNS, em 10 kHz; caso 1. ....	165
Figura 6.11: Forma dos poros e discretização unidimensional para os casos Retangular (a), Senoidal 1(b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d). ....	166
Figura 6.12: Malhas do modelo FLNS dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d). ....	167
Figura 6.13: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d). ....	168
Figura 6.14: Comparação dos coeficientes de absorção dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d); ar atmosférico, 20°C. ....	169
Figura 6.15: Perfis de velocidade numéricos na direção $x$ em 10 kHz dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d). ....	171
Figura 6.16: Perfis de velocidade analíticos (LRF) na direção $x$ em 10 kHz dos casos Senoidal 2 (a) e Triangular (b). ....	172
Figura 6.17: Domínio acústico sem restrições (a) e truncamento computacional limitado por $\Gamma_R$ para problemas acústicos externos (b). ....	174
Figura 6.18: Domínio acústico viscotérmico do poro acoplado com o domínio de radiação externa e as condições de contorno aplicadas. ....	175
Figura 6.19: Perfis de velocidade em 1 Hz dos casos Tubo Reto (a), Retangular (b), Senoidal 1 (c), Senoidal 2 (d) e Triangular (e) para radiação externa. ....	175
Figura 6.20: Modelo numérico do domínio acústico de parte do poro periódico. ....	178
Figura 6.21: Malha do modelo FLNS para o caso Senoidal 1 com 3 períodos. ....	179
Figura 6.22: Comparação do modelo viscotérmico FLNS com extração da matriz de transferência. ....	179
Figura 7.1: Imagem ampliada do alumínio poroso para a primeira configuração. ....	185
Figura 7.2: Poro de alumínio não simétrico (a) e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a primeira configuração (b). ....	185

Figura 7.3: Comparação dos coeficientes de absorção experimental, do modelo de matriz de transferência e Johnson-Lafarge para primeira configuração; material de alumínio poroso. ....	186
Figura 7.4: Imagem ampliada do alumínio poroso para a segunda configuração. ....	187
Figura 7.5: Poro de alumínio não simétrico (a) e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a segunda configuração (b).....	187
Figura 7.6: Comparação dos coeficientes de absorção experimental, do modelo de matriz de transferência e Johnson-Lafarge para a segunda configuração; material de alumínio poroso. ....	188
Figura 7.7: Imagem ampliada do alumínio poroso para a terceira configuração .....	188
Figura 7.8: Modelo axissimétrico de matriz de transferência para a terceira configuração .....	189
Figura 7.9: Comparação dos coeficientes de absorção para a segunda configuração .....	189
Figura 7.10: Campo de velocidade em (z) [m/s] e campo de Temperatura [K], para a frequência de 5 kHz (condição de parede isotérmica).....	190
Figura 7.11: Ciclo de aquecimento (a) e processo de compactação, retirada do <i>space holder</i> e redução do óxido metálico (b). ....	192
Figura 7.12: Amostra CP-08 produzida no LabMat .....	192
Figura 7.13: Imagem ampliada em 50 vezes do material poroso CP-08.....	193
Figura 7.14: Forma do poro e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a amostra CP-08.....	193
Figura 7.15: Comparação dos coeficientes de absorção para a amostra CP-08.....	194
Figura 7.16: Campo de velocidade em (z) [m/s] e campo de Temperatura [K], para a frequência de 5 kHz .....	195
Figura 7.17: Amostra EG-50-70 produzida pela EG-Filtros.....	196
Figura 7.18: Ampliação da amostra EG-50-70 (a) e binarização da imagem (b) .....	196
Figura 7.19: Malha tridimensional da geometria porosa extrudada.....	197
Figura 7.20: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática. ....	198
Figura 7.21: Perfil de velocidade (m/s) em 5 kHz na direção de propagação (y) para condição de parede isotérmica (caso aberto) .....	199
Figura 7.22: Perfil de temperatura acústica [K] em 5 kHz para condição de parede isotérmica (caso fechado).....	199
Figura 7.23: Comparação da absorção experimental e numérica tridimensional para amostra EG-50-70.....	200
Figura 7.24: Variáveis de otimização da geometria axissimétrica. ....	203
Figura 7.25: Convergência da função objetivo para o primeiro caso.....	203
Figura 7.26: Dois períodos da forma otimizada do poro com 8 variáveis .....	204
Figura 7.27: Coeficiente de absorção otimizado para o primeiro caso; ar atmosférico, espessura 10 mm.....	205
Figura 7.28: Convergência da função objetivo para o segundo caso .....	205
Figura 7.29: Dois períodos da forma otimizada do poro com 3 variáveis .....	206

Figura 7.30: Coeficiente de absorção otimizado para o segundo caso; ar atmosférico, espessura 20 mm.....	206
Figura 7.31: Variação dos parâmetros otimizados em função da espessura; otimização com modelo macroscópico (linhas) e microgeométrico (pontos) ..	207
Figura 7.32: Convergência da função objetivo para o R134a.....	209
Figura 7.33: Dois períodos da forma otimizada do poro com 8 variáveis .....	209
Figura 7.34: Coeficiente de absorção otimizado para o R134a.....	210
Figura 8.1: Matriz de mobilidade do elemento acústico de dois nós .....	214
Figura 8.2: Esboço de dutos acoplados (a) e sistema unidimensional (b).....	216
Figura 8.3: Reprodução da malha de dutos apresentada por Eerden (2000). ....	218
Figura 8.4: Comparação do coeficiente de absorção apresentada por Eerden, 2000; ar atmosférico .....	218
Figura 8.5: Malha FEM de dutos e respectivos nós no Virtual.Lab rev10. ....	219
Figura 8.6: Velocidade do som (a) e densidade efetiva (b) para duto cilíndrico de diâmetro 200 $\mu\text{m}$ ; ar atmosférico, 20°C.....	219
Figura 8.7: Comparação com o coeficiente de absorção em FEM - 1D; ar atmosférico, 20°C .....	220
Figura 8.8: Detalhe da malha (a) e geometria tridimensional de dutos (b) .....	220
Figura 8.9: Comparação com o coeficiente de absorção do Comsol 3D; ar atmosférico, 20°C .....	221
Figura 8.10: Campo de velocidade de partícula dos dutos acoplados em 100 Hz .....	222
Figura 8.11: Malha plana de dutos adjacentes desconectados (a) e conectados (b). ....	223
Figura 8.12: Malha de dutos conectados distribuídos no espaço .....	223
Figura 8.13: Aumento do coeficiente de absorção de acordo com a maior conectividade entre os dutos; ar atmosférico, 20°C .....	224
Figura 8.14: Malha do modelo de matriz mobilidade (a) e geometria elementar construída com 50 subelementos de dutos (b). ....	224
Figura 8.15: Coeficiente de absorção de acordo com a dimensão e tipo de geometria dos elementos distribuídos no plano; ar atmosférico, 20°C.....	226
Figura 8.16: Forma axissimétrica do poro (a), caminhos acústicos agrupados (b) e estrutura do material constituinte (c).....	226
Figura 8.17: Coeficiente de absorção para distribuição de elementos senoidais em linha, no plano e no espaço; ar atmosférico, 20°C .....	227
Figura 8.18: Parte real do campo de pressão para um quarto, 3530 Hz (a) e meio comprimento de onda, 8600 Hz (b); ar atmosférico, 20°C .....	228
Figura 8.19: Aproximação convexa para derivada negativa, $\partial Fi/\partial xe < 0$ , (a) e positiva, $\partial Fi/\partial xe > 0$ , (b) .....	239
Figura 8.20: Primeiro domínio de projeto para o ar atmosférico .....	241
Figura 8.21: Comparação do gradiente da função objetivo pelo método semi-analítico e por diferenças finitas para alguns elementos .....	242
Figura 8.22: Primeira curva de convergência para ar atmosférico .....	243
Figura 8.23: Coeficiente de absorção otimizado para a primeira configuração com ar atmosférico .....	243

Figura 8.24: Variáveis da solução do problema de otimização para a primeira configuração com ar atmosférico.....	244
Figura 8.25: Malha da primeira configuração de solução para ar atmosférico.....	244
Figura 8.26: Segundo domínio de projeto para ar atmosférico .....	245
Figura 8.27: Segunda curva de convergência para ar atmosférico .....	246
Figura 8.28: Coeficiente de absorção otimizado para a primeira configuração com ar atmosférico .....	246
Figura 8.29: Variáveis da solução do problema de otimização para a segunda configuração com ar atmosférico.....	247
Figura 8.30: Malha da segunda configuração de solução para ar atmosférico.....	248
Figura 8.31: Curva de convergência para o gás R134a.....	249
Figura 8.33: Variáveis da solução do problema de otimização para gás R134a .....	250
Figura 8.34: Malha da configuração de solução para gás R134a.....	250
Figura A.1: Bancada experimental de materiais porosos desenvolvida .....	275
Figura A.2: Medição de resistividade ao fluxo constante por comparação.....	275
Figura A.3: Bancada de resistividade ao fluxo oscilatório. ....	276
Figura A.4: - Adaptador de tubo de impedância com microfones de eletreto para medição de absorção com gás R134a. ....	277
Figura A.5: Esquema elétrico de circuito pré-amplificador de baixo custo. ....	278
Figura A.6: Microfones de eletreto de baixo custo (fabricante desconhecido). ....	278
Figura A.7: Curva típica de resposta relativa entre microfone de eletreto utilizado e Microfone de precisão B&K 4189. ....	278
Figura A.8: Transdutor emissor e receptor de ultrassom de baixo custo. ....	279
Figura A.9: Dimensões em mm do tubo de impedância fabricado.....	280
Figura A.10: Vista lateral do tubo de resistividade ao fluxo oscilatório fabricado, dimensões em mm.....	281
Figura A.11: Vista frontal e superior do tubo de resistividade ao fluxo oscilatório fabricado, dimensões em mm. ....	282



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Resistividade ao fluxo e fator de forma para poros simples (Allard e Atalla, 2009). .....	26
Tabela 2.2: Propriedades do R600a e R134a para sucção e descarga. ....	46
Tabela 3.1: Equipamentos para medição com tubo de impedância.....	53
Tabela 4.1: Comparação da resistividade ao fluxo das amostras. ....	91
Tabela 4.2: Comparação do erro relativo da resistividade das amostras em relação ao método da norma ISO 9053.....	92
Tabela 4.3: Comparação da resistividade e tortuosidade das amostras. ....	94
Tabela 4.4: Restrição utilizada no método inverso para o alumínio poroso.....	96
Tabela 4.5: Comparação do método direto e inverso para alumínio poroso. ....	96
Tabela 4.6: Propriedades do gás R134a para duas condições. ....	99
Tabela 4.7: Propriedades do R134a à pressão atmosférica e temperatura de 20°C .....	100
Tabela 4.8: Restrições para otimização do alumínio poroso no ar. ....	112
Tabela 4.9: Parâmetros otimizados para o ar. ....	114
Tabela 5.1: Dimensões das secções de área para a análise da absorção sonora. ....	141
Tabela 6.1: Tipos de variação de seção avaliados no modelo FLNS. ....	161
Tabela 6.2: Dados de simulação do modelo FLNS.....	167
Tabela 6.3: Parâmetros macroscópicos do modelo de matriz de transferência. ....	170
Tabela 6.4: Resistividade ao fluxo do modelo de matriz de transferência LRF e do modelo numérico FLNS.....	176
Tabela 7.1: Comparação dos resultados macroscópicos do alumínio poroso. ..	190
Tabela 7.2: Erro relativo dos resultados macroscópicos para o alumínio poroso. ....	191
Tabela 7.3: Composição e porosidade da amostra. ....	192
Tabela 7.4: Comparação dos resultados macroscópicos para CP-08. ....	194
Tabela 7.5: Comparação dos parâmetros macroscópicos para EG-50-70. ....	202
Tabela 7.6: Parâmetros obtidos a partir da otimização da forma. ....	207
Tabela 7.7: Propriedades do gás R134a. ....	208
Tabela 8.1: Conectividade dos elementos de dutos. ....	216



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASTM	<i>American Society Test for Materials</i>
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
ISO	<i>International Organization of Standardization</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
CP	Corpo Poroso
FLNS	<i>Full Linearized Navier-Stokes</i>
LRF	<i>Low Reduced Frequency</i>
ME	Modelo Empírico
MF	Modelo Fenomenológico
MM	Modelo de Microestrutura
MP	Material Poroso
MMA	<i>Method of Moving Asymptotes</i>
MS	Modelo Semi-Fenomenológico
SLNS	<i>Sequential Linear Navier-Stokes</i>



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Alfabeto Latino

$a$	raio do poro cilíndrico do material poroso idealizado
$a_f$	meia largura do poro tipo fenda
$a_r$	meia largura do poro retangular
$a_m$	fator de peso multiplicador das funções objetivo
$a_{iso}(\omega)$	constante de proporcionalidade da condição isotérmica
$A$	amplitude de pressão acústica
$A_{sec}$	área da secção do poro
$A_g$	termo da matriz de transferência global
$b_r$	meia espessura do poro retangular
$b_{adi}(\omega)$	constante de proporcionalidade da condição adiabática
$B$	amplitude de velocidade de partícula
$B_g$	termo da matriz de transferência global
$c$	parâmetro viscoso que depende da geometria e forma do poro
$c'$	parâmetro térmico que depende da geometria e forma do poro
$\tilde{c}$	velocidade do som complexa no meio poroso
$c_f$	velocidade de fase de propagação
$c_p$	calor específico a pressão constante
$c_v$	calor específico a volume constante
$c_o$	velocidade do som no fluido
$c_1$	fator de forma do poro que depende do raio hidráulico do mesmo
$C$	constante de calibração do tubo de resistividade por gravidade
$C_g$	termo da matriz de transferência global
$d$	diâmetro de abertura do poro
$d_t$	lado do poro triangular equilátero
$d_i$	diâmetro interno do tubo de impedância
$d1$	distância entre fios condutores no experimento de tortuosidade
$d2$	distância entre fios condutores no experimento de tortuosidade
$d3$	distância entre fios condutores no experimento de tortuosidade
$dt$	diferencial do domínio do tempo
$d_k$	direção de descida no método gradiente de otimização
$dp/dt$	derivada primeira da pressão acústica em relação ao tempo
$d^2p/dt^2$	derivada segunda da pressão acústica em relação ao tempo
$D$	diâmetro do poro
$\bar{D}$	distância entre os planos médios da parede da célula porosa
$\bar{D}_c$	parcela reativa da impedância específica de uma lâmina de células

$D_g$	termo da matriz de transferência global
$f(x)$	função contínua diferenciável
$f$	frequência de análise
$f_i, f_f$	frequência inicial e final
$f_c$	frequência de corte do tubo de impedância
$f_{max}$	frequência máxima de medição do tubo de impedância
$f_{min}$	frequência mínima de medição do tubo de impedância
$F_o$	função objetivo do problema de redes de dutos
$F_m$	função multiobjetivo de otimização
$F_i(x)$	função de restrição no algoritmo de otimização
$g$	aceleração gravitacional
$g_k$	gradiente da função $f(x)$
$gT$	condição de contorno de temperatura prescrita
$gA$	condição de velocidade de partícula prescrita
$G$	termo de correção da impedância característica de um meio dissipativo
$G_e$	termo de correção da impedância característica de um elemento $e$
$h$	deslocamento pico a pico
$hT$	condição de contorno de fluxo de calor prescrito
$h_1, h_2$	alturas da coluna de mercúrio no manômetro de fluido
$H_{12}$	função de transferência de pressão entre microfones 1 e 2
$H_{12}^I$	função de transferência entre microfones para a primeira configuração
$H_{12}^{II}$	função de transferência entre microfones para a segunda configuração
$H_{12}^*$	função de transferência com amplitude e fase corrigida
$H_c$	fator de calibração de amplitude e fase entre microfones
$(H_{12}^I)_{sub}$	função de transferência subsequente para a primeira configuração
$(H_{12}^*)_{sub}$	função de transferência subsequente com amplitude e fase corrigida
$i, j$	raiz quadrada de -1
$Im(\cdot)$	parte imaginária do número complexo
$J_o$	função de Bessel de ordem zero
$J_1$	função de Bessel de primeira ordem
$J_2$	função de Bessel de segunda ordem
$k_f$	condutibilidade térmica do fluido
$k_o$	número de onda real em propagação livre
$\tilde{k}$	número de onda complexo devido dissipação no tubo de impedância
$\tilde{k}_c$	número de onda complexo de propagação
$k_v$	número de onda viscoso
$k_t$	número de onda térmico
$(k)$	número da iteração no processo de otimização
$K_a$	compressibilidade adiabática em propagação livre
$\tilde{K}_{ef}$	compressibilidade dinâmica do fluido equivalente
$l_o$	termo de adição relativo ao comprimento equivalente do duto

$l_1$	comprimento do poro maior idealizado
$l_2$	comprimento da interseção entre os poros maiores idealizados
$L$	espessura do material poroso
$Le$	parâmetro denominado assíntota móvel
$L_a, L_b$	espessura e largura da placa de rede de dutos
$L_e$	comprimento de um elemento de duto
$L'_e$	comprimento equivalente de um elemento de duto
$L_x$	parcela do comprimento do poro numérico
$L_t$	comprimento total do poro numérico
$L_d$	distancia de descida do pistão do tubo de resistividade por gravidade
$L_p$	comprimento do poro
$Lp$	nível de pressão sonora
$Lp1, Lp2$	nível de pressão sonora no microfone 1 e 2
$Lc$	dimensão característica
$\tilde{m}$	constante de propagação complexa do modelo de fluido equivalente
$M$	massa do pistão
$M_0$	reatância das aberturas dos orifícios dos poros
$M_1$	parcela resistiva da impedância específica de uma lâmina de células
$M_n$	parcela reativa da impedância específica de $n33$ células acopladas
$M_{sat}$	massa da amostra porosa saturada com um fluido
$M_{seca}$	massa da amostra porosa seca
$M_{ar}$	massa da amostra porosa no ar atmosférico
$M_v$	massa da amostra porosa no vácuo
$n_{po}$	constante politrópica de compressibilidade do fluido
$nr$	sistema de coordenada adimensional radial em um duto
$n_f$	número de frequências analisadas
$n_r$	índice de refração
$n_{cil}$	número de poros cilíndricos
$n_{ex}$	número de nós de excitação na malha de redes de dutos
$N$	razão entre os comprimentos característicos térmicos e viscosos
$Ne$	número de subelementos do sistema acústico de matriz transferência
$Np$	número de parcelas do poro total
$Nc$	número de restrições no algoritmo de otimização
$Nv$	número de variáveis no projeto de otimização
$obj_1$	função objetivo de ajuste para caracterização de amostras porosas
$obj_2$	função objetivo de otimização da absorção pelo modelo analítico
$obj_3$	função objetivo de otimização da geometria axissimétrica dos poros
$p(t)$	pressão acústica em função do tempo
$p_1, p_1$	pressão acústica do sistema de matriz de transferência
$p1, p2$	pressão no microfone 1 e 2 do tubo de resistividade ao fluxo
$p_A, p_B$	constantes complexas

$p'_A, p'_B$	constantes complexas
$p_{mic1}$	pressão no microfone 1 do tubo de impedância
$p_{mic2}$	pressão no microfone 2 do tubo de impedância
$\langle p \rangle$	pressão acústica macroscópica média espacial
$per$	perímetro do poro
$p_o$	limiar de audição sonora
$\tilde{p}_t$	pressão acústica total
$\tilde{p}$	flutuação de pressão acústica
$\tilde{p}(x, r)$	flutuação de pressão acústica em um duto
$\tilde{p}'$	parcela de flutuação harmônica da pressão acústica total
$p_j$	pressão acústica no nó $j$
$P_o$	pressão estática do meio
$P_e$	superfície molhada do elemento de poro
$Pr$	número de Prandtl
$q_o$	permeabilidade estática viscosa
$q'_o$	permeabilidade estática térmica
$q(\omega)$	permeabilidade dinâmica viscosa
$q'(\omega)$	permeabilidade dinâmica viscosa
$q_j$	fluxo de massa do nó $j$
$q_v$	valor de excitação do fluxo de massa no sistema de redes de dutos
$Q$	vazão volumétrica constante através da amostra porosa
$Q_j$	velocidade de volume do nó $j$
$Q_1, Q_2$	velocidade de volume do sistema de matriz de transferência
$Q_L$	velocidade de volume da terminação
$\bar{r}$	raio hidráulico do poro
$R$	coeficiente de reflexão
$R_o$	constante universal dos gases ideais
$Re(\cdot)$	parte real do número complexo
$R_e$	parcela resistiva da impedância característica
$R_o$	resistência acústica específica de uma lâmina de células
$R_1$	resistência acústica específica no interior de uma célula porosa
$R_n$	parcela resistiva da impedância específica de $n$ células acopladas
$s$	número de onda de cisalhamento
$s_f$	fator de estrutura do material poroso
$s_1$	menor distancia entre microfones no tubo de impedância
$s_2$	maior distancia entre microfones no tubo de impedância
$S$	área superficial da amostra porosa
$S_e$	área de seção de um elemento de duto
$S_o$	área de seção da entrada do sistema acústico
$S_L$	área de seção da terminação do sistema acústico
$S_d, S_D$	área de seção para o diâmetro de abertura e diâmetro de poro



$S_p$	área do pistão
$S_s$	área transversal do tubo do manômetro
$Sl_{ar}$	inclinação da reta em função do inverso da frequência para o ar
$Sl_{He}$	inclinação da reta em função do inverso da frequência para o Hélio
$t$	tempo
$t_c$	espessura de parede da célula porosa
$t_p$	tempo de descida do pistão com amostra
$t_o$	tempo de descida do pistão sem amostra
$t_1$	tempo de descida do pistão com extremidade fechada
$T(\omega)$	razão de amplitude do sinal de ultrassom com e sem amostra
$T_o$	temperatura estática do meio
$T_s$	temperatura estática da estrutura
$\tilde{T}_t$	temperatura acústica total
$\tilde{T}$	flutuação de temperatura acústica
$\langle \tilde{T} \rangle$	temperatura acústica média espacial
$\tilde{T}(x, r)$	flutuação de temperatura acústica em um duto
$\tilde{T}'(x, r)$	parcela de flutuação harmônica da temperatura acústica total
$\bar{T}'(x)$	parcela média de flutuação harmônica da temperatura acústica total
$u_{rms}$	velocidade de fluxo oscilatório RMS através da amostra
$u_f$	velocidade de fluxo constante através da amostra
$u_L$	velocidade de partícula da terminação
$\tilde{u}_t$	velocidade de partícula total
$\tilde{u}$	flutuação da velocidade de partícula
$\tilde{u}_x, \tilde{u}_y, \tilde{u}_z$	flutuação da velocidade de partícula nas direções x, y e z
$\tilde{u}_o$	velocidade de partícula de entrada do sistema acústico
$\tilde{u}(x, r)$	flutuação da velocidade de partícula axial em um duto
$\tilde{u}'(x, r)$	parcela de flutuação harmônica da velocidade de partícula total
$\bar{u}'(x)$	parcela média de flutuação da velocidade de partícula total axial
$\bar{u}(x)$	velocidade média de partícula na direção de propagação x
$Ue$	parâmetro denominado assíntota móvel
$u_j$	velocidade de partícula do nó j
$v$	velocidade de partícula para um fluxo oscilatório através da amostra
$\langle v \rangle$	média espacial da velocidade de partícula em um material poroso
$\tilde{v}_n$	componente normal à superfície da velocidade de partícula
$v_x$	velocidade de fluxo através da amostra na direção axial
$v_{in}$	velocidade de fluxo no interior de um canal poroso do material
$v_i(r_w)$	velocidade de partícula microscópica na parede do poro
$v_i(r)$	velocidade de partícula microscópica no centro do poro
$\tilde{v}_t$	velocidade de partícula total radial em um duto
$\tilde{v}(x, r)$	flutuação da velocidade de partícula radial em um duto
$V$	volume do compartimento de resistividade ao fluxo oscilatório

$V_p$	volume de poros abertos do material poroso
$V_t$	volume total da amostra porosa
$V_c$	volume da câmara de medição de porosidade
$V_{max}$	volume máximo como restrição
$V_1$	diferença de potencial entre fios condutores
$V_2$	diferença de potencial entre fios condutores
$W_{nr}$	potência sonora não refletida
$W_{in}$	potência sonora incidente
$x$	posição ou distância em relação à origem
$x_1$	distância entre superfície da amostra e microfone mais distante
$x_{min}, x_{max}$	restrição mínima e máxima das variáveis de projeto
$x_e$	variável de projeto referente ao elemento $e$
$X$	parcela reativa da impedância característica
$z_0$	impedância relativa específica dos orifícios
$Z_0$	impedância específica de cada orifício da célula porosa
$Z_1$	impedância específica de uma lâmina de células
$Z_n$	impedância específica de $n$ células porosas acopladas
$\tilde{Z}_o, \tilde{Z}_L$	impedância de entrada e da terminação
$\tilde{Z}_{oc}$	impedância de entrada de um duto capilar
$\tilde{Z}_{cp}$	impedância característica de um canal ou poro
$\tilde{Z}_c$	impedância característica do material poroso
$\tilde{Z}_{Rad}$	impedância de radiação de duto não flangeado
$\tilde{Z}_s$	impedância de superfície do material poroso
$\tilde{Z}_{fem}$	impedância do modelo de elementos finitos
$\tilde{Z}_{s,fem}$	impedância de superfície do modelo de elementos finitos
$Z_D$	impedância acústica específica no interior de uma célula porosa
$\tilde{Z}_{cav}$	impedância da cavidade de fluido atrás da amostra porosa
$\tilde{Z}_{an}$	impedância do modelo analítico
$\tilde{Z}_{exp}$	impedância do método experimental
$\tilde{Z}_{oiso}, \tilde{Z}_{oadi}$	impedância de entrada do modelo isotérmico e adiabático
$Z_R, Z_I$	parte real e imaginária da impedância do modelo de redes de dutos

## Matrizes e Vetores

<b>Q</b>	matriz de inércia acústica de elementos finitos
<b>D</b>	matriz de dissipação acústica de elementos finitos
<b>H</b>	matriz de rigidez acústica de elementos finitos
<b>M<sub>a</sub></b>	matriz de massa acústica de um modelo numérico viscotérmico
<b>K<sub>a</sub></b>	matriz de rigidez acústica de um modelo numérico viscotérmico
<b>K<sub>e</sub></b>	matriz de mobilidade de um elemento acústico de duto

$\mathbf{K}$	matriz global de mobilidade de sistema acústico de dutos
$\mathbf{T}$	matriz de transferência acústica
$\mathbf{T}_e$	matriz de transferência de um elemento acústico
$\mathbf{T}_G$	matriz de transferência acústica global
$\mathbf{T}_p$	matriz de transferência extraída numericamente
$\mathbf{q}$	vetor de excitações ou de fluxo de massa nodais
$\mathbf{p}$	vetor de pressões acústicas nodais
$\mathbf{a}_i$	vetor de variáveis de projeto no algoritmo de otimização
$\mathbf{p}_R, \mathbf{p}_I$	parte real e imaginária do vetor de pressões acústicas
$\mathbf{t}$	vetor auxiliar do cálculo da impedância de superfície
$\mathbf{t}_u$	vetor equivalente à excitação com termos unitários e nulos
$\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_e$	variáveis adjuntas multiplicadoras do método das assíntotas móveis
$\mathbf{n}$	vetor normal à superfície

## Alfabeto Grego

$\alpha$	coeficiente de absorção do material poroso
$\alpha(f_n)$	coeficiente de absorção para a frequência $f_n$
$\alpha_i$	constante do método de assíntotas móveis
$\alpha_o$	parcela real da tortuosidade dinâmica no limite de baixa frequência
$\alpha^*$	constante de atenuação sonora do material poroso
$\alpha_\infty$	tortuosidade do material poroso
$\alpha_d(\omega)$	tortuosidade dinâmica em função da frequência angular
$\beta_i$	constante do método de assíntotas móveis
$\beta$	compressibilidade dinâmica do fluido equivalente
$\beta^*$	parte imaginária da constante de propagação complexa
$\Delta t$	atraso de tempo no sinal de ultrassom devido a presença da amostra
$\Delta d$	incremento no valor do diâmetro do elemento de duto
$\Delta x$	comprimento na direção da espessura da amostra
$\Delta \tilde{p}$	variação de pressão acústica
$\Delta P$	variação de pressão manométrica
$\epsilon$	constante do critério de convergência no algoritmo de otimização
$\varepsilon$	função da porosidade e tortuosidade do material de absorção
$\psi$	ângulo de inclinação do eixo dos poros idealizados
$\psi_v$	campo viscoso de dissipação do modelo numérico
$\psi_t$	campo térmico de dissipação do modelo numérico
$\theta$	ângulo de inclinação do tubo de resistividade ao fluxo com a horizontal
$\delta_v$	espessura da camada limite viscosa
$\delta_t$	espessura da camada limite térmica
$\Gamma$	constante de propagação complexa do modelo fenomenológico

$\Gamma_e$	constante de propagação complexa de um elemento $e$
$\lambda$	comprimento de onda
$\lambda_d$	coeficiente de viscosidade de dilatação
$\Lambda$	comprimento característico viscoso
$\Lambda'$	comprimento característico térmico
$\sigma$	resistividade ao fluxo do material poroso
$\sigma_{ar}$	resistividade ao fluxo do material poroso no ar atmosférico
$\sigma_{gás}$	resistividade ao fluxo do material poroso no gás
$\phi$	porosidade do material
$\gamma$	razão de calores específicos a pressão e volume constantes
$\gamma_i$	constante do método de assíntotas móveis
$\rho_o$	densidade do meio
$\rho_f$	densidade do fluido líquido
$\langle \rho \rangle$	densidade acústica macroscópica média espacial
$\tilde{\rho}_{ef}$	densidade efetiva do fluido equivalente
$\tilde{\rho}_t$	densidade acústica total
$\tilde{\rho}$	flutuação da densidade acústica
$\tilde{\rho}(x, r)$	flutuação de densidade acústica em um duto
$\xi$	sistema de coordenada adimensional axial em um duto
$\xi_r$	relação entre duto adjacente e duto principal no modelo de redes
$\eta$	viscosidade dinâmica do fluido
$\eta_{ar}$	viscosidade dinâmica do ar atmosférico
$\eta_{gás}$	viscosidade dinâmica do gás
$\omega$	frequência angular
$\omega_r$	frequência angular de referência

## Símbolos Especiais

$\nabla(\cdot)$	operador gradiente
$\nabla \cdot (\cdot)$	operador divergente
$\nabla^2(\cdot)$	operador laplaciano ou divergente do gradiente $\nabla \cdot \nabla(\cdot)$
$\nabla \tilde{p}$	gradiente de pressão acústica em um poro do material
$\nabla \cdot q$	divergente do fluxo de calor
$\nabla \cdot \tilde{\tau}$	divergente do tensor de viscosidade

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>ix</b>
<b>RESUMO</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xxv</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b>	<b>xxvii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xxix</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1 O MECANISMO DE ABSORÇÃO ACÚSTICA</b>	<b>1</b>
<b>1.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO ACÚSTICO</b>	<b>4</b>
<b>1.3 CONSTITUIÇÃO DOS MATERIAIS POROSOS</b>	<b>5</b>
<b>1.4 POTENCIAL DE APLICAÇÃO DE MATERIAIS POROSOS EM COMPRESSORES HERMÉTICOS DE REFRIGERAÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>1.5 OBJETIVOS</b>	<b>10</b>
<b>1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO</b>	<b>11</b>
<b>2 MODELOS CLÁSSICOS DE MATERIAIS POROSOS DE ESTRUTURA RÍGIDA</b>	<b>13</b>
<b>2.1 INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>2.2 MODELO DE RAYLEIGH</b>	<b>17</b>
<b>2.3 MODELO DE FLUIDO EQUIVALENTE DE ZWIKKER E KOSTEN</b>	<b>21</b>
2.3.1 Modelo de Johnson-Champoux	28
2.3.2 Modelo de Johnson-Lafarge	29
<b>2.4 MODELO DE TIAN LU</b>	<b>34</b>
<b>2.5 COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS MODELOS ANALÍTICOS</b>	<b>38</b>
<b>2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>50</b>
<b>3 MÉTODOS EXPERIMENTAIS E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS</b>	<b>53</b>
<b>3.1 IMPEDÂNCIA E COEFICIENTE DE ABSORÇÃO</b>	<b>53</b>
<b>3.2 MÉTODOS DIRETOS</b>	<b>59</b>
3.2.1 Resistividade ao Fluxo	59
<b>3.2.1.1 Métodos Normalizados</b>	<b>60</b>
<b>3.2.1.2 Métodos Alternativos</b>	<b>64</b>
3.2.2 Porosidade	68
3.2.3 Tortuosidade	71
3.2.4 Comprimentos Característicos Viscosos e Térmicos	78
<b>3.3 MÉTODOS INVERSOS</b>	<b>85</b>
<b>3.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>88</b>

<b>4 RESULTADOS DE CARACTERIZAÇÃO, MODELAGEM NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO COM MODELOS CLÁSSICOS</b>	<b>89</b>
<b>4.1 CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS POROSOS</b>	<b>89</b>
4.1.1 Coeficientes de Absorção e Caracterização pelo Método Direto	90
4.1.2 Método Inverso e Verificação Experimental	95
<b>4.2 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS</b>	<b>103</b>
<b>4.3 OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE MATERIAIS POROSOS</b>	<b>111</b>
<b>4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>116</b>
<b>5 MATRIZES DE QUATRO POLOS UNIDIMENSIONAIS</b>	<b>119</b>
<b>5.1 MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA SEM DISSIPACÃO</b>	<b>119</b>
<b>5.2 EFEITOS DE CAMADA LIMITE E DISSIPACÃO</b>	<b>126</b>
<b>5.3 APLICAÇÃO TEÓRICA EM MATERIAIS POROSOS</b>	<b>136</b>
<b>5.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>145</b>
<b>6 MODELOS NUMÉRICOS VISCOTÉRMICOS PARA MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS</b>	<b>147</b>
<b>6.1 INTRODUÇÃO</b>	<b>147</b>
<b>6.2 PRINCIPAIS MODELOS</b>	<b>148</b>
6.2.1 Modelo Numérico LRF	149
6.2.2 Modelo de Bossart/Cremer	150
6.2.3 Modelo Numérico FLNS	151
6.2.4 Modelo Numérico SLNS	154
<b>6.3 MODELO FLNS PARA MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS</b>	<b>156</b>
<b>6.4 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO FLNS</b>	<b>160</b>
6.4.1 Coeficiente de Absorção do Modelo FLNS	160
6.4.2 Resistividade ao Fluxo pelo Modelo FLNS	172
6.4.3 Extração da Matriz de Transferência Numérica Viscotérmica	176
<b>6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>180</b>
<b>7 RECONSTRUÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS</b>	<b>181</b>
<b>7.1 REVISÃO SOBRE MÉTODOS DE RECONSTRUÇÃO</b>	<b>181</b>
<b>7.2 RESULTADOS DE CARACTERIZAÇÃO</b>	<b>184</b>
7.2.1 Alumínio Poroso	184
7.2.2 Poroso Sinterizado CP-08	191
7.2.3 Poroso de Polietileno EG-50-70	195
<b>7.3 RESULTADOS DE OTIMIZAÇÃO AXISSIMÉTRICA</b>	<b>202</b>
7.3.1 Ar Atmosférico	202
7.3.2 Gás de Refrigeração R134a	208
<b>7.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>211</b>
<b>8 MODELOS E OTIMIZAÇÃO DE POROS CONECTADOS EM REDE</b>	<b>213</b>

<b>8.1 MODELO DE REDES PARA MATERIAIS POROSOS</b>	<b>213</b>
<b>8.2 OTIMIZAÇÃO DA REDE DE DUTOS</b>	<b>229</b>
8.2.1 Análise de Sensibilidade	230
8.2.2 Otimização por Programação Sequencial Convexa.	236
8.2.3 Resultados de Otimização	240
<b>8.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO</b>	<b>251</b>
<b>9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>253</b>
<b>9.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>257</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>259</b>
<b>APÊNDICE A</b>	<b>274</b>
<b>ANEXO A</b>	<b>283</b>





## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Materiais de absorção sonora são amplamente utilizados no controle de ruído industrial e residencial, assim como para proporcionar conforto acústico em ambientes de entretenimento, cinemas, teatros, salas de concerto, entre outros.

Um dos problemas mais frequentes na engenharia de controle de ruído é o desenvolvimento de absorvedores sonoros que proporcionem desejáveis atenuações com mínimo custo ou quantidade de material.

Portanto, são desejados materiais de baixo custo, leves e de pequena espessura, que possam absorver acusticamente ampla faixa de frequência, sem acrescentar qualquer periculosidade ou contaminação ao local de aplicação.

O conforto acústico constitui uma das principais exigências do homem na atualidade. Requisitos de isolamento acústico em diversas situações geram a necessidade de desenvolver formas mais eficientes e econômicas de produção de materiais de absorção sonora.

As aplicações industriais de isolamento acústico incluem geralmente a utilização de materiais tais como lã de vidro, espuma, fibras minerais e seus compósitos. O projetista de absorvedores acústicos deve ter o conhecimento de como escolher o material apropriado, assim como a geometria ideal do absorvedor, de acordo com a aplicação desejada (Bies e Hansen, 2009; Cox e D'Antonio, 2009).

### 1.1 O MECANISMO DE ABSORÇÃO ACÚSTICA

Os materiais de absorção facilitam a conversão da energia, carregada pelo movimento organizado das partículas do meio, através de um movimento de propagação imposto no interior material.

Materiais porosos usados em controle de ruído são constituídos basicamente de duas fases: a fase sólida (estrutura) e a fluida (fluido contido no interior dos poros). A dissipação da energia sonora ocorre através da interação entre as duas fases, havendo a conversão da energia sonora em calor, através basicamente de (Fahy, 2000):

- 1) Dissipação viscosa: associada às camadas de contorno viscosas criadas pelo cisalhamento do fluido em regiões próximas à superfície do sólido;

2) Dissipação térmica: associada às camadas de contorno térmicas originadas pelos fluxos de calor irreversíveis que ocorrem entre o fluido e o sólido;

3) Dissipação estrutural: associada às dissipações mecânicas irreversíveis devido ao movimento da estrutura do material.

Todas as forças resultantes do fluxo oscilatório da partícula no interior do material causam a dissipação de energia acústica. Deve-se considerar também as forças de compressão e aceleração do fluido propriamente dito, durante a propagação. No entanto a dissipação de energia neste processo não é relativamente importante. A contribuição mais importante é associada às forças de atrito, causadas pela fricção entre a interface rígida ou flexível da estrutura e a fina camada limite viscosa de fluido, presente nos poros e canais do material absorvedor.

Quando excitadas por uma onda acústica incidente, as moléculas de ar nos poros de um material são forçadas a oscilar. A proximidade da estrutura que circunda os poros causa perdas friccionais devidas ao fluxo oscilatório do fluido. Um importante fator que determina esta contribuição por fricção é a dimensão do poro, em relação à espessura da camada limite viscosa. Em baixas frequências, a espessura da camada limite é comparável à dimensão do poro e a dissipação por efeito viscoso pode ser elevada. Em altas frequências, a espessura da camada limite torna-se significativamente menor do que a dimensão do poro, e a dissipação por efeito viscoso tende a ser um pouco menor. No entanto, sempre há maior dificuldade em atenuar grandes comprimentos de onda, devido à necessidade de grandes dimensões e espessura de material (Fahy, 2000; Allard e Atalla, 2009).

De qualquer maneira, a presença da estrutura com poros irregulares causa alterações na direção do fluxo assim como expansões e contrações do fluido durante o movimento oscilatório das partículas, e isto resulta em redução do momento, na direção de propagação da onda. Este mecanismo é relativamente importante em altas frequências.

Outros mecanismos de dissipação incluem a compressão isotérmica do ar em baixas frequências, a conversão direta de energia acústica em calor devido ao lapso de tempo entre as compressões do fluido e o fluxo de calor que ocorre em materiais de poros parcialmente fechados. Nos poros de maiores dimensões, a condução de calor influencia com considerável importância a energia total dissipada. Durante a passagem da onda acústica, o fluido nos poros sofre uma compressão e uma expansão periódicas, acompanhadas por uma oscilação na temperatura. Se a estrutura sólida do material apresenta

razoável condutibilidade térmica, então o poro de maior razão entre superfície e volume apresentará uma maior troca de calor com a estrutura, a cada meio período de oscilação.

Estas compressões são essencialmente isotérmicas no limite de baixa frequência. Em frequências muito elevadas ( $\omega \rightarrow \infty$ ), o processo de compressão é considerado adiabático. Na faixa de frequência entre a compressão isotérmica e a adiabática, o processo de compressibilidade dinâmica associado às trocas térmicas resultam em dissipações adicionais na energia sonora (Zwikker e Kosten, 1949).

Os materiais porosos podem ser considerados elásticos, se estes apresentarem uma estrutura cujo módulo de elasticidade é da ordem da compressibilidade do fluido nos poros. Neste caso, a vibração da própria estrutura submetida a uma excitação acústica influencia o mecanismo de dissipação sonora, conforme a Figura 1.1 (a). Quando a estrutura vibra em fase com o movimento oscilatório do fluido nos poros, o efeito dissipativo de fricção tende a ser menor, pois há menor movimento relativo entre o fluido e a própria estrutura.

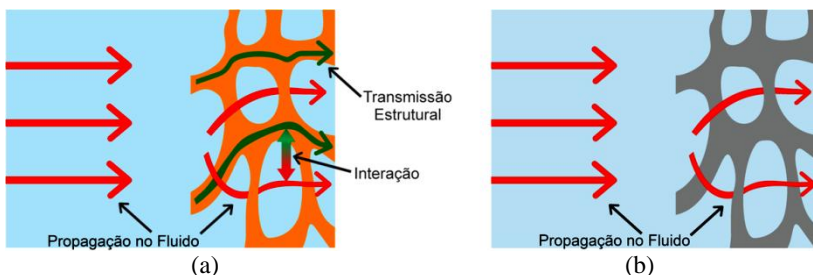


Figura 1.1: Mecanismos de propagação e dissipação em um material poroelástico (a) e de estrutura rígida (b).

Normalmente, considera-se a estrutura como rígida em casos cujo módulo de elasticidade da fase sólida é muito maior que a compressibilidade do fluido no interior dos poros. Por isso a estrutura do material é considerada dinamicamente rígida para uma ampla faixa de frequência, de acordo com a Figura 1.1 (b). A partir da incidência da onda sonora, a estrutura não é diretamente excitada e não vibra em relação à pulsação do fluido nos poros. As dissipações que ocorrem na estrutura do material poroso, devidas a uma oscilação mecânica forçada, são geralmente pequenas e em certos casos é razoável negligenciá-las.

## 1.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO ACÚSTICO

O material poroso pode absorver apenas parte da energia sonora incidente, a qual não será refletida por sua superfície. Consequentemente, é importante manter a reflexão acústica da superfície do material a mínima possível. Essencialmente, parte da energia sonora que é transmitida no interior do material deve ser dissipada antes que esta retorne para a superfície, após atravessar o material e refletir em seu apoio rígido. Caso contrário, o material de absorção devolve a energia acústica para o fluido ao lado do receptor, de forma adicional à reflexão inicial. Por isso, requer-se uma espessura suficiente de material poroso. O desafio no projeto de um absorvedor sonoro é manter a espessura mínima do material, com níveis de reflexão ou absorção satisfatórios.

O desempenho acústico de materiais absorvedores é caracterizado pelo seu coeficiente de absorção,  $\alpha$ , definido como sendo a razão da potência sonora não refletida  $W_{nr}$  (que pode ser dissipada no material, transmitida através do absorvedor para outro ambiente, ou transmitida na forma de energia vibratória para outra estrutura) e a potência sonora incidente,  $W_{in}$  (Fahy, 2000):

$$\alpha = \frac{W_{nr}}{W_{in}}, \quad (1.1)$$

Como conveniência de análise, o coeficiente de absorção é definido em termos do fator de reflexão da pressão sonora,  $R$ , na interface do material, dado por (Cox e D'Antonio, 2009):

$$\alpha = 1 - |R|^2, \quad (1.2)$$

na qual  $|R|$  representa o valor absoluto do coeficiente de reflexão. Este coeficiente  $R$  é usualmente uma função do ângulo de incidência sonora, da frequência, do material e da geometria do absorvedor. O material de absorção é caracterizado por sua impedância de superfície,  $Z_s$ , definida como:

$$\tilde{Z}_s = \frac{\tilde{p}}{\tilde{v}_n} \left[ \frac{\text{N s}}{\text{m}^3} \right], \quad (1.3)$$

sendo  $\tilde{p}$  a pressão acústica e  $\tilde{v}_n$  a componente normal da velocidade de partícula, ambos avaliados na superfície do material. O conceito de

impedância é utilizado em muitas aplicações na engenharia acústica e de vibrações, como por exemplo a transmissão sonora em partições, caracterização de microfones e auto-falantes, bem como em materiais porosos. Já a impedância característica descreve a forma de propagação do som em um meio fluido, sendo dada por  $Z_c = \rho_o c_o$ , na qual  $\rho_o$  é a densidade e  $c_o$  a velocidade do som neste fluido. Em um material poroso, esta propagação pode ser descrita através de uma densidade complexa e uma velocidade do som complexa, ambas em função da frequência devido às características dissipativas do meio poroso.

O coeficiente de absorção sonoro pode ser diferenciado de acordo com a composição angular do campo de pressão incidente, como: incidência normal, incidência oblíqua e incidência aleatória. O material absorvedor pode ser definido como localmente reativo (no qual não ocorre propagação no interior do material paralelamente a superfície do mesmo) e não-localmente reativo. Sob incidência normal, não há diferença entre materiais localmente e não-localmente reativos.

### 1.3 CONSTITUIÇÃO DOS MATERIAIS POROSOS

Materiais porosos utilizados como absorvedores sonoros podem ser do tipo celular, fibroso ou granular, conforme a Figura 1.2. Materiais fibrosos são normalmente em forma de placas ou elementos pré-fabricados em fibras de vidro, fibras minerais ou orgânicas. Estes ainda incluem os feltros e lãs têxteis. As lãs minerais e de vidro são geralmente fabricados com areia, rocha basáltica e vidro reciclado. Estes materiais são fundidos e transformados em filamentos. Os filamentos são emaranhados para dar a forma final do material. As características acústicas são dadas pela composição, orientação e dimensão das fibras, bem como pela densidade e pela forma como as fibras são interconectadas. Como estes materiais apresentam baixa resistência mecânica, a aplicação em filtros acústicos automotivos ou em dutos de ventilação normalmente necessitam de alguma forma de proteção como placa perfurada por exemplo. No entanto, estas placas podem alterar o coeficiente de absorção do conjunto (Cox e D'Antonio, 2009).

Os materiais de estrutura celular incluem os porosos poliméricos, com vários níveis de rigidez, assim como os materiais metálicos, como por exemplo os alumínio porosos. Algumas aplicações especiais (com elevada temperatura e escoamento turbulento) tem utilizado cada vez mais materiais de estrutura metálica como absorvedores sonoros. Em comparação com outros materiais, como lãs de vidro que possuem elevado coeficiente de absorção em ampla faixa de frequência, os

porosos metálicos não são tão bons absorvedores acústicos quanto este mencionado. No entanto a elevada rigidez, a boa capacidade de absorção de energia de impacto e elevada resistência térmica tornam este tipo de poroso metálico bastante aplicável em engenharia.

Materiais granulares podem ser considerados uma alternativa em relação aos materiais fibrosos e espumas, para muitas aplicações residenciais ou industriais (interiores ou exteriores). Os materiais de absorção granulares combinam boa resistência mecânica e baixo custo de fabricação. Podem ser do tipo granular inconsolidado (fácil desprendimento de partículas) e consolidado, através da utilização de algum material aglutinante. Dentre os materiais granulares existentes na natureza, pode-se citar a areia, o cascalho, o solo, e dentre os manufaturados, os grãos de plástico e as cerâmicas. Os materiais granulares apresentam coeficiente de absorção geralmente diferente dos fibrosos. Isso se deve ao fato de que os grânulos se arranjam de maneira diferente das fibras, resultando em uma porosidade geralmente menor e com interconexões mais estreitas entre os poros (Fahy, 2000).

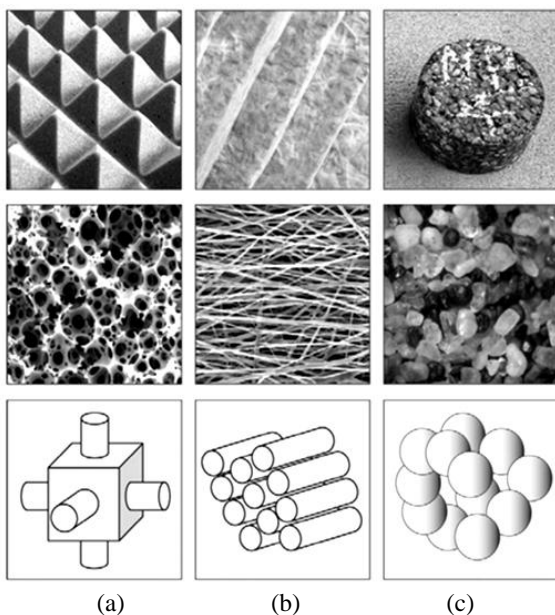


Figura 1.2: Tipos de estrutura de materiais porosos típicos: celulares (a), fibrosos (b) e granulares (c).

Uma característica comum que ocorre nos materiais de absorção sonora é que os poros são interconectados e apresentam dimensões típicas da ordem de 10  $\mu\text{m}$  a 1 mm.

Atualmente, materiais porosos metálicos têm sido utilizados em várias aplicações. As suas propriedades acústicas podem ser combinadas com outras características como resistência térmica, resistência química, propriedades mecânicas robustas, anticorrosão, resistência ao impacto, resistência às intempéries e grande controle no projeto da estrutura.

O material de fibra de metal poroso tem-se tornado insubstituível no controle do ruído em ambientes agressivos, como por exemplo em silenciadores de admissão de aviões a jato assim como em silenciadores automotivos. Além disso, materiais de alumínio poroso têm sido utilizados em controle de ruído de salas de concerto, salas de exposições, salas de aula, rodovias, metrô, túneis e outros ambientes úmidos subterrâneos.

Por isso, o projeto e otimização de estruturas metálicas porosas apresentam grande potencial de aplicação em diversas áreas da indústria, inclusive no controle de ruído em compressores de refrigeração.

#### 1.4 POTENCIAL DE APLICAÇÃO DE MATERIAIS POROSOS EM COMPRESSORES HERMÉTICOS DE REFRIGERAÇÃO

Em ambientes residenciais, alguns dos principais eletrodomésticos responsáveis pela emissão de ruído são refrigeradores, *freezers* e aparelhos de ar condicionado. Por estes aparelhos estarem continuamente em operação, são alvo da exigência dos clientes em relação ao conforto acústico, tornando-se este um parâmetro importante de qualidade.

Em aparelhos de refrigeração e ar condicionado, o compressor é considerado a principal fonte de ruído e vibração. As características acústicas de compressores herméticos têm se tornado cada vez mais críticas no projeto destes equipamentos e as predições destas características ao longo do projeto são obrigatórias para a adequação deste produto às condições de consumo. Observa-se na Figura 1.3, um compressor hermético de média capacidade e seus componentes internos.

O compressor é responsável pela circulação do gás refrigerante em um ciclo fechado de refrigeração, que simultaneamente alimenta, através de dutos, os sistemas interligados de condensação e evaporação,

retornando à zona de sucção do compressor para novo ciclo de refrigeração. Os compressores fornecem a energia necessária ao transporte do refrigerante por todo o sistema. Este modelo, apresentado na Figura 1.3, necessita de óleo para a lubrificação das partes móveis.

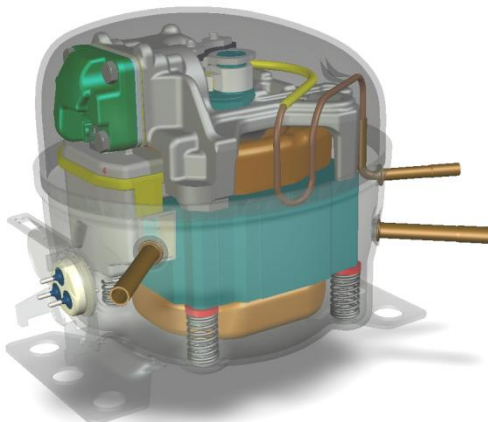


Figura 1.3: Compressor hermético de média capacidade.

Dentre algumas fontes vibração do compressor, tem-se o conjunto moto-compressor apoiado sobre molas, o qual vibra em frequências de ressonância próprias de acordo com o movimento de corpo rígido. No entanto, em altas frequências, o bloco excita a carcaça em vários modos estruturais, podendo gerar altas intensidades de ruído (Micael, 2001).

Outras formas de transmissão são através da pulsação do fluido contido no tubo de descarga, e através do óleo de lubrificação acumulado na região inferior da carcaça. Pode-se citar também os ruídos e vibrações gerados devidos aos efeitos de folgas e forças de desbalanceamento do mecanismo recíproco devidas à variação de pressão no cilindro de compressão. Outra fonte de ruído é devida a vibrações induzidas pelo campo eletromagnético no estator dos motores de indução dos compressores herméticos (Paiotti *et al.*, 2002).

Os efeitos de pulsação do sistema de bombeamento, e, consequentemente, a pulsação no filtro acústico de sucção e descarga tendem a ser uma das maiores fontes de ruído. Por este motivo, tem sido objeto de muitos estudos pelo fato de influenciar diretamente o ruído externo radiado.

A propagação da energia vibratória do conjunto interno à carcaça pode ocorrer pela via estrutural, através das conexões do sistema de compressão. Neste caso, as vibrações dos componentes internos são



transmitidas à carcaça através das molas de suspensão e do tubo de descarga. É importante comentar que a propagação de vibração e de ruído também pode ocorrer por via aérea, ou seja, através do fluido refrigerante contido na cavidade acústica do compressor (Diesel, 2000).

A cavidade compreende todo o espaço entre as peças fixas ou móveis e a carcaça, na qual está contido o fluido refrigerante. Os primeiros modos de cavidade estão presentes nas bandas de 500 Hz, 630 e 800 Hz. Os modos de cavidade de mais elevada ordem começam a apresentar problemas radiação de ruído a partir de 2 kHz ou 3 kHz.

No compressor, sabe-se que um importante caminho de propagação acústica de ruído é a pulsação da entrada do bocal do muffler de sucção. Este excita os modos de cavidade, respondendo de forma acoplada acusticamente com a carcaça, e então radia estruturalmente para o ambiente externo até o receptor. As fontes de ruído internas ao compressor sempre têm como caminho acústico a cavidade de fluido refrigerante. Desta forma, o controle passivo acústico da cavidade apresenta um grande potencial de redução de ruído radiado.

A aplicação de alguns métodos de controle passivo de ruído em compressores foram estudados anteriormente (Lopes, 2006; Carneiro, 2008; Mareze, 2009). Dentre eles, podem-se citar os ressonadores de membranas, placas perfuradas, tubos ressonantes, ressonadores de Helmholtz, e materiais porosos. Algumas vantagens e desvantagens foram encontradas nestes métodos, os quais serão citados a seguir. Os absorvedores de membranas podem proporcionar grandes atenuações aplicadas em tubos e filtros acústicos, no entanto a sua construção e aplicação de forma robusta não é tão simples. As altas temperaturas e o contato químico com o fluido refrigerante também poderiam se tornar um problema, alterando as características do absorvedor ou até mesmo danificando-o.

A aplicação de placas perfuradas em cavidades pode ser bastante viável em baixas frequências, no entanto deve-se ter precaução com a impregnação de óleo do sistema de lubrificação nos furos da placa. Dependendo do diâmetro e do número de furos, a construção torna-se dificultada, devido à necessidade de elevada precisão na tolerância dimensional. Os tubos ressonantes apresentam atenuação em múltiplos modos, atuando em várias faixas de frequência. A sua construção e aplicação são simples. A impregnação com óleo dificilmente ocorre, pois os tubos apresentam maiores diâmetros em relação, por exemplo, aos diâmetros dos furos da placa perfurada. No entanto, devido à sua característica reativa, este mecanismo normalmente gera modos acima e

abaixo da frequência de atenuação de interesse, apresentando assim duas novas possíveis ressonâncias.

Os ressonadores de Helmholtz apresentam menor atenuação em relação aos tubos ressonantes, quando aplicado em filtros e cavidades. Estes atuam apenas em uma faixa estreita de frequência. Além disto, a dificuldade construtiva dos ressonadores de Helmholtz é maior, pois é necessário construir o duto e a cavidade.

Sabe-se que uma linha tecnológica de suma importância considera a concepção de compressores que funcionem sem óleo lubrificante, ou seja, utilizando a lubrificação a seco.

A eliminação do óleo lubrificante, além da redução do impacto ambiental, possibilita uma série de vantagens tais como: redução da quantidade de matéria-prima, liberdade de posicionamento do compressor no sistema de refrigeração. Outro ponto importante é a possibilidade de aplicação de materiais porosos, pois a não presença de óleo não causará a obstrução dos poros do material e seu desempenho acústico será mantido.

A aplicação de materiais porosos em compressores e filtros acústicos apresenta grande potencial de atenuação em ampla faixa de frequência.

## 1.5 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo o estudo da propagação sonora em materiais porosos de estrutura rígida e os meios pelos quais a energia sonora é dissipada, através da utilização de modelos analíticos clássicos, do desenvolvimento de bancadas de caracterização experimental assim como a utilização de modelos numéricos.

Tem-se também o desenvolvimento de modelos e procedimentos de caracterização microgeométrica e macroscópica de materiais acústicos de poros interconectantes, aplicação de ferramentas de otimização aos modelos desenvolvidos para a obtenção de estruturas porosas com níveis máximos de coeficiente de absorção, de acordo com o fluido e suas condições de temperatura e pressão.

A contribuição deste trabalho é a caracterização do desempenho acústico de materiais porosos a partir de imagens da microgeometria e obtenção de estruturas porosas otimizadas para o máximo coeficiente de absorção sonora.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está subdividido em nove capítulos. Apresenta-se no capítulo 2 uma revisão e os modelos de propagação acústica em materiais porosos de estrutura rígida mais importantes e as grandezas acústicas envolvidas. Apresenta-se a influência dos parâmetros macroscópicos e geométricos, assim como importância das condições e do tipo de fluido no qual o material encontra-se imerso.

O capítulo 3 apresenta o estudo e desenvolvimento das bancadas e procedimentos experimentais de caracterização de materiais porosos de estrutura rígida. São apresentados os parâmetros mais importantes da propagação em materiais porosos assim como os métodos de determinação dos mesmos.

A caracterização de materiais de absorção típicos é abordada no capítulo 4. Nesta etapa, foram utilizados os métodos experimentais propostos no capítulo 3, em comparação com o modelo analítico mais adequado, apresentado no capítulo 2. Observa-se neste capítulo, a verificação analítica e experimental da influência de outro fluido no coeficiente de absorção do material poroso, neste caso, o gás de refrigeração R134a.

Apresenta-se, também neste capítulo, a aplicação típica de materiais porosos em filtros acústicos, com o intuito de aprimorar a atenuação do mesmo. Para isto, utilizou-se um modelo experimental e a respectiva simulação numérica. Em seguida, verificou-se a primeira abordagem de otimização da absorção sonora, utilizando modelos analíticos e seus parâmetros macroscópicos como variáveis. Esta é vista como uma solução simples, no entanto, pouco viável. Percebe-se que há uma grande possibilidade de encontrar um material que seja praticamente impossível de ser construído fisicamente, devido à incompatibilidade dos parâmetros macroscópicos ótimos com a microgeometria do material ideal desejado.

Até este capítulo, o trabalho de tese verifica a validade dos modelos analíticos e numéricos clássicos encontrados na literatura, assim como o desenvolvimento e teste de procedimentos experimentais. A partir da necessidade de maximização da absorção, verifica-se a necessidade de modelos de propagação em nível microgeométrico para a aplicação de robustos procedimentos de otimização. Desta forma, há o estreitamento do elo entre o projeto acústico e o desenvolvimento do material. Com o advento da computação de alto desempenho, este tipo de abordagem microestrutural tem-se tornado cada vez mais viável e importante no estudo e desenvolvimento de materiais de absorção.

Desta forma, nos capítulos 5 e 6, são desenvolvidas duas ferramentas importantes com o objetivo de aplicação na modelagem microgeométrica de materiais porosos. A primeira ferramenta, mais simples e conveniente, é baseada na teoria acústica de matrizes de transferência, com implementação da dissipação analítica viscotérmica. Os poros do material são modelados axissimetricamente, com variação de área de seção na direção de propagação da onda sonora. Além disso, os parâmetros macroscópicos podem ser extraídos de acordo com a geometria selecionada para a comparação dos resultados de absorção com os modelos analíticos clássicos. Já no capítulo 6, tem-se a apresentação de uma abordagem numérica em elementos finitos, com dissipação viscotérmica completa. A equação de Navier-Stokes é linearizada sem a eliminação dos termos dissipativos, representando de forma adequada a propagação acústica em dutos e canais de pequena dimensão, que é influenciada pela camada limite térmica e viscosa. Este modelo está implementado no módulo termoacústico do *software* Comsol 4.2a, o qual é avaliado e comparado com o modelo de matriz de transferência viscotérmica.

Este dois modelos são utilizados no capítulo 7, com o objetivo de caracterizar acusticamente os materiais porosos celulares, a partir da reconstrução microgeométrica. Observando a validade do modelo axissimétrico, propõe-se a otimização da forma idealizada dos poros de acordo com a espessura desejada e o tipo de fluido.

A partir do modelo proposto por Eerden (2000), desenvolveu-se uma modelagem híbrida (numérico-analítica). O conceito é baseado em uma rede de elementos de poros acústicos interconectados, distribuídos no plano ou no espaço, para a representação de um material poroso idealizado. Como aprimoramento do modelo, esses poros podem apresentar variação de seção de área, na qual esta abordagem é apresentada no capítulo 8. A partir do método de otimização das assíntotas móveis, associada à análise de sensibilidade das dimensões dos poros com relação ao coeficiente de absorção, pôde-se obter uma nova estrutura de material composto de múltiplos ressonadores, com coeficiente de absorção otimizado de acordo com a frequência e o fluido desejado.

Por fim, têm-se as conclusões obtidas ao longo do trabalho e os comentários em relação aos possíveis trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### MODELOS CLÁSSICOS DE MATERIAIS POROSOS DE ESTRUTURA RÍGIDA

Neste capítulo, será apresentada uma breve contextualização histórica da modelagem analítica de materiais porosos de estrutura rígida, e em seguida, os modelos clássicos mais relevantes. Destaca-se a comparação entre os modelos apresentados e os parâmetros mais importantes de acordo com sua complexidade. Dentre os modelos apresentados, elege-se o mais robusto e preciso, de acordo com o número de parâmetros necessários. Pode-se notar, em seguida, a importância dos mecanismos de dissipação em materiais porosos de estrutura rígida, assim como a influência no coeficiente de absorção de acordo com o fluido e a alteração da temperatura ou pressão estática.

Por fim, alguns parâmetros macroscópicos são apresentados assim como a relação da variação dos mesmos com a alteração da curva de coeficiente de absorção sonora, para uma incidência normal.

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, uma série de modelos analíticos do comportamento acústico de materiais porosos têm sido desenvolvidos (Allard e Atalla, 2009). Mesmo com base em teorias de propagação acústica, eles requerem uma série de parâmetros macroscópicos e os resultados dependem da precisão destes parâmetros de entrada. Dependendo da complexidade do material poroso e a configuração a ser modelada, podem ser necessários até sete parâmetros. Em ordem de importância, pode-se citar a resistividade ao fluxo, a porosidade, a tortuosidade, os comprimentos característicos viscosos e térmicos, as permeabilidades térmica e viscosa. Um material poroso, comumente usado em aplicações de controle de ruído, é constituído de uma matriz rígida ou elástica, saturada pelo fluido, por exemplo, o ar atmosférico. Entre estas duas fases, existem várias interações, tornando o comportamento acústico de um material poroso diferente do de um sólido elástico não poroso. Embora os materiais sejam na maioria das vezes altamente porosos (porosidade superior a 95 %), o atrito viscoso do fluido nos poros e troca de calor entre o fluido e a estrutura porosa devem ser contabilizados.

Em muitos casos, para um material poroso saturado por um fluido, a estrutura porosa pode ser considerada muito mais rígida do que o fluido e um modelo simplificado pode ser usado na aproximação de

estrutura rígida. O interesse na teoria de propagação acústica em meios porosos rígidos remonta ao tempo de Lord Rayleigh, com substanciais contribuições de Zwikker e Kosten (1949) na década de 1940. A importância da resistividade ao fluxo foi rapidamente reconhecida, e isto resultou em algumas fórmulas simples empíricas que preveem o comportamento acústico com base neste único parâmetro (Delany e Bazley, 1970; Mechel, 1976; Miki, 1990).

Attenborough (1982, 1983) destacou a importância da tortuosidade e salientou que a complexidade da forma dos poros deve ser explicada por algum fator de forma. Um refinamento substancial no estudo físico da propagação de ondas em meios porosos foi realizado por Johnson *et al.* (1987), que introduziram o conceito de tortuosidade dinâmica para considerar o comportamento dependente da frequência dos efeitos viscosos nos poros. O conceito de comprimento característico viscoso foi introduzido para melhor representar a complexidade da forma dos poros.

Para materiais porosos saturados por um fluido, a compressão do fluido é isotérmica em baixas frequências, devido à grande troca térmica entre o fluido nos poros e a estrutura, a qual teria uma capacidade térmica muito maior e, portanto, permanece em temperatura constante. Em altas frequências, a compressão e expansão do fluido tornam-se adiabáticas, resultando em uma compressibilidade dependente da frequência, para melhor descrever este efeito. Os trabalhos mais significativos nesta área foram realizados por Champoux e Stinson (1992) e Lafarge *et al.* (1997), os quais introduziram o conceito de comprimento característico térmico.

Serão abordados modelos simples, como o proposto por Rayleigh, no qual os poros são idealizados de forma cilíndrica, assim como o modelo de Lu *et al.* (2000), baseado na teoria de absorvedores de painéis micro perfurados. Também serão apresentados os modelos de estrutura rígida mais elaborados, e, dentre eles, destacam-se os propostos por Johnson *et al.* (1987), Champoux e Stinson (1992) e Lafarge *et al.* (1997). Estes modelos propõem uma nova equação de propagação para materiais de estrutura rígida, onde são inseridos parâmetros físicos macroscópicos, a porosidade, a resistividade ao fluxo, tortuosidade, comprimentos característicos térmicos e viscosos, a fim de considerar os efeitos da viscosidade e das trocas térmicas entre a estrutura do material e o fluido.

Introduzindo de forma resumida os cinco parâmetros mais importantes, tem-se primeiramente a resistividade ao fluxo de uma camada de material poroso, que consiste na razão entre a diferença de

pressão através dela e a vazão volumétrica de fluido que a atravessa, sendo dada em  $\text{Ns/m}^4$ . A resistividade representa a dificuldade de escoamento de um fluxo estacionário laminar, através da amostra porosa.

A porosidade de um material poroso é a medida da razão entre o volume dos poros abertos envolvidos na propagação sonora e o volume total da amostra. Materiais de alta absorção geralmente apresentam elevada porosidade.

A tortuosidade pode ser definida como uma medida do desvio interno do eixo dos poros em relação à direção de propagação interna da onda no meio e da não uniformidade dos poros ao longo da seção transversal. Valores típicos são da ordem de 1 a 3 (adimensional).

O comprimento característico viscoso é a razão entre o volume e a área da superfície no poros, ponderada pelo quadrado da velocidade no centro e na parede do poro, para o limite de  $\omega \rightarrow \infty$ . Esta ponderação favorece uma maior contribuição para as menores seções de área. Este parâmetro prioriza a contribuição de dissipação viscosa em energia térmica nos poros menores conectantes.

O comprimento característico térmico é a razão entre o volume do poro e a sua área de superfície. Uma vez que nenhuma ponderação é aplicada, o comprimento característico térmico será sempre maior ou igual ao comprimento característico viscoso. Este parâmetro prioriza a contribuição de dissipação por trocas térmicas, nos poros de maior volume e área superficial.

Os modelos acústicos utilizados para calcular as propriedades de absorção acústica dos materiais porosos podem ser divididos em quatro grupos: modelo empírico (ME), modelo fenomenológico (MF), com base em geometrias de poros retos capilares, modelo semi-fenomenológico (MS) e o modelo de microestrutura (MM). O modelo mais representativo empírico é o de Delany e Bazley (1970), com o qual obtiveram-se correlações experimentais, com base em medições de impedância de superfície e resistividade ao fluxo para vários dados de amostras fibrosas. Os modelos fenomenológicos foram desenvolvidos principalmente por autores como Rayleigh e Kirchhoff (Kuttruff, 2006), Fahy (2000) e Zwicker e Kosten (1949), com os quais obtiveram modelos analíticos viscotérmicos importantes. No entanto, estes modelos foram desenvolvidos para geometrias de poros capilares simples, sem variação de seção de área.

No final da década de 80 e início de 90, pesquisadores como Johnson *et al.* (1987), Champoux e Stinson (1990, 1992), Stinson (1991), Wilson (1997) e Lafarge *et al.* (1997), conseguiram alterar as

formulações fenomenológicas através da introdução de vários parâmetros macroscópicos, para melhor representar a complexidade dos poros de um material real. Estes parâmetros, geralmente obtidos experimentalmente, não apresentam relação direta com a microgeometria do material. Por isso, são considerados modelos semi-fenomenológicos (MS).

Os estudos que representam os modelos de microestrutura (MM) são mais atuais (última década), e foram realizados principalmente por Cortis *et al.* (1999), Perrot *et al.* (2007), e Venegas e Umnova (2008). Estes modelos baseiam-se nas soluções da equação de Navier-Stokes linearizada para descrever adequadamente a propagação acústica com termos dissipativos em meios de microgeometria complexa. A análise é normalmente realizada na dimensão bidimensional na região local do poro, com a qual são extraídos dados de permeabilidade viscosa e permeabilidade térmica. A avaliação da impedância de superfície e do coeficiente de absorção é auxiliada pela inserção destes dados numéricos aos modelos semi-fenomenológicos (MS). Uma revisão dos modelos de microestrutura será melhor detalhada no capítulo 7.

Entre os referidos modelos, o empírico (ME) é relativamente simples com menor necessidade de parâmetros acústicos. No entanto, este é adequado para faixas de frequência específicas e materiais altamente porosos. O modelo fenomenológico, apesar da solução analítica, não é capaz de representar a maioria dos materiais porosos típicos.

O modelo semi-fenomenológico (MS) tem melhor precisão, mas uma maior quantidade de parâmetros macroscópicos necessitam ser previamente obtidos. De modo geral, quão maior a precisão do modelo, maior será o número necessário de parâmetros. Além disso, não há relação direta dos parâmetros com a microgeometria, o que seria totalmente viável na produção de um material otimizado.

Em relação ao modelo de microestrutura (MM), não é necessária uma grande quantidade de parâmetros, no entanto, a precisão depende do grau de aproximação do modelo com a microestrutura real do material poroso e, além disso, o custo computacional tende a ser elevado.

A seguir, serão apresentados os modelos fenomenológicos e semi-fenomenológicos mais relevantes, assim como o modelo analítico de microestrutura perfurada de Lu *et al.* (2000).



## 2.2 MODELO DE RAYLEIGH

O modelo de Rayleigh (Kuttruff, 2006) considera absorvedores constituídos de tubos ressonantes conforme utilizados na acústica de salas ou em controle de ruído, e este consiste de uma forma de material poroso simplificado. Por este motivo, deve-se fazer uma análise desses materiais e da forma como as perdas são produzidas no interior dos mesmos. Assume-se que as cavidades internas ao material não são fechadas, no entanto, são interconectadas em canais com maior ou menor complexidade. Se um fluido é submetido a uma pressão através da amostra, o diferencial de pressão entre a parte frontal e atrás da amostra é dado por:

$$\Delta p = \sigma \Delta x v_x, \quad (2.1)$$

onde  $v_x$  é a velocidade através da amostra,  $\Delta x$  é a espessura da amostra e  $\sigma$  a resistividade ao fluxo do material, em  $\text{Ns/m}^4$ . Como um modelo idealizado de material poroso, considere um corpo rígido com canais equidistantes transversais de pequeno diâmetro perpendicular à superfície, de acordo com a Figura 2.1.

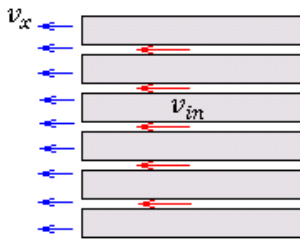


Figura 2.1: Modelo de Rayleigh de um material poroso.

Certamente o fluxo de fluido ocorre por estes canais. Considerando que a soma das secções transversais de todos os canais é menor que a área da amostra total relacionado por um fator  $\phi$ , e a velocidade no interior de cada canal torna-se maior:  $v_{in} = v_x / \phi$ . A quantidade  $\phi$  é a porosidade do material, sendo a razão do volume total dos canais/poros, pelo volume total da amostra. Se a fração  $\Delta p / \Delta x$  for substituída por um gradiente de pressão, pode-se obter uma relação diferencial válida para um canal.

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = -\phi \sigma v_{in}. \quad (2.2)$$

Assume-se também que esta relação é válida para fluxos alternativos, o que representa a velocidade de partícula em propagação de ondas sonoras. Neste caso, forças inerciais devem ser incluídas, adicionando o termo  $\rho_o(\partial v_{in}/\partial t)$  na equação (2.2), e então o gradiente de pressão torna-se:

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = -\rho_o \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} - \phi \sigma \tilde{v}, \quad \tilde{v} = v_{in}, \quad (2.3)$$

A segunda equação necessária é a equação da continuidade, dada por:

$$\rho_o \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = -\frac{1}{c_o^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

Utilizando estas duas equações diferenciais, e a partir das soluções na forma:

$$\tilde{p} = A e^{j(\omega t - \tilde{k}_c x)}, \quad (2.5)$$

$$\tilde{v} = B e^{j(\omega t - \tilde{k}_c x)}, \quad (2.6)$$

pode-se assim determinar o número de onda complexo  $\tilde{k}_c$ . Introduzindo as duas soluções nas equações (2.3) e (2.4), obtêm-se:

$$-j\tilde{k}_c A = -(j\omega\rho_o + \phi\sigma)B, \quad (2.7)$$

$$-j\tilde{k}_c \rho_o B = -\frac{1}{c_o} j\omega A, \quad (2.8)$$

Combinando estas duas equações (2.7) e (2.8), obtêm-se a equação do número de onda complexo:

$$\tilde{k}_c(\omega) = \frac{\omega}{c_o} \sqrt{1 - \frac{j\phi\sigma}{\rho_o\omega}}, \quad (2.9)$$

e a razão entre a pressão sonora e a velocidade de partícula fornece a impedância característica,

$$\tilde{Z}_{cp}(\omega) = \frac{A}{B} = \rho_o c_o \sqrt{1 - \frac{j\phi\sigma}{\rho_o\omega}}. \quad (2.10)$$

Essa formulação representa a propagação das ondas sonoras no interior de um canal ou poro. Para obter a impedância característica do material, deve-se considerar a velocidade de partícula no meio externo sob a superfície do material, que difere da velocidade de partícula nos poros pelo fator  $\phi$ . Logo a impedância característica na superfície do material é dada por  $\tilde{Z}_c(\omega) = \tilde{Z}_{cp}/\phi$ , ou seja:

$$\tilde{Z}_c(\omega) = \frac{\rho_o c_o}{\phi} \sqrt{1 - \frac{j\phi\sigma}{\rho_o\omega}}. \quad (2.11)$$

Desta forma, pode-se calcular a impedância de superfície de uma amostra porosa apoiada em uma superfície rígida utilizando as quantidades  $\tilde{k}_c$  e  $\tilde{Z}_c$  na equação:

$$\tilde{Z}_s = \tilde{Z}_c \frac{1 + e^{-j\tilde{k}_c L}}{1 - e^{-j\tilde{k}_c L}} = -j\tilde{Z}_c \cot(\tilde{k}_c L), \quad (2.12)$$

onde o coeficiente de reflexão é dado por  $e^{-j\tilde{k}_c L}$ , e  $L$  é espessura da amostra. O coeficiente de absorção pode ser calculado como:

$$\alpha = 1 - \left| \frac{\tilde{Z}_s - \rho_o c_o}{\tilde{Z}_s + \rho_o c_o} \right|^2. \quad (2.13)$$

Este modelo fornece resultados de impedância de superfície observados na Figura 2.2 e coeficiente de absorção na Figura 2.3. Considerou-se uma porosidade de 0,9 e espessura de amostra 10 mm, variando a resistência ao fluxo normalizada pela impedância do ar a 20°C. A abscissa é o produto da frequência pela espessura do material  $L$  em [Hz m].

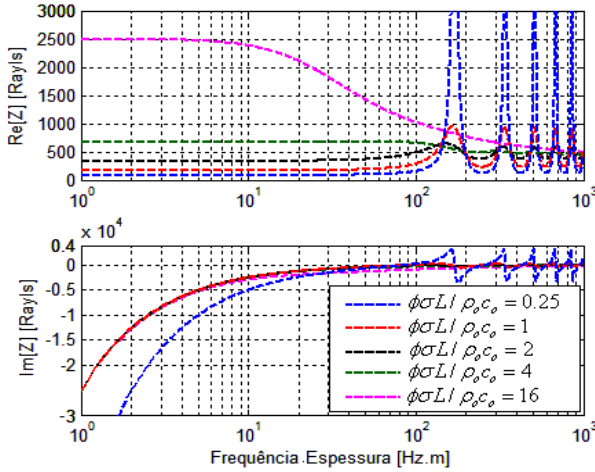


Figura 2.2: Impedância de superfície do modelo de Rayleigh em Rayls.

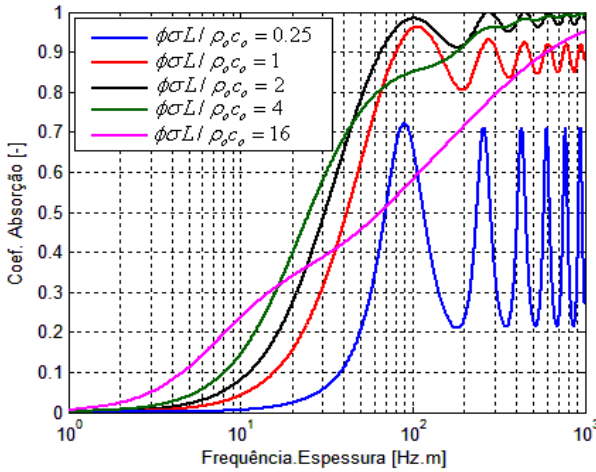


Figura 2.3: Coeficiente de absorção do modelo de Rayleigh.

A tendência crescente observada nas curvas do coeficiente de absorção é explicada pelo fato que com o aumento na frequência, a impedância de superfície e a impedância dos poros se aproximam da impedância do ar livre  $\rho_o c_o$ , havendo assim o casamento entre as impedâncias. O coeficiente de absorção apresenta maiores valores para  $\phi\sigma L/\rho_o c_o$  entre 1 e 4. O primeiro máximo de absorção sonora ocorre quando o material acomoda um quarto de comprimento de onda ao

longo de sua espessura. O baixo coeficiente de absorção de materiais porosos que apresentam pequenas espessuras podem ser compensadas por uma maior resistividade, favorecendo um acréscimo na dissipação interna. Nota-se que neste modelo, a tortuosidade ainda não é considerada assim como os efeitos de trocas térmicas.

### 2.3 MODELO DE FLUIDO EQUIVALENTE DE ZWIKKER E KOSTEN

O modelo de propagação acústica de Zwikker e Kosten (1949) também considera um material de estrutura rígida constituente de poros uniformes retilíneos de raio  $a$  e porosidade  $\phi$ . A estrutura é essencialmente rígida e apresenta grande densidade e rigidez comparada com o fluido dos poros. De acordo com Zwikker e Kosten, o meio poroso é substituído por um meio efetivo equivalente, caracterizado por uma impedância característica complexa  $\tilde{Z}_c(\omega) = \tilde{\rho}_{ef}(\omega)\tilde{c}(\omega)$  e uma nova constante de propagação dada por  $\tilde{m}(\omega) = j\omega/\tilde{c}(\omega) = j\tilde{k}_c(\omega) = \alpha^* + j\omega/c_f$ . O termo  $\tilde{c}(\omega)$  é a velocidade complexa de propagação sonora no meio poroso,  $c_f = \text{Re}[\tilde{c}(\omega)]$  é a velocidade de fase e  $\alpha^*$  a constante de atenuação. O novo número de onda, agora complexo, é dado por  $\tilde{k}_c$ .

Desta forma, considere um meio homogêneo isotrópico, que apresente uma estrutura porosa rígida de elevada densidade. Assume-se também que o comprimento de onda acústico no fluido é muito maior que a dimensão dos poros  $a$ . Os efeitos viscosos e térmicos são tratados separadamente, derivando a sua dependência na frequência através da função do módulo de compressibilidade dinâmica e a densidade efetiva do fluido nos poros.

Considere um gradiente de pressão unidimensional harmônico  $-\partial\tilde{p}/\partial x$  com como dependência no tempo na forma  $e^{i\omega t}$  aplicado ao meio sendo  $\tilde{p}$  a amplitude complexa de pressão acústica em qualquer ponto e  $\omega$  a frequência angular. A quantidade  $v_{in}$  é introduzida de forma similar para representar a velocidade complexa do fluido na direção  $x$  no interior do meio poroso. A equação do movimento pode ser escrita da seguinte maneira (Champoux e Stinson, 1992):

$$-\frac{\partial\tilde{p}}{\partial x} = j\omega\tilde{\rho}_{ef}(\omega)v_{in}, \quad (2.14)$$

na qual  $\tilde{\rho}_{ef}$  é a densidade dinâmica efetiva dependente da frequência. Baseando-se na equação da continuidade e na equação de estado e assumindo uma perturbação acústica para uma dada frequência, pode-se escrever:

$$\rho_o \frac{\partial v_{in}}{\partial x} + j\omega \tilde{\rho} = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\tilde{\rho}}{\rho_o} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{K}_{ef}(\omega)}, \quad (2.16)$$

onde  $\rho_o$  é a densidade estática de equilíbrio,  $\tilde{\rho}$  é a flutuação de pequena amplitude da densidade do fluido,  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  é o módulo de compressibilidade dinâmica do fluido ou “*bulk modulus*”. Esta última função leva em consideração o fato das variações de densidade nos espaços do poro não serem um processo puramente isotérmico e nem adiabático. Nota-se que a compressibilidade  $\beta(\omega)$  é proporcional ao inverso do modulo de compressibilidade  $\beta(\omega) = \gamma P_o / \tilde{K}_{ef}(\omega)$ , onde  $\gamma$  é a razão de calores específicos e  $P_o$  a pressão estática do meio.

A partir das equações (2.15) e (2.16), tem-se que:

$$-\frac{\partial v_{in}}{\partial x} = \frac{j\omega \tilde{p}}{\tilde{K}_{ef}(\omega)}. \quad (2.17)$$

Combinando a derivada parcial da equação (2.14) de  $v_{in}$  em relação à  $x$  e a equação (2.17), obtêm-se a seguinte equação de propagação unidimensional:

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{ef}(\omega)}{\tilde{K}_{ef}(\omega)} \tilde{p} = 0. \quad (2.18)$$

Assumindo uma pressão acústica na forma  $\tilde{p} = Ae^{-\tilde{m}_c(\omega)x}$ , onde  $\tilde{m}_c(\omega)$  é a constante de propagação complexa  $\tilde{m}_c(\omega) = \alpha^* + j\beta^*$  onde  $\alpha^*$  é a amplitude de atenuação e  $\beta^*$  é o número de onda de uma onda sonora em propagação no material poroso. A partir da equação (2.18),  $\tilde{m}_c(\omega)$  é dado por  $\tilde{m}_c(\omega) = j\omega[\tilde{\rho}_{ef}/\tilde{K}_{ef}]^{1/2}$ . Assumindo uma expressão similar para  $v_{in}$  da mesma forma que usada para  $\tilde{p}$ ,  $v_{in} = Be^{-\tilde{m}_c(\omega)x}$ , a equação (2.17) pode ser escrita como:

$$\tilde{m}_c(\omega)v_{in} = [j\omega/\tilde{K}_{ef}(\omega)]\tilde{p}. \quad (2.18)$$

A velocidade média acústica do fluido  $v_x$  na direção  $x$ , sob uma unidade de seção transversal no limite da superfície do meio poroso é dado por  $v_x = \phi v_{in}$ , onde  $\phi$  é a porosidade do material. A impedância característica do meio será  $\tilde{Z}_c(\omega) = \tilde{p}/v_x = Re + jX$ , onde  $Re$  representa a parcela resistiva e  $X$  a parcela reativa. Reapresentado os termos  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  como sendo a densidade dinâmica efetiva e o coeficiente de compressibilidade (*bulk modulus*) respectivamente, tem-se a impedância característica do meio poroso e o número de onda complexo dados por:

$$\tilde{Z}_c(\omega) = [\tilde{\rho}_{ef}\tilde{K}_{ef}]^{1/2}, \quad (2.19)$$

$$\tilde{k}_c(\omega) = \omega[\tilde{\rho}_{ef}/\tilde{K}_{ef}]^{1/2}. \quad (2.20)$$

Fisicamente,  $\tilde{\rho}_{ef}$  considera as forças inerciais e viscosas por unidade de volume de fluido no meio poroso, e  $\tilde{K}_{ef}$  relaciona as trocas térmicas do fluido nos poros para a estrutura do material durante a propagação acústica. Esta é a forma básica das equações utilizadas na maioria dos modelos de propagação sonora em materiais porosos de estrutura rígida.

Para eliminar os efeitos da elasticidade da estrutura do material poroso, a excitação acústica é considerada em uma faixa de frequência onde a estrutura sólida comporta-se de forma rígida, normalmente em frequências abaixo da frequência de acoplamento fluido-estrutura. Quando o módulo de elasticidade da estrutura é elevado, em relação à compressibilidade do fluido ( $E \gg \gamma P_0$ ), este acoplamento fluido-estrutura ocorre em frequências muito elevadas, geralmente acima da faixa de uso em tubo de impedância. Considerando que a estrutura do material é fixa, apenas ondas longitudinais propagam-se na fase fluida. Desta forma, o fluido pode ser descrito macroscopicamente como um fluido homogêneo equivalente de densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e módulo de compressibilidade  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$ , conforme mencionado anteriormente.

O número de onda complexo  $\tilde{k}_c$  e a impedância de superfície  $\tilde{Z}_s$  do material poroso apoiado em uma superfície rígida, podem ser calculadas, respectivamente, como:

$$\tilde{k}_c(\omega) = -j\tilde{m}_c = \omega[\tilde{\rho}_{ef}/\tilde{K}_{ef}]^{1/2}, \quad (2.21)$$

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{\tilde{Z}_c}{\phi} \coth(\tilde{m}_c L) = -j \frac{\tilde{Z}_c}{\phi} \cot(\tilde{k}_c L), \quad (2.22)$$

No caso de um material poroso com certa cavidade de fluido ou ar enclausurado atrás da amostra, a impedância de superfície é dada por:

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{\tilde{Z}_c}{\phi} \left( \frac{\tilde{Z}_{cav} \cosh(\tilde{m}_c L) + \tilde{Z}_c \sinh(\tilde{m}_c L)}{\tilde{Z}_{cav} \sinh(\tilde{m}_c L) + \tilde{Z}_c \cosh(\tilde{m}_c L)} \right), \quad (2.23)$$

onde a impedância da cavidade de fluido ou ar é dada por  $\tilde{Z}_{cav} = -j \rho_o c_o \cot(\omega l_{cav}/c_o)$ , sendo  $l_{cav}$  a espessura da cavidade atrás da amostra. A partir da impedância de superfície, a absorção pode ser calculada como:  $\alpha = 1 - |(\tilde{Z}_s - \rho_o c_o)/(\tilde{Z}_s + \rho_o c_o)|^2$ .

De acordo com a complexidade da forma dos poros, observado na Figura 2.4, uma maior quantidade de parâmetros macroscópicos é necessária para descrever de forma adequada o comportamento acústico e absorção sonora do material.

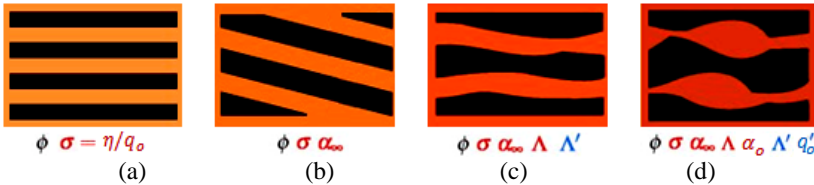


Figura 2.4: Aumento de complexidade dos modelos de fluido equivalente: poros cilíndricos alinhados (a), poros cilíndricos inclinados (b), poros com variação de seção suave (c), e com possíveis constricções (d).

Estes modelos são considerados semi-fenomenológicos, pois estão atrelados a parâmetros de medição experimental independentes, como resistência ao fluxo, tortuosidade, porosidade, etc.

Dentre os parâmetros macroscópicos apresentados na Figura 2.4, pode-se citar a porosidade,  $\phi$  [—], a resistividade ao fluxo,  $\sigma$  [Ns/m<sup>4</sup>], a permeabilidade viscosa,  $q_o$  [m<sup>2</sup>], a tortuosidade,  $\alpha_\infty$  [—], o comprimento característico viscoso,  $\Lambda$  [m], o comprimento característico térmico,  $\Lambda'$  [m], o limite de baixa frequência da tortuosidade dinâmica,  $\alpha_o$  [—], e



permeabilidade estática térmica,  $q'_o$  [ $\text{m}^2$ ]. Este parâmetros serão melhor detalhados a seguir e no capítulo 3.

Para materiais porosos que apresentam  $n_{cil}$  poros cilíndricos de raio  $a$  (por unidade de área transversal), conforme a Figura 2.5, observa-se que os comprimentos característicos serão iguais ao raio  $a$  dos poros, em metros. Neste caso, a resistividade ao fluxo é dada por (Allard e Atalla, 2009):

$$\sigma = \frac{p_2 - p_1}{v_{in} n \pi a^2 L}. \quad (2.24)$$

O fluido nos poros é submetido a duas forças opostas devidas à viscosidade dinâmica e ao gradiente de pressão. Para a faixa de frequências na qual a camada limite viscosa é muito maior do que o raio dos poros,

$$(2\eta/\omega\rho_o)^{1/2} \gg a, \quad (2.25)$$

a fricção por atrito viscoso é consideravelmente importante.

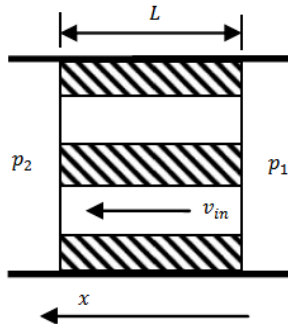


Figura 2.5: Amostra de material poroso de espessura  $L$  e área unitária apresentando uma pressão diferencial (Allard e Atalla, 2009).

Considerando-se a aproximação do limite de baixa frequência ( $\omega \rightarrow 0$ ) para propagação acústica de tubos de seção cilíndrica, a aplicação da lei de Newton com relação aos efeitos de atrito viscoso leva à seguinte equação (Allard e Atalla, 2009):

$$v_{in} = \frac{a^2}{8\eta} \left( -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right). \quad (2.26)$$

Desta forma, a resistividade ao fluxo para este material como poros cilíndricos uniformes é dado por:

$$\sigma = \frac{8\eta}{a^2 \phi}, \quad (2.27)$$

em que  $\phi = n_{cil}\pi a^2$  é a porosidade do material para uma área superficial unitária.

Para outros tipos de seção de área do poro, o raio hidráulico  $\bar{r}$  pode ser utilizado para o cálculo da resistividade ao fluxo. Este é dado por  $\bar{r} = 2A_{sec}/per$ , onde  $A_{sec}$  é a área de seção do poro e  $per$  o perímetro do poro. Para algumas secções transversais de poros simples, tem-se na Tabela 2.1 a resistividade ao fluxo multiplicada pela porosidade, esta em função do raio hidráulico.

Tabela 2.1: Resistividade ao fluxo e fator de forma para poros simples (Allard e Atalla, 2009).

Forma da Seção	$\sigma\phi$ [Ns/m <sup>4</sup> ]
Circular	$8\eta/\bar{r}^2$
Quadrangular	$7\eta/\bar{r}^2$
Triangular Equilateral	$6,5\eta/\bar{r}^2$
Fenda Retangular	$12\eta/\bar{r}^2$

Observa-se que na literatura sobre materiais porosos de estrutura rígida existe uma vasta quantidade de modelos analíticos baseados na proposta de fluido equivalente, introduzida inicialmente por Zwikker e Kosten (1949). Dentre estes, há modelos bastante simples com apenas dois parâmetros (porosidade e resistividade) e modelos bastante complexos, com até sete parâmetros. Apesar da praticidade dos modelos de dois parâmetros, como o de Rayleigh (Kuttruff, 2006), eles não são capazes de representar com precisão a dissipação acústica de materiais que possuem estrutura um pouco mais desordenada e, conseqüentemente, maior tortuosidade.

Por outro lado, os modelos mais complexos, como o modelo de Pride-Lafarge (Pride *et al.*, 1993; Lafarge, 1993) apresentam parâmetros adimensionais associados a tipos e formas de poros muito particulares. Seria necessário uma ampla base de dados experimentais para vários

tipos de microgeometrias e formas de poros, para desta forma aplicar estes modelos complexos com grande eficácia. Dentre estes dois extremos, existem modelos de três a seis parâmetros macroscópicos, os quais são bastante eficientes. Neste conjunto, pode-se citar o modelo de Biot-Allard (Allard e Atalla, 2009), o qual inclui relativamente poucos parâmetros (porosidade, resistividade ao fluxo, tortuosidade), e mesmo assim possui uma precisão aceitável.

Geralmente, os parâmetros como comprimentos característicos térmicos e viscosos são relativamente mais complexos de serem avaliados experimentalmente. Por isso, os modelos acústicos com menor número de parâmetros necessários, como o de Biot-Allard (Allard e Atalla, 2009), podem ser muito interessantes, desde que a precisão seja satisfatória.

O modelo de Johnson-Champoux (Johnson *et al.*, 1987; Champoux e Allard, 1991) apresenta cinco parâmetros macroscópicos,  $\phi$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha_\infty$ ,  $\Lambda$  e  $\Lambda'$ . Em termos de custo e benefício, este modelo é bastante viável, sendo apresentado com frequência na literatura. Deve-se mencionar que os parâmetros  $\Lambda$  e  $\Lambda'$  podem ser estimados em uma faixa de precisão através dos dados de porosidade, resistividade e tortuosidade do material. No entanto, é importante ter um certo conhecimento da forma dos poros, ou da razão entre os comprimentos característicos.

Aumentando a complexidade, o modelo de Johnson-Lafarge (Johnson *et al.*, 1987; Lafarge *et al.*, 1997) apresenta a permeabilidade estática térmica  $q'_0$  como sexto parâmetro macroscópico, além dos cinco apresentados no modelo de Johnson-Champoux. Este influencia nas trocas térmicas no limite de baixa frequência, alterando um pouco a inclinação da curva de absorção antes do primeiro lóbulo máximo.

Posteriormente, Pride *et al.* (1993) consideraram uma correção ao modelo prévio de Johnson-Lafarge, adicionando a parte real  $\alpha_o$  na tortuosidade dinâmica  $\alpha_d(\omega) = \tilde{\rho}_{ef}(\omega)/\rho_o$  para o limite de baixa frequência. Desta forma, este modelo ajusta a parte real da densidade dinâmica efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  do modelo desenvolvido por Johnson *et al.* (1987) para o limite de baixa frequência, de acordo com o tipo de microestrutura. No entanto, a determinação do parâmetro  $\alpha_o$  é incerta e pouco funcional, pois esta é obtida apenas para os materiais estudados por Pride *et al.* (1993). Neste modelo, a propagação sonora é completamente determinada pelos sete parâmetros a seguir,  $\phi$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha_\infty$ ,  $\Lambda$ ,  $\Lambda'$ ,  $q'_0$  e  $\alpha_o$ .

Observa-se também que a influencia deste novo parâmetro  $\alpha_o$  é pouco significativa em relação ao modelo de Johnson-Lafarge. Por isso,

serão apresentados nos itens a seguir os modelos de maior relevância em relação ao custo e precisão: de Johnson-Champoux e de Johnson-Lafarge.

### 2.3.1 Modelo de Johnson-Champoux

Neste caso, conforme o modelo de fluido equivalente baseado nos trabalhos de Johnson *et al.* (1987) e Champoux e Allard (1991), a densidade efetiva e o módulo de compressibilidade dinâmica são dados por:

$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o \alpha_\infty \left( 1 + \frac{\phi \sigma}{j \omega \rho_o \alpha_\infty} \left( 1 + j \frac{4 \omega \rho_o \eta \alpha_\infty^2}{\sigma^2 \phi^2 \Lambda^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right), \quad (2.28)$$

$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = \frac{\gamma P_o}{\gamma - (\gamma - 1) \left( 1 + \frac{8 \eta}{j \omega \text{Pr} \Lambda'^2 \rho_o} \left( 1 + j \frac{\omega \text{Pr} \rho_o \Lambda'^2}{16 \eta} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}}. \quad (2.29)$$

Neste modelo, os cinco parâmetros macroscópicos mais importantes são considerados. Estes descrevem a complexidade e interconectividade dos poros, e são dados pela porosidade,  $\phi$ , resistividade ao fluxo,  $\sigma$ , tortuosidade,  $\alpha_\infty$  e os comprimentos característicos viscosos,  $\Lambda$  e térmicos  $\Lambda'$ .

Para a maioria dos materiais porosos, o comprimento característico viscoso é menor que o comprimento característico térmico. Os parâmetros  $\sigma$ ,  $\Lambda$ ,  $\Lambda'$ ,  $\phi$  e  $\alpha_\infty$  apresentam as seguintes relações (Allard e Atalla, 2009; Champoux e Allard, 1991):

$$\Lambda = c \left( \frac{8 \alpha_\infty \eta}{\sigma \phi} \right)^{1/2} \quad 0,25 \leq c \leq 1, \quad (2.30)$$

$$\Lambda' = c' \left( \frac{8 \alpha_\infty \eta}{\sigma \phi} \right)^{1/2} \quad c \leq c' \leq 3, \quad (2.31)$$

onde  $c$  e  $c'$  são parâmetros que dependem da geometria e forma do poro, relacionados com a dissipação viscosa e térmica, respectivamente. O

parâmetro  $c$  apresenta valores típicos entre 0,25 e 1 para maioria dos materiais porosos, ou seja,  $0,25 \leq c \leq 1$  (Johnson *et al.*, 1987). O parâmetro  $c'$  apresenta valores menores que 3 e é maior do  $c$ , ou seja  $c \leq c' \leq 3$ . Um bom ajuste entre o modelo analítico e resultados experimentais foi encontrado em Champoux e Allard (1991), com  $c = 0,64$  e  $c' = 1,34$ .

### 2.3.2 Modelo de Johnson-Lafarge

Dentre os estudos sobre materiais porosos conduzidos por muitos pesquisadores (Allard e Atalla, 2009), uma das contribuições mais significativas foi realizada por Johnson *et al.* (1987). Em seu trabalho, foi estabelecido o limite de alta e baixa frequência para a tortuosidade dinâmica assim como a permeabilidade viscosa e introduziu-se um parâmetro para descrever as características de conectividade entre os poros. Suas expressões de tortuosidade e permeabilidade são amplamente usadas em modelos de materiais porosos de estrutura rígida. Os efeitos térmicos em tais estudos foram discutidas por Lafarge *et al.* (1997), utilizando uma abordagem semelhante à de Johnson *et al.* (1987).

Desta forma, com base no trabalho de Johnson *et al.* (1987), para a densidade efetiva e Lafarge *et al.* (1997), para o módulo de compressibilidade dinâmica, estas expressões são dadas respectivamente por:

$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o \alpha_\infty \left( 1 + \frac{\phi \eta}{j \omega \rho_o \alpha_\infty q_o} \left( 1 + j \frac{4 \omega \rho_o q_o^2 \alpha_\infty^2}{\eta \phi^2 \Lambda^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right), \quad (2.32)$$

$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = \frac{\gamma P_o}{\gamma - (\gamma - 1) \left( 1 + \frac{\phi \eta}{j \omega \rho_o \text{Pr } q_o'} \left( 1 + j \frac{4 \rho_o \text{Pr } q_o'^2 \omega}{\eta \phi^2 \Lambda'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}}, \quad (2.33)$$

em que  $P_o$  é a pressão estática do meio,  $\alpha_\infty$  a tortuosidade,  $q_o$  a permeabilidade estática viscosa,  $q_o'$  a permeabilidade estática térmica,  $\eta$  a viscosidade do fluido,  $\gamma$  a razão de calores específicos a pressão e volume constantes  $\gamma = c_p/c_v$ , Pr o número de Prandtl ( $\text{Pr} = \eta c_p/k_f$ , onde  $c_p$  é o calor específico a pressão constante e  $k_f$  a condutibilidade

térmica do fluido),  $\Lambda$  é o comprimento característico viscoso e  $\Lambda'$  o comprimento característico térmico. A compressibilidade dinâmica é dada por  $\beta(\omega) = \gamma P_o / \tilde{K}_{ef}(\omega)$  e a tortuosidade dinâmica é definida como  $\alpha_d(\omega) = \tilde{\rho}_{ef}(\omega) / \rho_o$ . Observe, que as equações (2.28) e (2.32) são idênticas, no entanto, esta última está descrita em termos da permeabilidade estática viscosa, invés da resistividade ao fluxo.

Pode-se notar que uma expressão similar para  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  foi proposta por Champoux e Allard (1991), conforme equação (2.29). De acordo com Allard e Atalla (2009), a permeabilidade viscosa deveria ser definida como permeabilidade visco-inercial. A permeabilidade dinâmica viscosa  $q(\omega)$  foi definida primeiramente por Johnson *et al.* (1987), sendo um parâmetro relacionado ao gradiente de pressão e à velocidade de partícula em fluido de volume elementar. Em um meio poroso isotrópico, pode-se escrever:

$$q(\omega) = \frac{\eta \phi}{j \omega \tilde{\rho}_{ef}(\omega)}. \quad (2.34)$$

Uma aproximação consiste em usar um parâmetro de baixa frequência, a partir da definição de resistividade ao fluxo  $\sigma$ . Tem-se então a permeabilidade estática viscosa  $q_o$ , dada por:

$$q_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} [q(\omega)] = \frac{\eta}{\sigma}. \quad (2.35)$$

A resistividade ao fluxo ou a permeabilidade viscosa são mensuráveis e, quando a frequência tende a zero, esta fornece informações essenciais sobre as interações viscosas nos poros do material. Desta forma, a permeabilidade estática viscosa  $q_o$  é um parâmetro intrínseco que depende somente da microgeometria da estrutura porosa, pois  $\sigma$  é proporcional à  $\eta$  para um fluido qualquer.

Em relação à permeabilidade térmica e à compressibilidade do fluido em um meio poroso, tem-se os passos a seguir.

Em um material poroso que possua uma estrutura rígida saturada por um fluido, a descrição macroscópica da troca térmica entre a estrutura e o fluido é necessária para predizer a compressibilidade do fluido equivalente. Esta descrição será obtida com o auxílio do conceito de permeabilidade térmica dinâmica. O parâmetro de permeabilidade térmica dinâmica  $q'(\omega)$  foi definido por Lafarge *et al.* (1993, 1997).

A permeabilidade térmica é um parâmetro que relaciona a derivada de pressão acústica no tempo ( $dp/dt = j\omega p$ , considerada

espacialmente constante ao longo do poro, para comprimentos de onda muito maiores que a dimensão característica do poro) e a temperatura acústica média espacial  $\langle \tilde{T} \rangle$ , definido como:

$$q'(\omega) = \frac{\phi k_f}{j\omega p} \langle \tilde{T} \rangle, \quad (2.36)$$

onde  $k_f$  é a condutibilidade térmica. O termo  $q'(\omega)$  tem a mesma dimensão de  $q(\omega)$ , ou seja, metros quadrados na unidade SI. Quando  $\omega$  tende a zero,  $q'$  tende a permeabilidade estática térmica  $q'_o$ . De acordo com Torquato (1990),  $q'_o \geq q_o$ .

Quando a estrutura porosa apresenta capacidade térmica suficiente para a parte real da compressibilidade  $\beta(\omega)$  atingir o valor isotérmico,  $\gamma$ , no limite de baixa frequência ( $\omega \rightarrow 0$ ), a variação de temperatura pode ser considerada nula nas paredes do poro (substituindo a analogia da condição de não-deslizamento,  $v = 0$ , para um fluxo viscoso).

A justificativa da utilização da permeabilidade térmica e viscosa em função do comprimento de onda é a caracterização acústica de um fluido equivalente. É possível encontrar uma relação entre a permeabilidade estática térmica  $q'_o$  e a compressibilidade dinâmica  $\beta(\omega)$  para o limite de  $\omega \rightarrow 0$  (Debray *et al.*, 1997; Champoux e Allard, 1991). A partir da equação (2.36), é possível demonstrar que:

$$q'_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\phi \eta \text{Im}[\beta(\omega)]}{\omega \rho_o \text{Pr}(1 - \gamma)}. \quad (2.37)$$

A estimativa de  $q'_o$  foi sugerida por Henry e Allard (1997), no entanto não é possível avaliar  $\beta(\omega)$  em frequências suficientemente baixas, sem o seu prévio conhecimento em função da frequência. Outros modelos de compressibilidade dinâmica  $\beta(\omega)$  independentes da permeabilidade estática térmica, como por exemplo o modelo de Champoux e Allard (1991) podem ser utilizados para estimar  $q'_o$ .

Desta forma, pode-se avaliar a permeabilidade térmica, utilizando o modelo de Lafarge *et al.* (1997) e as propriedades do material poroso #2 do trabalho de Henry e Allard (1997), cujos parâmetros são:

Totuosidade:  $\alpha_\infty = 1,05$ ;

Porosidade:  $\phi = 0,98$ ;

Comprimento característico viscoso:  $\Lambda = 1,9 \times 10^{-4}$  m;

Comprimento característico térmico:  $\Lambda' = 6,1 \times 10^{-4}$  m;

Permeabilidade estática viscosa:  $q_o = 3,1 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>;

Permeabilidade estática térmica:  $q'_o = 9,2 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>.

Nota-se que a curva de permeabilidade térmica vista na Figura 2.6, quando  $\omega \rightarrow 0$ , apresenta o valor de  $q'_o = 9,199 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>, próximo ao valor inicialmente introduzido ao modelo de compressibilidade dinâmica.

Desta maneira, conclui-se que o limite de baixa frequência da expressão da permeabilidade térmica estudada é realmente válida. De acordo com Henry e Allard (1997), em suas avaliações analíticas e experimentais, afirma-se que a razão entre as permeabilidades estáticas térmica e viscosa  $q'_o/q_o$ , apresenta a mesma ordem de magnitude da razão entre os comprimentos característicos térmico e viscoso  $\Lambda'/\Lambda$ , e esta ordem de magnitude está entre 1,5 e 4. Nota-se que estas razões são iguais  $q'_o/q_o = \Lambda'/\Lambda$  quando a porosidade é muito próxima de 1. No caso de fibras circulares equidistantes, esta razão torna-se igual a 2 e no caso de esferas ela torna-se 1,5. No caso de esferas, a razão  $q'_o/q_o$  foi calculada por Kostek *et al.* (1992).

No trabalho de Allard *et al.* (1998) encontra-se que a relação  $q'_o = \alpha_\infty q_o$  pode ser uma estimativa para alguns materiais granulares. No caso de poros cilíndricos de raio igual a  $\Lambda'$ , tem-se que a permeabilidade térmica estática é dada por  $q'_o = \phi \Lambda'^2/8$  (Allard e Atalla, 2009).

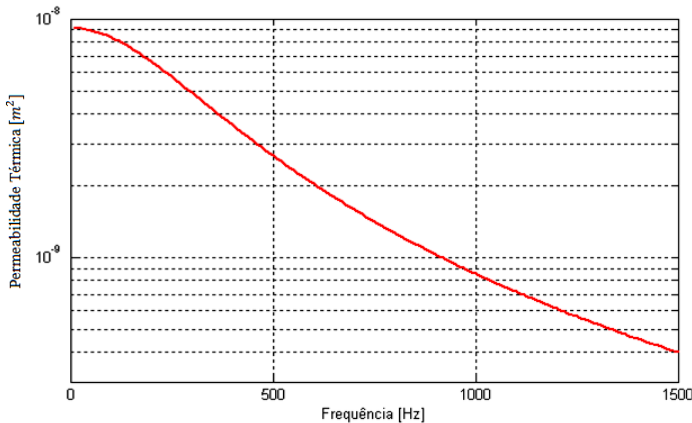


Figura 2.6: Permeabilidade térmica válida para limite de baixa frequência; (Modelo de Lafarge *et al.*, 1997).



No caso de poros cilíndricos idênticos alinhados paralelamente com dimensões muito menores que o comprimento de onda, cuja propagação é perpendicular à área de seção transversal, tem-se as seguintes relações:

$$q'(\omega) = q(\omega \text{Pr}); \quad q'_o = q_o; \quad \Lambda' = \Lambda; \quad \alpha_\infty = 1. \quad (2.38)$$

Pela definição de tortuosidade, este parâmetro não deve ser menor que 1, e para a maioria dos materiais acústicos porosos nota-se que a tortuosidade é geralmente menor que 4.

Já foi comentado que as funções  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  expressam respectivamente as trocas viscosas e térmicas entre o fluido e a estrutura porosa, responsáveis pelo amortecimento e absorção sonora dos materiais porosos. Para considerar apenas as dissipações viscosas ao modelo e observar o efeito de importância na absorção sonora, basta considerar o módulo de compressibilidade constante e igual a  $\tilde{K}_{ef}(\omega) = \gamma P_o$ . Por outro lado, para considerar apenas a dissipação térmica, deve-se manter a densidade dinâmica efetiva constante, de forma que  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o$ . De acordo com Perrot (2006), a dissipação viscosa contribui com a maior parcela da dissipação total, cerca de 70 % para materiais de polietileno, e apenas 30% relacionada à dissipação térmica. Estas trocas são devidas primeiramente ao movimento relativo do fluido no interior da estrutura, mesmo esta considerada rígida. Por outro lado, é devido também às compressões e rarefações do fluido que satura a amostra porosa durante o movimento ondulatório.

As parcelas do fluido afetadas pelas dissipação viscosa e térmica podem ser estimadas pela razão entre os comprimentos característicos do material poroso, como exemplo as dimensões dos poros assim como a espessura das camadas limite viscosa  $\delta_v = (2\eta/\omega\rho_o)^{1/2}$  e térmica  $\delta_t = (2\eta/\omega\rho_o\text{Pr})^{1/2}$ . Para os efeitos viscosos, o domínio corresponde à região do fluido na qual a distribuição de velocidade é perturbada pelas forças de fricção, justamente na interface entre o fluido viscoso e a estrutura rígida. Para os efeitos de dissipação térmica, esta região corresponde ao volume de fluido afetado pelas trocas térmicas entre as duas fases do material poroso.

A faixa de frequências tal que a espessura da camada limite viscosa  $\delta_v = (2\eta/\omega\rho_o)^{1/2}$  é muito maior do que os raios dos poros  $a$ , ou seja,  $\delta_v/a \gg 1$ , é chamado de baixas frequências. Para estas frequências, as forças viscosas são importantes em todo o fluido. Ao mesmo tempo, o ciclo de compressão-expansão é lento o suficiente para

favorecer as trocas térmicas entre o fluido e a estrutural do material poroso. A temperatura da estrutura é então praticamente invariável devido à propagação das ondas acústicas com elevado valor de  $\gamma$ . Assim, a estrutura apresenta o comportamento termo-estático, e neste caso a compressibilidade isotérmica é diretamente aplicável, onde  $\beta(\omega) \cong \gamma$  para  $\omega \rightarrow 0$ . Quando há o aumento da frequência, a espessura da camada limite torna-se mais estreita e os efeitos viscosos são concentrados em um volume menor próximo da parede do poro e tem-se  $\delta_v/a \ll 1$ . Neste caso, os efeitos viscosos no fluido podem ser negligenciados: o fluido comporta-se quase como um fluido perfeito (com viscosidade dinâmica nula). Neste domínio de frequências, o ciclo de compressão-expansão torna-se muito mais rápida do que a troca de calor entre o fluido e a estrutura, e com boa aproximação pode-se considerar a compressão adiabática.

Sabe-se que os modelos de fluido equivalente são de maneira geral bastante precisos para a determinação de propriedades de absorção acústica de materiais porosos. No entanto, há a necessidade de determinação experimental de alguns parâmetros macroscópicos para uma avaliação efetiva. Estes parâmetros não estão visualmente relacionados às características microgeométricas do material, a não ser que seja modelado como poros cilíndricos alinhados. Por isso, modelos que associam a característica acústica com parâmetros dimensionais podem ser interessantes no intuito de encontrar uma material mais adequado para certa aplicação. Baseado neste raciocínio, tem-se o modelo de Lu *et al.* (2000), que possui como base analítica estruturas microperfuradas.

## 2.4 MODELO DE TIAN LU

O modelo proposto por Lu *et al.* (2000) para materiais porosos rígidos de alumínio com poros abertos é baseado na teoria de absorvedores de painéis micro perfurados, desenvolvida por Maa (1998). De acordo com o seu resultado, a impedância acústica específica de fluido no interior de uma célula ( $Z_D$ ), a resistência acústica específica ( $R_0$ ) e a reatância das aberturas ( $M_0$ ) são dadas por:

$$Z_D = -\rho_o c_o \cot(\bar{D}\omega/c_o), \quad (2.39)$$

$$R_0 = 32\eta(t_c/d^2) \left( \sqrt{1 + s^2/32} + \sqrt{sd/4t_c} \right), \quad (2.40)$$

$$M_0 = \omega \rho_o t \left( 1 + 1/\sqrt{9 + s^2/2} + 0,85d/t_c \right); \quad (2.41)$$

nas quais  $D$  é o diâmetro de poro e  $d$  é o diâmetro da abertura. O termo  $\bar{D}$  representa a distância entre os planos médios da parede da célula na direção longitudinal, e no caso de poros cilíndricos, tem-se a relação  $\bar{D} = 0,909D$ . A frequência angular é dada por  $\omega$ , e  $t_c$  é a espessura de parede da célula, dada por:

$$t_c = \frac{(1 - \phi)D}{\left( 3,55 - \frac{6d}{\bar{D}^2} \right)}, \quad (2.42)$$

sendo  $s = (\omega \rho_o / \eta)^{1/2} d / 2$  o número de onda de cisalhamento. Na Figura 2.7, observa-se o modelo idealizado da estrutura celular.

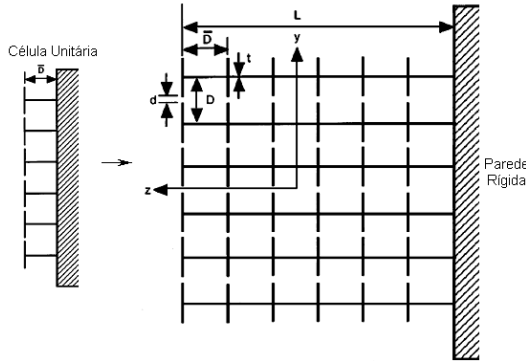


Figura 2.7: Modelo proposto por Lu *et al.* (2000) para material poroso de estrutura rígida.

A impedância específica de cada orifício é dada por:

$$Z_0 = R_0 + iM_0, \quad (2.43)$$

onde  $z_0 = Z_0(\bar{D}^2/d^2)$  é a impedância relativa específica dos orifícios. Para apenas uma única lâmina de células, a impedância do sistema é dada por:

$$Z_1 = z_0 + Z_D = R_1 + iM_1, \quad (2.44)$$

Se o número de células na direção de propagação ( $L/\bar{D}$ ) for maior que 1, a impedância acústica do sistema deve considerar a impedância de camadas de células adicionais, e a cavidade de fluido, se

existir. Utilizando analogias eletroacústicas, isto pode ser calculado concatenando parcelas de impedância. No caso de duas células apoiadas sobre terminação rígida, tem-se:

$$Z_2 = z_0 + \frac{1}{\frac{1}{z_D} + \frac{1}{z_1}}, \quad (2.45)$$

e sucessivamente, tem-se:

$$Z_n = z_0 + \frac{1}{\frac{1}{Z_D} + \frac{1}{Z_{n-1}}} = R_n + iM_n, \quad (2.46)$$

O coeficiente de absorção pode ser calculado através da expressão:

$$\alpha = \frac{4R_n/\rho_o c_o}{(1 + R_n/\rho_o c_o)^2 + (M_n/\rho_o c_o)^2}. \quad (2.47)$$

Alguns resultados apresentados por Hakamada *et al.* (2006) foram reproduzidos nas Figuras 2.8 a 2.10. Foram avaliadas as amostras "A", "B", "C", "D" e "F" desta referência. Considerou-se o ar como fluido, sendo que os materiais porosos são fabricados em alumínio poroso. Primeiramente, pode-se notar o efeito do diâmetro de abertura dos poros no coeficiente de absorção, de acordo com a Figura 2.8.

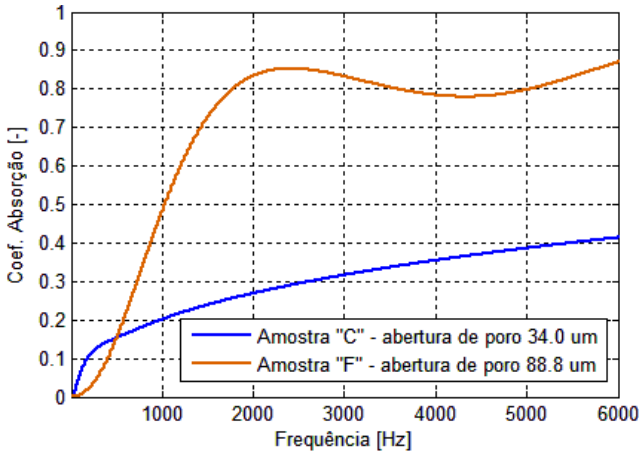


Figura 2.8: Comparação do efeito do diâmetro de abertura através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, porosidade: 85 %, dimensão de poro, 212-300 µm.

Nota-se que de acordo com a relação do diâmetro de poro e diâmetro de abertura, o coeficiente de absorção pode apresentar diferenças significativas. Neste caso, o diâmetro de abertura sendo quase 6 vezes menor que o diâmetro de poro, apresentou um coeficiente de absorção 2 a 3 vezes menor que quando o diâmetro de abertura era 2.5 vezes menor que o diâmetro de poro. Conclui-se que deve existir uma relação ótima de absorção entre estes dois parâmetros.

A seguir, a Figura 2.9, mostra uma comparação do efeito da porosidade para as amostras porosas de alumínio. Para este caso, nota-se que a o aumento da porosidade contribuiu com o aumento do coeficiente de absorção de forma gradual, confirmando o conceito de que materiais porosos de alta porosidade podem ser bons absorvedores acústicos.

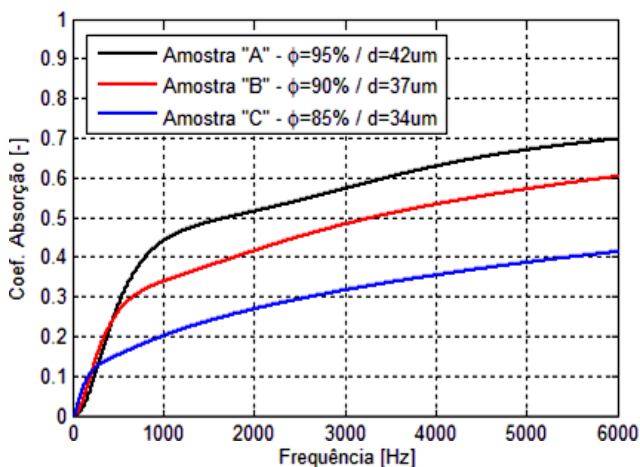


Figura 2.9: Comparação do efeito da porosidade através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, dimensão de poro, 212-300  $\mu m$ .

Em sequência, a Figura 2.10 apresenta a comparação do efeito de tamanho de poros. Verifica-se que a maior absorção ocorreu para diâmetro de poros de 212 a 300  $\mu m$  e que para um valor intermediário de diâmetro de poros de 425 a 500  $\mu m$ , apresentou menores valores do coeficiente de absorção. Neste caso, também é possível otimizar esta dimensão de diâmetro de poro para obter o máximo coeficiente de absorção.

Nota-se boa concordância entre os resultados analíticos e experimentais obtidos no trabalho de Hakamada *et al.* (2006), para materiais fabricados em alumínio poroso.

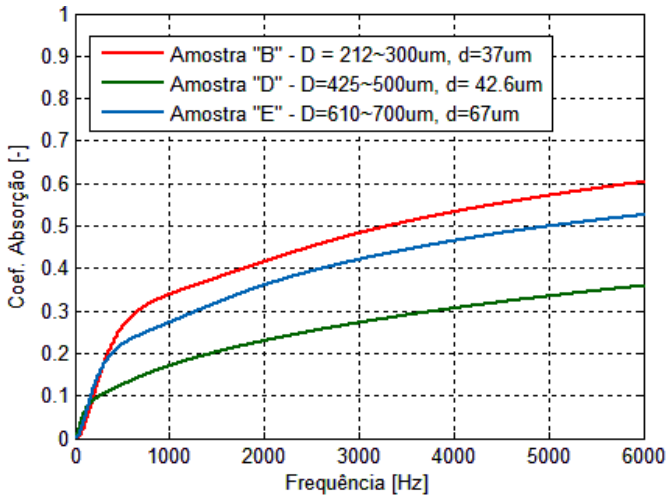


Figura 2.10: Comparação do efeito do tamanho de poros através do modelo de Tian Lu; espessura: 20 mm, porosidade: 85%.

No entanto, deve-se tomar certa precaução com a utilização deste modelo. Nem sempre é possível encontrar um diâmetro médio de abertura e um diâmetro médio de poro para qualquer tipo de estrutura porosa rígida, principalmente com interconexões muito complexas.

## 2.5 COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS MODELOS ANALÍTICOS

Neste item, serão analisados alguns resultados dos modelos analíticos para materiais porosos de estrutura rígida. Serão comparados os valores de densidade efetiva, compressibilidade dinâmica, número de onda complexo e velocidade do som no domínio da frequência, assim como as impedâncias de superfície e coeficiente de absorção, utilizando os mesmos parâmetros macroscópicos. A Figura 2.11 apresenta as comparações das partes real e imaginária da compressibilidade dinâmica e densidade efetiva. Os parâmetros considerados para um material hipotético são porosidade de 60 %, resistividade ao fluxo de 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade de 1,5 e espessura de amostra 10 mm, para o ar atmosférico a 20°C. Os comprimentos característicos foram calculados pelas equações (2.30) e (2.31) com  $c = 0,8$ , e  $c' = 1,15$ , sendo então

$\Lambda = 68 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda' = 98 \mu\text{m}$ . A permeabilidade viscosa  $q_o$  é dada pela equação (2.35) e a permeabilidade térmica de acordo com aproximação de Allard *et al.* (1998),  $q'_o = \alpha_\infty q_o$ . As propriedades do ar atmosférico a  $20^\circ\text{C}$  são  $\rho_o = 1,204 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_o = 343,2 \text{ m/s}$ ,  $\eta = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $\kappa_f = 0,026 \text{ W/mK}$ .

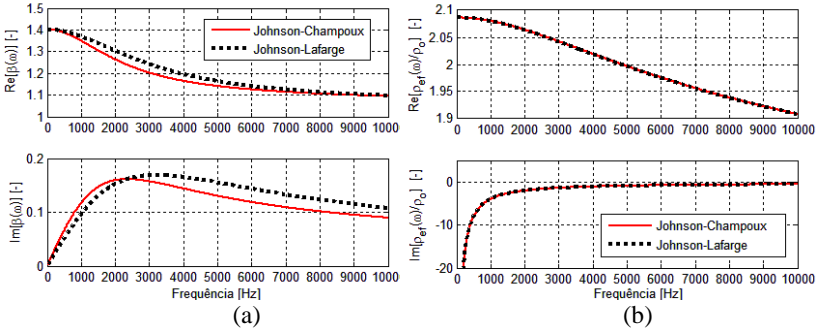


Figura 2.11: Comparação da compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva normalizada por  $\rho_o$  (b); Porosidade: 60%, resistividade:  $50 \text{ kNs/m}^4$ , tortuosidade: 1,5, espessura: 10 mm.

Observando os modelos de fluido equivalente, a Figura 2.11(a) confirma o fato de que a parte real da compressibilidade dinâmica (relacionada com as perdas térmicas) tende à razão dos calores específicos a pressão e volume constante para limite de baixas frequências, ou seja,  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \beta(\omega) \cong \gamma$ . Em relação à densidade efetiva, relacionada com as perdas viscosas no interior dos poros do material, a parte real apresenta valores com pequena variação com a frequência. No entanto a parte imaginária da densidade efetiva apresenta grandes variações, principalmente em baixas frequências.

Os modelos de Johnson-Champoux e Johnson-Lafarge utilizam a mesma formulação para a densidade efetiva, conforme constatado na Figura 2.10(b). Em relação à compressibilidade dinâmica, observa-se pequena divergência entre estes dois modelos, devido à introdução da permeabilidade térmica no modelo de Johnson-Lafarge. A Figura 2.12, apresenta a comparação do número de onda complexo e a velocidade complexa do som.

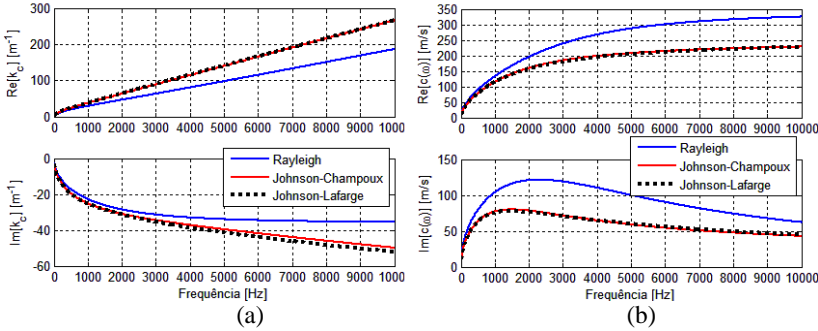


Figura 2.12: Comparação do número de onda complexo (a) e a velocidade complexa do som (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50  $\text{kN/m}^4$ , tortuosidade: 1,5, espessura: 10 mm.

Nota-se na Figura 2.12(a), que a parte real do número de onda complexo  $\tilde{k}_c$  apresenta uma variação quase linear com a frequência, no entanto com uma inclinação maior do que  $k_o = \omega/c_o$ , pois a parte real da velocidade complexa é menor que  $c_o$ . A parte imaginária de  $\tilde{k}_c$  representa a atenuação e cresce em valor absoluto com a frequência, mostrando que as baixas frequências são mais difíceis de atenuar que as altas frequências. A parte real da velocidade do som,  $\text{Re}[c(\omega)]$ , representa a velocidade de fase no interior do material. A velocidade de fase, para  $\omega \rightarrow \infty$ , depende da tortuosidade do material poroso. Para um material com tortuosidade unitária,  $\text{Re}[c(\omega)]$  tende a aproximar-se de  $c_o$  mais rapidamente com a frequência. Nota-se que o modelo de Rayleigh evidencia maiores divergências em relação aos modelos mais completos, por apresentar poros cilíndricos uniformes de tortuosidade unitária. Ou seja, este modelo independe da tortuosidade do material poroso e não representa bem o fluido equivalente quando este apresenta tortuosidade maior que  $\alpha_\infty > 1,05$ .

Na Figura 2.13, pode-se observar a comparação da impedância de superfície e o coeficiente de absorção para todos os modelos. Nota-se que a impedância de superfície apresenta maiores variações entre os modelos para a sua parte real. Os modelos que convergem entre si, para a impedância e coeficiente de absorção, são os que apresentam maiores números de parâmetros macroscópicos, como os modelos de Johnson-Champoux e de Johnson-Lafarge. Para o modelo de Tian Lu, considerou-se o diâmetro dos poros como  $D = 2\lambda'$  e diâmetro de abertura como  $d = 2\lambda$ .



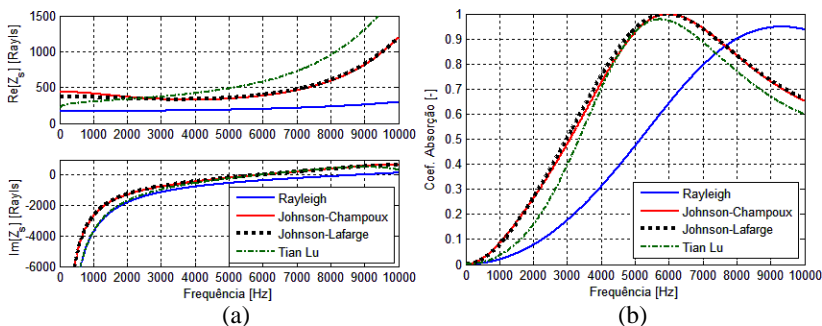


Figura 2.13: Comparação da impedância de superfície (a) e o coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm.

O modelo de Rayleigh apresenta maior divergência em relação aos outros modelos por não considerar as perdas térmicas nos poros, os quais são considerados como cilíndricos e uniformes de tortuosidade unitária. Apesar do modelo de Tian Lu ter sido desenvolvido com base na teoria de placas microp perforadas, apresenta razoável concordância pois aproxima-se de uma estrutura porosa idealizada utilizando parâmetros geométricos.

A permeabilidade térmica pode ser calculada a partir da compressibilidade dinâmica,  $\beta(\omega) = \gamma P_o / \tilde{K}_{ef}(\omega)$ , utilizando a equação (2.37),  $q'_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} [\phi \eta \text{Im}[\beta(\omega)]] / [\omega \rho_o \text{Pr}(1 - \gamma)]$ . Logo, conhecendo-se o limite da compressibilidade dinâmica do modelo para  $\omega \rightarrow 0$ , é possível estimar a permeabilidade térmica utilizando o modelo de Champoux, o qual independe deste parâmetro.

Observando a Figura 2.14, encontra-se a permeabilidade térmica  $q'_o = 5,46 \times 10^{-10} \text{ m}^2$  para os modelos de Lafarge, e  $q'_o = 7,23 \times 10^{-10} \text{ m}^2$  para o modelo de Champoux. Nota-se também que  $q'(\omega)$  apresenta valores maiores em baixas frequências, onde a troca térmica entre poros e estrutura é mais facilitada.

Além disso, as contribuições térmicas e viscosas podem ser analisadas separadamente para os valores de densidade efetiva, compressibilidade dinâmica, número de onda complexo e velocidade do som, impedâncias de superfície e coeficiente de absorção.

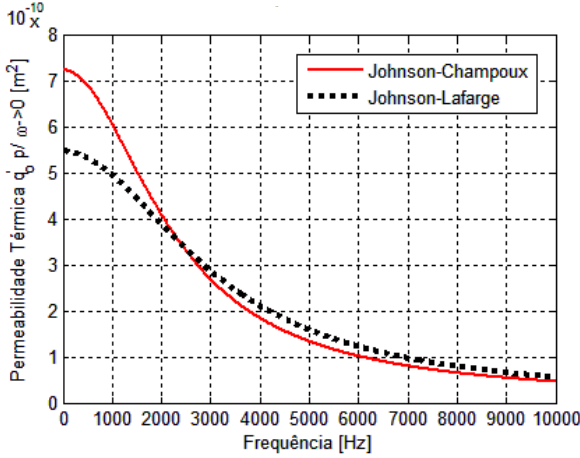


Figura 2.14: Comparação da permeabilidade térmica; Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,5, espessura: 10 mm.

O modelo de Johnson-Lafarge permite fazer a análise, observando quais variáveis são importantes nas perdas térmicas e viscosas de acordo com a frequência. Primeiramente observa-se a compressibilidade dinâmica e densidade efetiva na Figura 2.15.

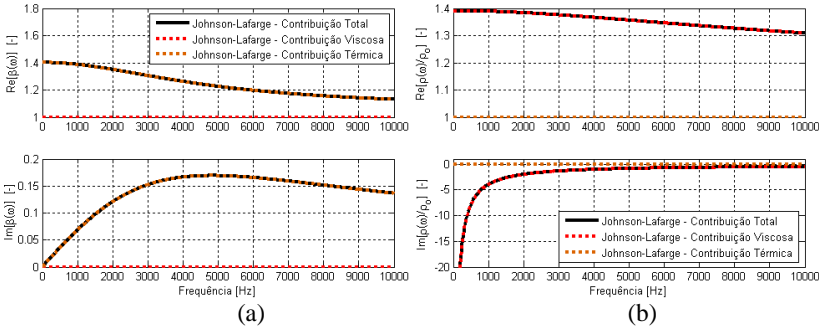


Figura 2.15: Contribuição viscosa e térmica na compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,0, espessura: 10 mm.

Verifica-se que quando se considera apenas a contribuição viscosa, tem-se  $\beta(\omega) = 1$ , pois a compressibilidade dinâmica representa as perdas térmicas. Além disso,  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \beta(\omega) \cong \gamma = 1,4$  é válido, evidenciando o limite isotérmico. Quando se tem  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \beta(\omega) \cong 1$ ,

caracteriza-se então limite adiabático. No caso contrário, considerando apenas a contribuição térmica, tem-se  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)/\rho_o = 1$ , pois a densidade efetiva representa as perdas viscosas no meio poroso. A seguir, na Figura 2.16, tem-se a influencia da contribuição térmica e viscosa no número de onda e na velocidade complexa do som. A atenuação relacionada com a parte imaginária do número de onda complexo é mais acentuada em valor absoluto para as contribuições viscosas.

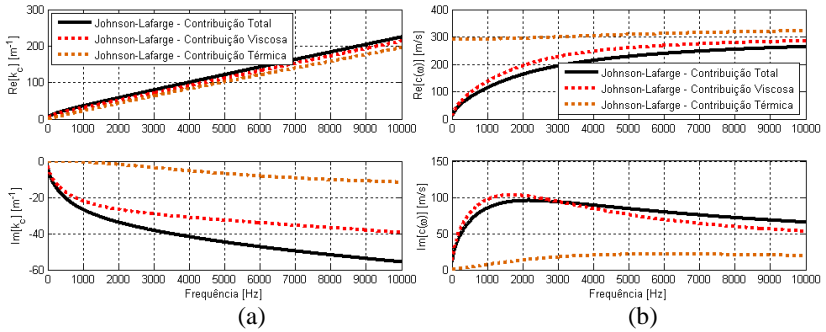


Figura 2.16: Contribuição viscosa e térmica na compressibilidade dinâmica (a) e densidade efetiva (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,0 , espessura: 10 mm.

A contribuição térmica apresenta menor variação da velocidade de fase com a frequência, assim como menor amortecimento acústico. Esta constatação é confirmada na Figura 2.17, observando a impedância de superfície e o coeficiente de absorção.

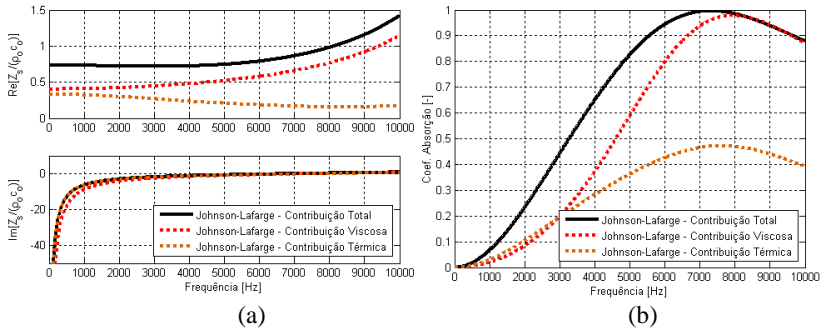


Figura 2.17: Contribuição viscosa e térmica na impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60%, resistividade: 50 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,0 , espessura: 10 mm.

A contribuição viscosa da parte real da impedância de superfície representa melhor a tendência da parte real global, variando com a frequência. Isto leva ao coeficiente de absorção em que a contribuição viscosa é a parcela mais importante.

Com o intuito de melhor entender a influência das propriedades termodinâmicas do ar atmosférico no coeficiente de absorção, utilizou-se o modelo de Johnson-Lafarge para prever estas alterações. Modificou-se primeiramente a temperatura do fluido de forma gradativa e em seguida a sua pressão estática.

Desta forma, pode-se visualizar na Figura 2.18 a influencia das propriedades do ar na curva de absorção sonora, de acordo com a variação de temperatura e pressão do meio. Este material fictício apresenta porosidade 80 %, resistividade 100 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade 1,2 e espessura de 10 mm.

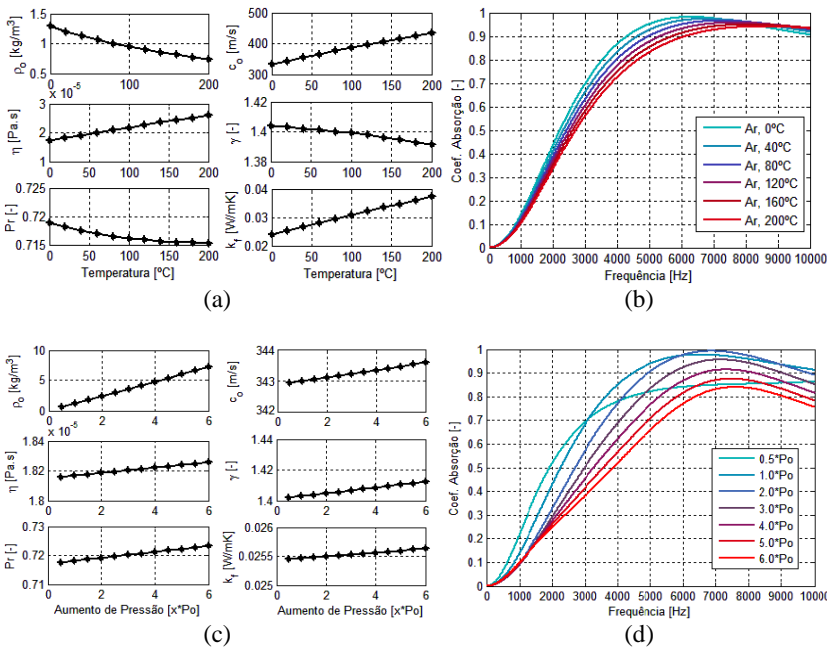


Figura 2.18: Variação das propriedades do fluido (a) e absorção (b) com a temperatura ( $P_0=101320$  Pa); variação das propriedades do fluido (c) e absorção (d) com a pressão ( $T_0=20^\circ\text{C}$ ); Porosidade: 80%, resistividade à  $20^\circ\text{C}$  e 101320 Pa: 100 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,2, espessura: 10 mm.

Nota-se que para aumentos de temperatura ou pressão, o valor máximo de coeficiente de absorção desloca-se para mais alta frequência, havendo também a redução de sua amplitude.

Observa-se também que o efeito na absorção devido ao aumento de pressão apresenta-se mais drástico que o aumento de temperatura. Isto é justificado pelo grande aumento da densidade do fluido, elevando também a impedância característica do meio, já que a velocidade do som permanece quase inalterada. No entanto, um comportamento oposto de aumento da absorção pode ser encontrado com o aumento de pressão, dependendo dos parâmetros macroscópicos do material. Isto ocorre, por exemplo, com elevadas resistividades ( $10^6 \text{ Ns/m}^4$ ). Estas propriedades termodinâmicas foram calculadas reprogramando em código particular as bibliotecas de fluido do *software* Refprop 7 (Lemmon *et al.*, 2002).

A seguir, serão avaliados quais as influencias do tipo de fluido (R600a, R134a e Ar) na propagação acústica no material poroso, assim como a aplicação em um compressor convencional (sucção ou descarga). Sabe-se que entre a cavidade e sucção, as propriedades não apresentam grandes variações, e por isso o coeficiente de absorção tende a ser muito semelhante. Desta forma, a absorção para cavidade não será calculada. Esta avaliação será realizada para um material hipotético cujas propriedades selecionadas são porosidade 60 %, resistividade ao fluxo de  $300 \text{ kNs/m}^4$  (para o ar atmosférico), tortuosidade de 1,5 e espessura de amostra 5 mm. Os comprimentos característicos foram calculados pelas equações (2.30) e (2.31) com  $c = 0,8$ , e  $c' = 1,15$ , sendo então  $\Lambda = 28 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\Lambda' = 40 \text{ } \mu\text{m}$ . A permeabilidade térmica de acordo com aproximação de Allard *et al.* (1998) é dada por  $q'_o = \alpha_\infty \eta_{ar} / \sigma_{ar} = 9,1 \times 10^{-11} \text{ m}^2$ .

De acordo com a equação (2.27), a resistividade ao fluxo é proporcional à viscosidade dinâmica do fluido  $\eta$ . Como as medições da resistividade ao fluxo são geralmente realizadas como ar à temperatura e pressão ambiente, deve-se então corrigir a resistividade ao fluxo de acordo com viscosidade dinâmica do gás em questão, de acordo com a equação (2.48):

$$\sigma_{gás} = \frac{\eta_{gás}}{\eta_{ar}} \sigma_{ar} . \quad (2.48)$$

Os demais parâmetros, como porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos estão relacionados à microgeometria da estrutura porosa, e independem das propriedades do fluido. Estas propriedades influenciam nos cálculos da densidade efetiva e na

compressibilidade dinâmica, assim como na impedância característica. Primeiramente, tem-se a Tabela 2.2 das propriedades para os gases R600a e R134a, de acordo com a temperatura de -23,3 °C na sucção e +54,4 °C na descarga para a pressão de saturação. A temperatura de funcionamento estabelecida é 40°C e 100°C, para a sucção e descarga, respectivamente.

Tabela 2.2: Propriedades do R600a e R134a para sucção e descarga.

Propriedades	R600a		R134a	
	Sucção	Descarga	Sucção	Descarga
$P_o$ [MPa]	0,062	0,761	0,115	1,469
$T_o$ [°C]	40	100	40	100
$c_o$ [m/s]	218,3	218,5	161,37	165,35
$\rho_o$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1,41	15,8	4,58	56,40
$\gamma$	1,10	1,12	1,114	1,185
$c_p$ [J/kg K]	1750	2149	876,1	1099
$\eta$ [Pa s]	$7,84 \times 10^{-6}$	$9,79 \times 10^{-6}$	$1,24 \times 10^{-5}$	$1,52 \times 10^{-5}$
$k_f$ [W/mK]	0,0174	0,0253	0,0146	0,0201
Pr	0,788	0,832	0,744	0,831

Nota-se que as maiores variações de acordo com o gás estão na pressão estática, na densidade do fluido, e na velocidade do som. Pode-se observar na Figura 2.19, quais são estes efeitos na impedância de superfície do material, assim como o seu coeficiente de absorção.

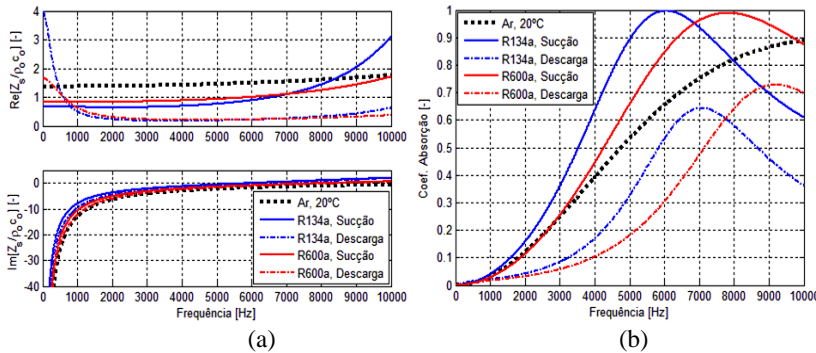


Figura 2.19: Influência do fluido na impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b); Porosidade: 60%, resistividade com ar: 300 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,5 , espessura: 5 mm.

Verifica-se uma grande influencia na parte real da impedância de superfície assim como no coeficiente de absorção de acordo com o gás e posição no compressor. No entanto, em relação à descarga, as diferenças são bastante evidentes. Por isso, é importante observar qual o tipo de gás e aplicação no compressor o qual este material poroso estará submetido, visando ter uma maior absorção.

A seguir, observar-se-á a influencia dos principais parâmetros (resistividade, porosidade, tortuosidade, espessura da amostra e cavidade de fluido atrás da amostra) na curva de absorção, tomando como referência um material poroso de estrutura rígida com porosidade de 60 %, resistividade ao fluxo de 300 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade de 1,5 e espessura de amostra 10 mm, sem cavidade de fluido atrás da amostra, considerando o ar atmosférico a 20°C.

Primeiramente, observa-se o efeito de variação da resistividade ao fluxo, na Figura 2.20.

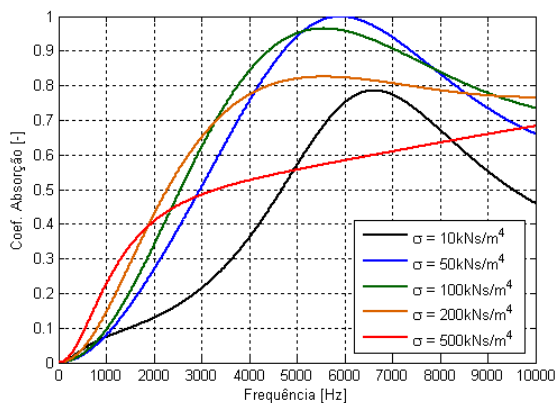


Figura 2.20: Variação da resistividade ao fluxo; porosidade: 60%, tortuosidade: 1,5 , espessura: 10 mm, ar a 20°C.

A resistividade ao fluxo é um dos parâmetros mais importantes na propagação acústica em materiais porosos. Nota-se que as baixas frequências até o primeiro máximo de absorção são fortemente influenciadas por este parâmetro. As dimensões dos poros, a porosidade e a viscosidade dinâmica do fluido são os fatores mais importantes nesta variação de resistividade ao fluxo. Quando for necessário obter elevadas resistividades, dimensões de poros menores são necessárias.

Se este material fosse composto somente de poros cilíndricos, de diâmetro  $D = 2\sqrt{8\eta/\sigma\phi}$ , estes diâmetros seriam respectivamente: 313  $\mu\text{m}$ , 140  $\mu\text{m}$ , 99  $\mu\text{m}$ , 70  $\mu\text{m}$ , 44  $\mu\text{m}$  para as resistividades avaliadas na sequência de 10 a 500  $\text{kNs/m}^4$ .

A porosidade também é um parâmetro muito importante no estudo da absorção sonora de materiais porosos, podendo ser observado o efeito de sua variação na Figura 2.21.

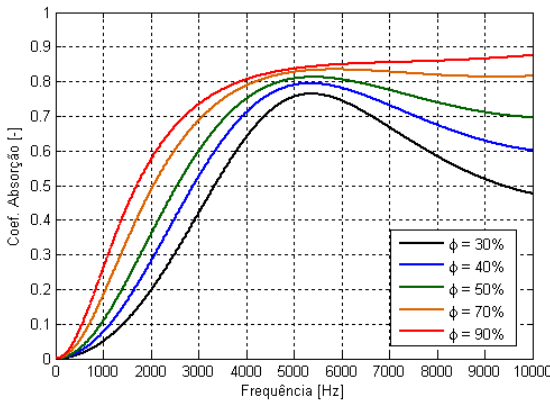


Figura 2.21: Variação da porosidade; resistividade: 200  $\text{kNs/m}^4$ , tortuosidade: 1,5, espessura: 10 mm, ar a 20°C.

Verifica-se que este parâmetro influencia fortemente desde as baixas frequências e depois do primeiro máximo de absorção. A região na frequência de máxima absorção apresenta menor variação com este parâmetro. De maneira geral, quanto maior a porosidade, mais elevada e mais suave será a curva de absorção em ampla faixa de frequência.

Para o terceiro parâmetro mais importante, a tortuosidade, sua variação é vista na Figura 2.22. Nota-se que a tortuosidade altera e sintoniza a região na frequência de máxima absorção. Quanto mais elevada a tortuosidade, mais baixa será a frequência do primeiro máximo de absorção. Este parâmetro pode apresentar uma boa contribuição quando for necessário maior coeficiente de absorção em frequências mais baixas.



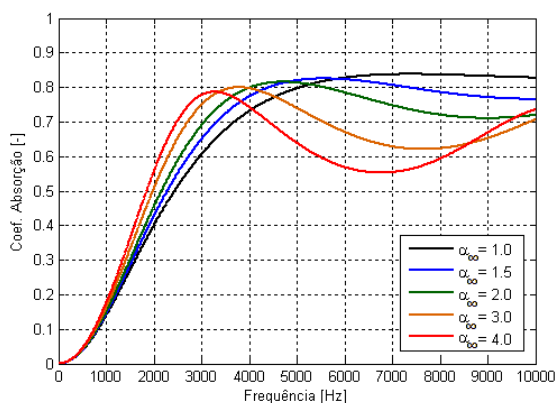


Figura 2.22: Variação da tortuosidade; porosidade: 60%, resistividade: 200 kNs/m<sup>4</sup>, espessura: 10 mm, ar a 20°C.

Em relação à espessura de amostra, geralmente o fator limitante está relacionado aos custos do material e também à limitação de projeto de acordo com a aplicação, por exemplo, no caso da cavidade do compressor, onde pequenos espaços de 5 a 10 mm serão explorados. O efeito da variação de espessura é notado na Figura 2.23.

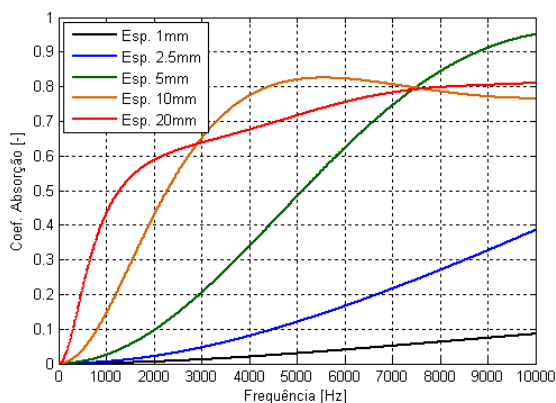


Figura 2.23: Variação da espessura de material; porosidade: 60%, tortuosidade: 1,5, resistividade: 200 kNs/m<sup>4</sup>, ar a 20°C.

Maiores espessuras de material poroso permitem possíveis maiores absorções em baixas frequências. Quanto maior a espessura do material poroso, este consegue acomodar maiores comprimentos de

onda, apresentando maiores absorções em baixas frequências. Outra forma de aumentar a absorção em baixas frequências, mas mantendo a espessura do material poroso, seria inserir uma cavidade de fluido (ar ou outro gás) enclausurado atrás da amostra. No entanto este novo sistema acústico apresentará maior espessura, se comparado com o material original. O efeito da introdução de uma cavidade de fluido atrás da amostra porosa é constatado na Figura 2.24.

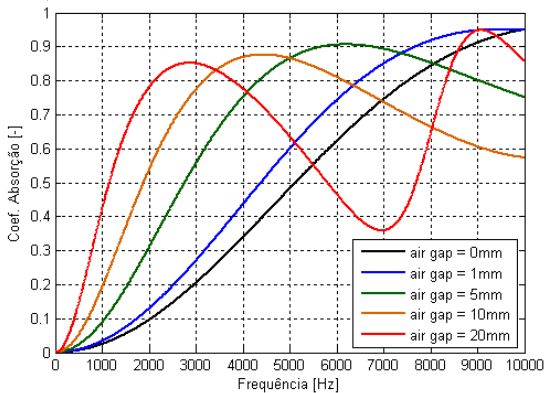


Figura 2.24: Variação da cavidade de fluido atrás da amostra; porosidade: 60%, resistividade: 200 kNs/m<sup>4</sup>, tortuosidade: 1,5, espessura: 10 mm, ar a 20°C.

## 2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram revisados os modelos analíticos de propagação acústica e materiais porosos de estrutura rígida mais importantes. A complexidade dos modelos aumenta de acordo com o número de parâmetros que representam a microgeometria do material poroso e descrevem as perdas viscosas e térmicas no interior deste material.

Os modelos que representam com maior precisão a dissipação acústica de materiais porosos de estrutura rígida são os modelos de fluido equivalente de Johnson-Champoux e de Johnson-Lafarge. O modelo de Johnson-Champoux, o qual possui 5 parâmetros macroscópicos, é bastante adequado para caracterização de materiais porosos de estrutura rígida. Em relação ao anterior, o modelo de Johnson-Lafarge foi desenvolvido com um aprimoramento em relação as trocas térmicas, apresentando o parâmetro permeabilidade térmica

estática. O modelo baseado na geometria dos poros, de Tian Lu, apresenta razoável concordância em relação aos modelos de fluido equivalente. Este apresenta uma pequena ponte entre as microgeometria e propriedades de absorção, o que facilitaria em um processo de produção de um material otimizado.

Os principais parâmetros macroscópicos são a resistividade ao fluxo, a porosidade, a tortuosidade e os comprimentos característicos viscosos e térmicos. Foi observada também a grande importância do tipo de fluido e condições de pressão e temperatura, na avaliação do coeficiente de absorção para uma incidência normal. As propriedades termodinâmicas influenciam totalmente no mecanismo de dissipação acústica viscotérmica do material.

Nota-se a grande importância da correta caracterização dos parâmetros os quais são introduzidos nos modelos analíticos. Tais parâmetros podem ser mensurados utilizando normas ou métodos experimentais encontrados na literatura. Desta forma, o capítulo 3 aborda os métodos de medição dos parâmetros macroscópicos mais importantes.



### CAPÍTULO 3

#### MÉTODOS EXPERIMENTAIS E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS

Neste capítulo será apresentado o método adequado para medição das impedâncias acústicas de pequenas dimensões de materiais porosos assim como os respectivos coeficientes de absorção, considerando uma incidência normal, realizada em um tubo de impedância. Também serão apresentados os métodos diretos, para medição dos parâmetros que representam os materiais porosos, como resistividade ao fluxo, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos.

Outra maneira de realizar a caracterização de materiais porosos é através de uma metodologia inversa, baseada em algoritmos de otimização. Basicamente, depende do melhor ajuste de um modelo analítico com os dados medidos em tubo de impedância, retornando assim as propriedades desejadas.

#### 3.1 IMPEDÂNCIA E COEFICIENTE DE ABSORÇÃO

A determinação do coeficiente de absorção sonora para diferentes amostras são realizadas a partir de medições em um tubo de impedância, usando o método da função de transferência, descrito na Norma ISO 10534-2 (1998) e na norma ASTM-1050 (1990). O princípio de funcionamento baseia-se na propagação de ondas planas ao longo do tubo e na medição da pressão sonora em duas posições distintas. Todos os equipamentos necessários para tais medições estão indicados na Figura 3.1 e na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Equipamentos para medição com tubo de impedância.

Item	Descrição do equipamento
1	Analizador de sinais B&K Pulse 4 ou 6 canais
2	Computador com programa Pulse LabShop 12
3	Amplificador B&K 2619
4	Microfones de 1/2" modelo B&K 4189
5	Calibrador de microfones B&K, 94dB -1 kHz

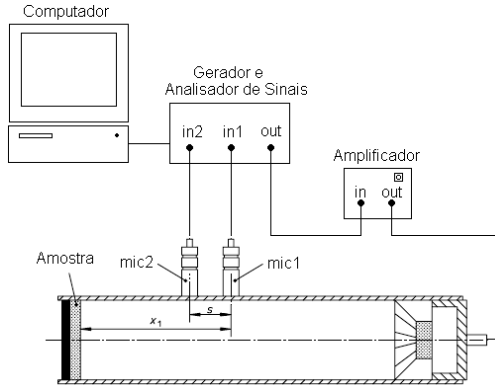


Figura 3.1: Esquema da instrumentação utilizada para medição do coeficiente de absorção e impedâncias.

Houve a necessidade de dimensionamento e fabricação de um novo tubo de impedância. Desta forma, para obter uma maior flexibilidade em relação à faixa de análise, foram estabelecidos três pontos de medição. As posições mais distantes fornecem resultados mais precisos em baixas frequências e as posições mais próximas nas altas frequências. No Apêndice A pode-se visualizar as dimensões do tubo de impedância projetado.

Recomenda-se que o porta-amostra apresente uma parede rígida de no mínimo 20 mm de espessura, para garantir esta condição. A cavidade de enclausuramento do alto-falante foi tratada com material absorvedor. O limite superior da faixa de análise é limitado pela frequência de corte do tubo e do espaçamento entre os microfones, enquanto que o inferior é limitado pela precisão do equipamento de processamento de sinais e pelo espaçamento entre os microfones.

O tubo apresenta diâmetro interno de 27 mm, o que determina a frequência de corte conforme a equação (3.1),

$$f_c = \frac{1,84 c_o}{\pi d_i}, \quad (3.1)$$

onde  $d_i = 0,027$  m é o diâmetro interno do tubo de impedância. Desta forma,  $f_c = 7440$  Hz. Porém, a Norma ISO 10534-2 recomenda a seguinte relação entre a frequência máxima de trabalho e o espaçamento entre os pontos de medição:

$$f_{max} < 0,45 \frac{c_o}{s_1}, \quad (3.2)$$

onde  $s_1 = 0,024$  m é a menor distância entre os microfones. Neste caso  $f_{max} < 6431$  Hz, ou seja, menor que a frequência de corte do tubo.

A Norma ISO 10534-2 (1998) também recomenda que o espaçamento entre os microfones não exceda 5 % do comprimento de onda correspondente à frequência mais baixa de interesse. Portanto, a menor frequência que respeita esta condição é determinada por:

$$f_{min} > 0,05 \frac{c_o}{s_2}, \quad (3.3)$$

onde  $s_2 = 0,124$  m é a maior distância entre os microfones, tal que  $f_{min} > 138$  Hz. Desta forma, para o maior espaçamento entre os microfones, tem-se a faixa de medição de 138 Hz até  $0,45c_o/s_2 = 1244$  Hz, e para o menor espaçamento, tem-se a faixa de medição de  $0,05c_o/s_1 = 715$  Hz até 6431 Hz.

Pode-se observar na Figura 3.2 o tubo de impedância construído e a posição mais curta de acoplamento dos microfones de pressão.

Concluída a instrumentação do tubo de impedância, o material poroso é posicionado em seu interior, de forma que uma de suas faces fique em contato com a terminação rígida do porta-amostra. Em seguida, gera-se um ruído branco na faixa de frequências entre 1 Hz e 6,4 kHz, podendo-se medir a pressão acústica nas duas posições previamente estabelecidas.



Figura 3.2: Tubo de impedância projetado.

Para o procedimento de cálculo das impedâncias, primeiramente obtém-se a função de transferência entre a pressão no microfone 2, mais próximo da amostra, e no microfone 1, dada por:

$$H_{12} = \frac{p_{\text{mic}2}}{p_{\text{mic}1}}. \quad (3.4)$$

Este procedimento é realizado para ambas as posições de microfones (distância menor e maior) de forma semelhante, de acordo com a respectiva faixa de frequência. O coeficiente de reflexão é, então, dado por (Norma ISO 10534-2, 1998; Norma ASTM-1050, 1990):

$$R = \frac{H_{12} - e^{-j\tilde{k}s_i}}{e^{j\tilde{k}s_i} + H_{12}} e^{2j\tilde{k}x_1}, \quad (3.5)$$

onde  $x_1$  é a distância entre a superfície da amostra e o microfone mais distante. As perdas viscotérmicas no tubo podem ser consideradas no número de onda complexo, dado por (Eerden, 2000):

$$\tilde{k}(\omega) = k_o - \frac{2jk_o}{d_i\sqrt{2}} \left( \sqrt{\eta/(\rho_o\omega)} + (\gamma - 1) \sqrt{\kappa_f/(\rho_o\omega c_p)} \right), \quad (3.6)$$

sendo  $k_o = \omega/c_o$  é o número de onda em propagação livre. A impedância de superfície é, então, calculada da seguinte maneira (Allard e Atalla, 2009):

$$Z_s = \rho_o c_o (1 + R)/(1 - R), \quad (3.7)$$

e o coeficiente de absorção por incidência normal por:

$$\alpha = 1 - |R|^2. \quad (3.8)$$

Devido à diferença de fase entre os microfones é necessário realizar uma correção conforme descrito na Norma ISO 10534-2 (1998). Esta correção de fase é realizada através do intercâmbio entre as posições dos microfones, para cada um dos testes de medição de amostras. Este procedimento é preferido quando se deseja medir um número pequeno de amostras. Primeiramente, mede-se a configuração I de acordo com a Figura 3.1, obtendo a função de transferência  $H_{12}^I$ , de acordo com a equação (3.4).



Em seguida, invertem-se as posições dos microfones, calculando-se a nova função de transferência de  $H_{12}^I$  para a configuração II, na mesma direção.

$$H_{12}^I = \frac{p_{mic2}}{p_{mic1}}. \quad (3.9)$$

Nota-se que os canais no analisador de sinais não devem ser alterados, somente a posição dos microfones, conforme a Figura 3.3.

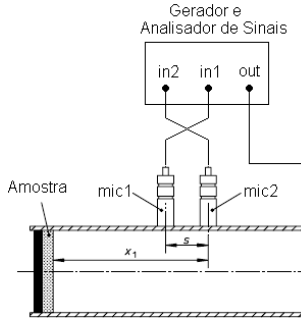


Figura 3.3: Intercâmbio de microfones para correção de fase.

A nova função de transferência com as fases corrigidas  $H_{12}^*$  é dada por:

$$H_{12}^* = (H_{12}^I / H_{12}^I)^{1/2}. \quad (3.10)$$

No entanto, se for necessária uma sequência de medição de várias amostras, pode-se encontrar um fator de calibração predeterminado por uma amostra de elevada absorção, que será válida para as medições subsequentes, dado por:

$$H_c = (H_{12}^I H_{12}^I)^{1/2}, \quad (3.11)$$

cujos módulo de  $H_c$  tende a ser próximo de 1. Desta forma, as medições subsequentes com diferença de fase calibradas somente dependerão da função de transferência da configuração I original para cada amostra, e do fator de calibração de fase, de acordo com (Norma ISO 10534-2, 1998):

$$(H_{12}^*)_{sub} = (H_{12}^I)_{sub} / (H_c). \quad (3.12)$$

Um teste bastante comum é a medição do coeficiente de absorção sem a presença de amostra, verificando a absorção de parede rígida que normalmente deve ser baixa, constatando a presença, ou não, de vazamentos. Um resultado típico pode ser visto nas Figuras 3.4 e 3.5 para o coeficiente de absorção e o módulo do coeficiente de reflexão.

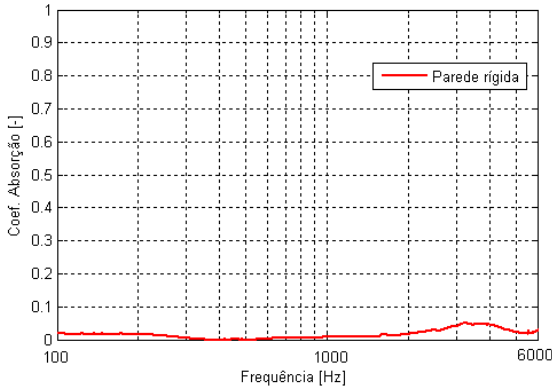


Figura 3.4: Coeficiente de absorção experimental sem amostra porosa; ar atmosférico, 20°C.

O coeficiente de absorção deve ser o menor possível, no entanto devido aos pequenos vazamentos em frestas, nota-se uma absorção da ordem de 0,05 entre as faixas de frequência de 3 kHz e 4 kHz, sendo considerado aceitável.

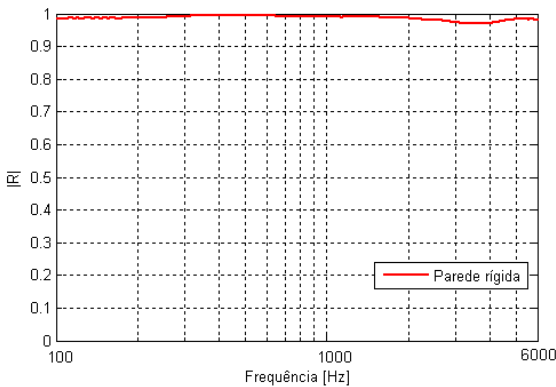


Figura 3.5: Módulo do coeficiente de reflexão experimental sem amostra porosa; ar atmosférico, 20°C.

Da mesma forma o módulo do coeficiente de reflexão deve apresentar valor máximo unitário. Uma pequena redução do módulo do coeficiente de reflexão também é notada entre 3 kHz e 4 kHz.

### 3.2 MÉTODOS DIRETOS

Os métodos diretos basicamente são as medições diretas, individuais e independentes de cada um dos parâmetros que caracterizam os materiais porosos, utilizando bancadas específicas. Estes métodos são baseados em procedimentos normatizados ou métodos encontrados na literatura.

#### 3.2.1 Resistividade ao Fluxo

O parâmetro mais importante na caracterização de materiais porosos é a resistividade de fluxo. Aplicando um diferencial de pressão constante entre uma camada de material poroso de poros abertos interconectantes, um fluxo constante será induzido através deste material. Investigações experimentais mostram que para a maioria dos materiais porosos o diferencial de pressão  $\Delta P$  e a velocidade induzida normal à superfície da amostra (velocidade de volume por unidade de área) são linearmente relacionados, desde que a velocidade seja baixa.

A relação do diferencial de pressão, em Pa, com a velocidade normal, em m/s, é conhecida como resistência ao fluxo em *Rayls*.

Se o material é de composição uniforme, então a resistência ao fluxo é proporcional à espessura do material. Quando a resistência ao fluxo da medição é normalizada pela espessura da amostra, tem-se a resistividade ao fluxo,  $\sigma$ , em rayls/m ou Ns/m<sup>4</sup>. Observa-se que a resistividade ao fluxo é independente da espessura da amostra, sendo assim uma característica do material poroso. A resistência ao fluxo e resistividade ao fluxo de materiais porosos são discutidos em profundidade na literatura (Beranek *et al.*, 1971; Bies e Hansen, 2009; Cox e D'Antonio, 2009). A resistividade ao fluxo de materiais frequentemente utilizados em controle de ruído apresenta uma grande variação, variando em uma faixa de 10<sup>3</sup> Ns/m<sup>4</sup> até 10<sup>6</sup> Ns/m<sup>4</sup>. Analiticamente, a resistividade ao fluxo corresponde a:

$$\sigma = \frac{\Delta P S}{Q L}, \quad (3.13)$$

sendo  $\Delta P$  [Pa] a diferença de pressão medida quando se aplica uma vazão volumétrica constante  $Q$  [m<sup>3</sup>/s] através de uma amostra porosa, com uma espessura  $L$  [m] e área superficial  $S$  [m<sup>2</sup>]. Métodos normalizados assim como propostas alternativas são encontradas na literatura.

### 3.2.1.1 Métodos Normalizados

A medição da resistividade é descrita nas normas ISO 9053 (1991) e ASTM 522-80 (1987). De acordo com a norma ISO 9053, existem duas possibilidades de realizar a medição deste parâmetro. A primeira possibilidade, com fluxo constante de ar, esta apresentada no esquema da Figura 3.6.

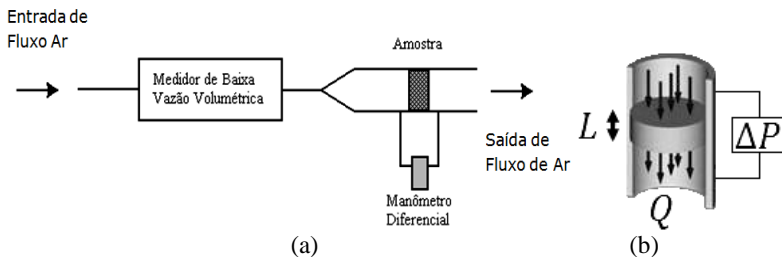


Figura 3.6: Esquema de medição da resistividade ao fluxo constante (a) através da amostra de material poroso (b).

A norma ASTM 522-80 recomenda velocidade na faixa de 0,5 e 50,0 mm/s para garantir um escoamento laminar. Desta forma, testes experimentais devem ser conduzidos em velocidades suficientemente baixas e constantes. As baixas velocidades reduzem os efeitos de não linearidade decorrentes de efeitos de inércia e de turbulência nos poros, mantendo relação linear a razão entre o diferencial de pressão e a velocidade de fluxo. Isto também se torna consistente com os valores típicos da amplitude de velocidade de partícula de ondas sonoras em absorvedores. Nesta medição, é necessário um medidor de baixa vazão volumétrica e um manômetro diferencial. No entanto, normalmente são encontradas dificuldades para manter esta vazão constante para velocidades tão baixas. Além disso, dispositivos para esta faixa de medição, com boa precisão, geralmente possuem elevado custo. Um método comparativo é apresentado no Apêndice A, o qual pode evitar a medição da vazão volumétrica (Bilová e Lumnitzer, 2010).

De acordo com a norma ISO 9053 (1991), pode-se medir a resistividade com um fluxo oscilatório. Um pistão é usado para gerar um fluxo alternativo de baixa frequência através da amostra. De acordo com esta norma, o pistão deve-se mover a uma frequência de 2 Hz, para garantir a presença apenas dos termos resistivos, sendo as parcelas reativas praticamente desprezíveis. Este método depende da medição do valor *rms* da pressão sonora com um microfone em uma pequena cavidade com paredes rígidas conectada ao pistão. O pistão atua como uma fonte de velocidade de volume constante e de valor conhecido. Como o sistema é fechado, pode-se assegurar que a velocidade de volume do pistão é igual à velocidade de volume através da amostra porosa. A configuração do equipamento está apresentada na Figura 3.7.

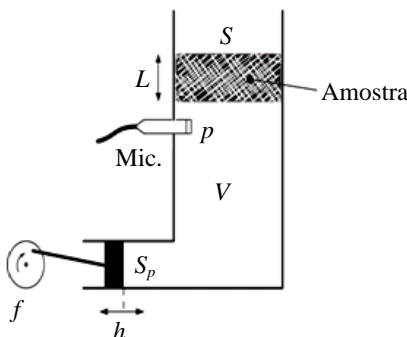


Figura 3.7: Medição da resistividade ao fluxo oscilatório.

O valor *rms* da velocidade de fluxo através da amostra é dado pela equação (3.14),

$$u_{rms} = \frac{2\pi f h S_p}{S 2\sqrt{2}}, \quad (3.14)$$

onde  $h$  é o deslocamento pico a pico do pistão na frequência  $f$ ,  $S_p$  é a área do pistão e  $S$  é a área de seção transversal do material poroso. A norma ISO 9053 recomenda  $0,5 < u_{rms} < 4$  mm/s. Considerando a compressão do volume da cavidade, o cálculo da resistividade do fluxo é dada por:

$$\sigma = \frac{S p_o 10^{L_p/20}}{2\pi L f \frac{S_p h}{2\sqrt{2}} \sqrt{1 - \left( \frac{V p_o 10^{L_p/20}}{P_o \gamma \frac{S_p h}{2\sqrt{2}}} \right)^2}}, \quad (3.15)$$

onde  $p_o$  é o limiar de audição ( $2 \times 10^{-5}$  Pa),  $L_p$  é o nível de pressão sonora no microfone para a frequência de  $f = 2$  Hz,  $V$  é o volume da câmara e  $P_o$  é a pressão atmosférica do meio.

O protótipo construído em acrílico para esta medição está mostrado na Figura 3.8. Um acelerômetro instalado próximo ao pistão é usado para medir o valor do deslocamento. No entanto, sabe-se que microfones e acelerômetros normalmente apresentam baixa sensibilidade em frequências abaixo de 20 Hz. As curvas típicas de resposta dos transdutores utilizados estão no Anexo A. Portanto, frequências próximas de 20 Hz podem e devem ser utilizadas neste experimento para resultados mais precisos, na qual as respostas dos transdutores são planas. É importante manter a velocidade de fluxo através da amostra menor que 4 mm/s, de acordo com a norma ISO 9053 (1991).

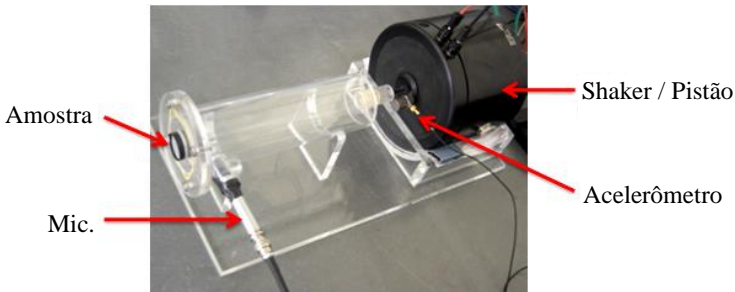


Figura 3.8: Medição da resistividade ao fluxo oscilatório.

Pode-se observar no Apêndice A a montagem da bancada e os equipamentos utilizados neste experimento. A Figura 3.9 apresenta a comparação do efeito de compressão do ar do volume  $V$ . Se o volume for desprezível, a relação entre o logaritmo da resistividade ao fluxo e o nível de pressão sonora será linear. O volume do compartimento torna-se importante no cálculo quando o material apresenta elevadas resistividades ao fluxo (acima de  $300 \text{ kNs/m}^4$ ), para as quais as curvas divergem entre si. Isto ocorre devido à compressão do ar no volume com o movimento do pistão quando a passagem de fluxo pela amostra é dificultada pela sua alta resistividade.

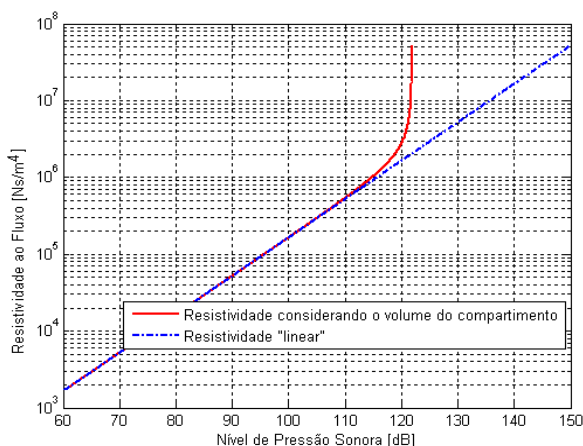


Figura 3.9: Influência do volume para elevadas resistividades.

Utilizando este método oscilatório normalizado, avaliou-se a resistividade ao fluxo de uma amostra de lã de rocha cuja densidade é de  $64 \text{ kg/m}^3$ . De acordo com o fabricante (Isover, 2010), esta amostra apresenta resistividade ao fluxo de  $20 \text{ kNs/m}^4$ . Variou-se a frequência de oscilação do pistão de 2 Hz até 50 Hz, observando o efeito de baixa sensibilidade do microfone e do acelerômetro em frequências abaixo de 20 Hz. O resultado de medição da lã de rocha pode ser observado na Figura 3.10 e o erro relativo na Figura 3.11. Devido à baixa sensibilidade até a frequência de 20 Hz, nota-se que os erros relativos são bastante elevados, caso não haja correção de sensibilidade de acordo com as cartas de calibração dos transdutores.

No entanto, realizando esta análise na frequência de 25 Hz, os resultados apresentaram-se satisfatórios, sem a necessidade de correção. Através dos resultados encontrados, considera-se validada esta bancada experimental.

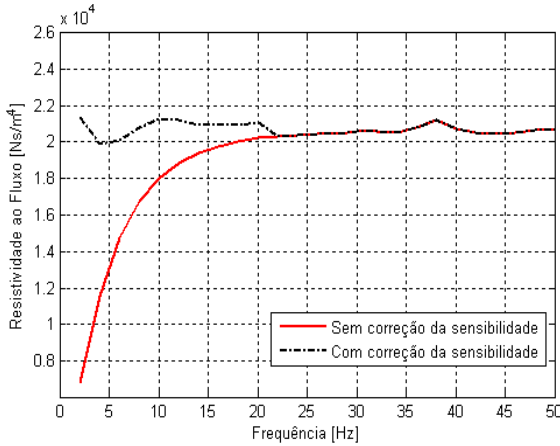


Figura 3.10: Resistividade ao fluxo oscilatório para a lâ de rocha.

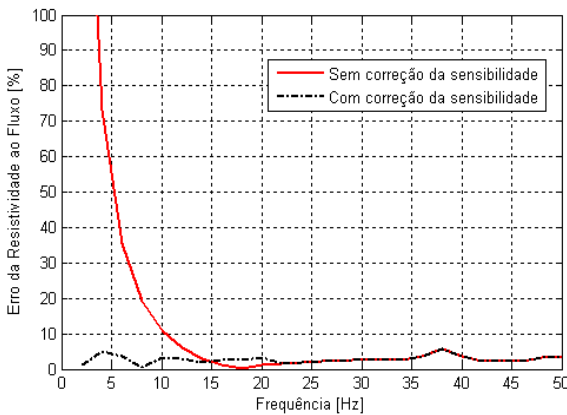


Figura 3.11: Erro relativo da resistividade ao fluxo para a lâ de rocha.

Além dos métodos normalizados, existem dois métodos alternativos para obter a resistência ao fluxo de um material poroso.

### 3.2.1.2 Métodos Alternativos

Ingard (Cox e D'Antonio, 2009; Ingard, 2009) propôs um sistema de medição que não requer geradores de fluxo nem instrumentação para medição da vazão volumétrica ou diferencial de pressão. Isto simplifica bastante a instrumentação necessária, conforme ilustrado na Figura 3.12.

O tubo construído possui diâmetro de 64 mm, comprimento de 1,2 m e  $L_d = 0,5$  m. O pistão tem massa de 100 g e comprimento de



4 cm. Um pistão cai por gravidade no tubo e bombeia ar através da amostra de material poroso montado na outra extremidade. Quando o pistão atinge velocidade terminal, a diferença de pressão através da amostra é dada por:

$$\Delta P = \frac{Mg}{S_p}, \quad (3.16)$$

onde  $M$  é a massa do pistão,  $g$  é a aceleração da gravidade. A velocidade de fluxo através da amostra será  $u_f = vS_p/S$ . O tempo de descida da distância  $L_d$  determina a resistência ao fluxo.

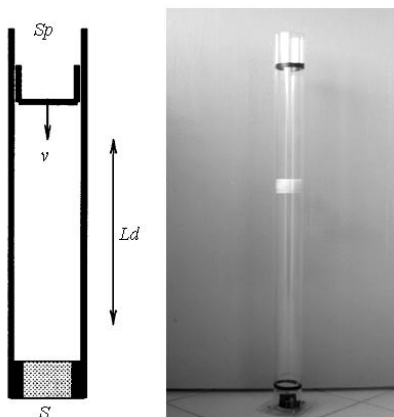


Figura 3.12: Primeira proposta de Ingard para medição da resistividade ao fluxo.

É necessário incluir um fator de calibração devido às forças de fricção entre o pistão e as paredes, assim como perdas por vazamento no contato. Isto envolve três medições do tempo de descida do pistão da distância  $L_d$ . Primeiramente quando não há amostra porosa no tubo, com extremidade aberta, obtendo-se  $t_0$ . Em seguida, com a extremidade totalmente fechada, obtém-se  $t_1$ . E, por último, com a amostra conectada ao tubo, dada por  $t_p$ . O fator de calibração  $C$  é então determinado pela expressão (Ingard, 2009):

$$C = \frac{1-t_0/t_p}{1-t_p/t_1}. \quad (3.17)$$

A resistividade ao fluxo, em  $\text{Ns}/\text{m}^4$ , é dada por:

$$\sigma = C \frac{M g S t_p}{L_d S_p^2 L} \cos(\theta), \quad (3.18)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de inclinação do tubo com a vertical e  $L$  é a espessura da amostra.

Além desta proposta, Ingard (Cox e D'Antonio, 2009; Ingard, 2009) propôs um segundo método alternativo para medição de resistividade, utilizando um fluxo oscilatório. Para fluxo acústico oscilatório através de um material poroso, como o produzido por sinais harmônicos, a queda de pressão através de uma camada de material poroso e a redução de velocidade através da amostra geralmente não estão em fase. Isso indica que o material não é estritamente resistivo, mas contém uma reatância também. Isto é esperado, uma vez que o ar no material apresenta massa, proporcionando uma reatância inercial. Há uma contribuição adicional de massa inercial, que é causada por dois efeitos, a interação viscosa e o desvio de fluxo forçado através de canais tortuosos do material.

A resistência ao fluxo oscilatório aumenta lentamente com a frequência devido à dependência da camada limite viscosa com a frequência. Como os termos resistivos dominam em baixa frequência, este tipo de medição apresentado, na Figura 3.13, é um método alternativo para obter a resistência ao fluxo se nenhum dos aparatos descritos anteriormente estiver disponível. Pode-se determinar a resistência ao fluxo oscilatório em frequências suficientemente baixas (menores que 100 Hz), sendo em muitos casos de interesse prático uma boa aproximação. No protótipo de medição, a excitação consiste em um alto-falante conectado a um tubo com um diâmetro interno 27 mm. A fonte sonora é acionada por um gerador de sinal e um amplificador, seja com um tom puro ou ruído aleatório, dependendo da instrumentação disponível.

A amostra a ser testada é colocada na extremidade do tubo estendido e o microfone 1 é montado niveladamente com a superfície interna do tubo, à frente da amostra. Este microfone mede a amplitude complexa de pressão sonora  $p_1$ .

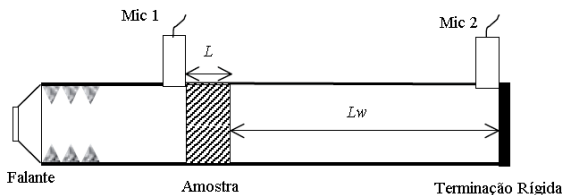


Figura 3.13: Segunda proposta de Ingard para medição da resistividade ao fluxo (Cox e D'Antonio, 2009).

A continuação do tubo após a amostra apresenta comprimento  $Lw$  com uma terminação rígida (20 mm em aço) e contém o microfone 2 para medição da amplitude de pressão sonora  $p_2$  nesta segunda posição. O comprimento deste tubo é  $Lw = 85$  cm, que corresponde a um quarto de comprimento de onda para uma frequência de 100 Hz. Tubos com outros comprimentos podem ser utilizados. Para obter resultados satisfatórios, a espessura do material deve ser pequena em relação ao comprimento de onda. Suponha que a espessura da amostra seja muito menor que o comprimento de onda, por exemplo,  $L = \lambda/100$ . Se a frequência escolhida for um múltiplo ímpar de 100 Hz, ou seja, 100, 300, 500 Hz etc., a resistência ao fluxo oscilatório da amostra é igual à relação entre a magnitude das pressões acústicas,  $p_1$  e  $p_2$ , uma aproximação que é suficientemente precisa para a maioria dos casos.

Desta forma, a resistividade ao fluxo em  $\text{Ns/m}^4$  dependerá do valor absoluto da parte imaginária da razão de pressão  $p_1/p_2$ :

$$\sigma = \frac{\rho_o c_o}{L} |\text{Im}\{p_1/p_2\}|. \quad (3.19)$$

Sabendo-se que a reatância ao fluxo é pequena em baixas frequências, a resistência ao fluxo pode ser calculada a partir da magnitude de razão de pressão acústica  $Lp$  da posição 1 e da posição 2, dada por:

$$\sigma = \frac{\rho_o c_o}{L} 10^{(Lp_1 - Lp_2)/20}. \quad (3.20)$$

Como apenas a diferença de nível de pressão sonora entre as posições 1 e 2 é necessária, antes de realizar a medição, os microfones devem ser colocados próximos da extremidade fechada, na ausência da amostra, para a medição da mesma pressão sonora e o ganho de cada um é ajustado para que indiquem o mesmo nível de pressão. A posição fechada é escolhida para que o nível de pressão sonora varie lentamente

com a posição. O último passo consiste em colocar os microfones calibrados nas posições 1 e 2, e então medir os níveis de pressão sonora  $Lp1$  e  $Lp2$  e, em seguida, calcular a resistividade de fluxo  $\sigma$ . A bancada construída para esta alternativa de medição está apresentada na Figura 3.14.

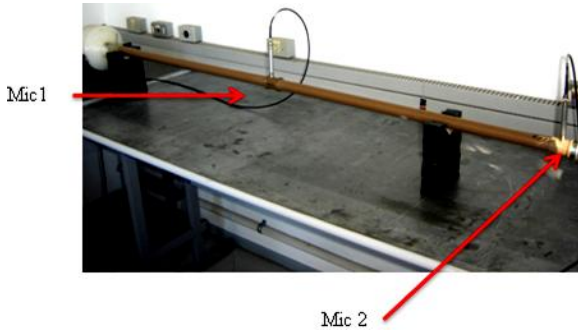


Figura 3.14: Bancada segundo Ingard para medição da resistividade ao fluxo.

Dentre os métodos normatizados e alternativos apresentados, conclui-se que a Norma ISO 9053 (1991) para um fluxo oscilatório é o mais adequado, devido a utilização de equipamentos já disponíveis no Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) e a baixa incerteza de medição.

### 3.2.2 Porosidade

A porosidade de um material é a medida da razão entre o volume dos poros abertos  $V_p$  envolvidos na propagação sonora e o volume total da amostra  $V_t$ , na forma:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}. \quad (3.21)$$

Materiais de alta absorção geralmente apresentam elevada porosidade. Pode-se citar como exemplo, lãs de rocha, com porosidade da ordem de 95 % a 98 %. Na determinação da porosidade, os poros fechados não deveriam ser incluídos no volume dos poros, pois estes são inacessíveis às ondas sonoras.

O volume dos poros de um material pode ser determinado através de uma medida simples da densidade volumétrica, desde que se conheça a densidade do sólido e a geometria do corpo.

O volume de poro também pode ser determinado pela técnica de Arquimedes, que se baseia na medida de diferença de massa quando imerso em um líquido. Neste caso, o volume de poros é dado por (Bourbié, 1987):

$$V_p = \frac{M_{sat} - M_{seca}}{\rho_f}, \quad (3.22)$$

em que  $M_{sat}$  é a massa da amostra saturada com fluido,  $M_{seca}$  é a massa da amostra seca e  $\rho_f$  é a densidade do fluido utilizado. Utiliza-se comumente nestas medições água, álcool ou acetona.

Existem também os chamados métodos ópticos, onde se determina a área do material da estrutura e a área dos poros visíveis ao microscópio (Dullien, 1992). De acordo com a ampliação usada na microscopia óptica, determina-se o número de pixels que compõe a imagem, classificando-os como elementos da fase fluida ou da fase sólida através de sua respectiva cor. Desta forma, são obtidas duas áreas distintas, a correspondente ao esqueleto do material e a correspondente ao fluido intersticial, a partir das quais poderá ser determinado o valor da porosidade. No entanto deve-se garantir certa homogeneidade ao longo da espessura do material para obter resultados satisfatórios.

Outra técnica de medição de porosidade é conhecida como porosimetria de mercúrio, onde é possível a determinação da densidade aparente, da densidade do sólido e da distribuição do tamanho de poros do volume total de poros (Bourbié, 1987; Dullien, 1992). O mercúrio é utilizado como líquido de intrusão por apresentar baixa molhabilidade (baixa tendência em aderir uma superfície com elevado ângulo de contato), elevada tensão superficial e baixa reatividade química com a maioria dos materiais à temperatura ambiente. O método depende das forças externas para que a intrusão do mercúrio vença as forças capilares e de tensões superficiais.

Outra possibilidade é a configuração utilizada por Beranek (1942) onde considera uma compressão isotérmica do volume de ar interno e externo ao material poroso. Conforme a Figura 3.15, a configuração consiste em uma câmara de volume conhecido, conectada a um manômetro graduado. O material a ser testado é então aplicado na câmara. A válvula no topo da câmara pode estar aberta ou fechada. Com

a válvula aberta, o líquido no manômetro apresenta a mesma altura  $h$  nos dois lados. Este valor é medido. Quando a válvula é fechada, a pressão no reservatório é aumentada observando a diferença de altura entre os lados do manômetro.

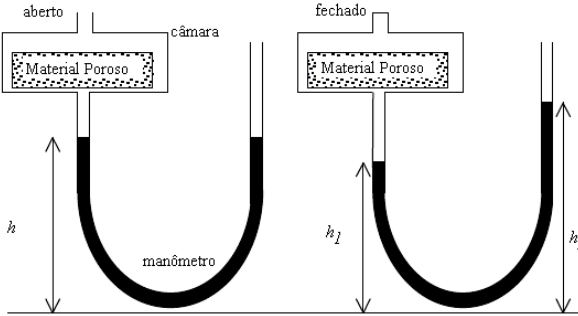


Figura 3.15: Aparato para medição de porosidade segundo Beranek (1971).

A diferença de pressão na amostra é dada por:

$$\Delta P = \rho_f(h_2 - h_1)g, \quad (3.23)$$

onde  $\rho_f$  é a densidade do fluido utilizado no manômetro e  $g$  a aceleração da gravidade. Sendo  $S_s$  a área de seção transversal do tubo do manômetro, a redução de volume da câmara  $\Delta V$  é dada por:

$$\Delta V = S_s(h_1 - h). \quad (3.24)$$

Assumindo um sistema isotérmico, o produto da pressão pelo volume tende a ser sempre constante ( $PV = nRT$ ). Observando esta lei na forma diferencial para derivação, tem-se:

$$\Delta PV + \Delta VP = 0. \quad (3.25)$$

Considerando os volumes de ar comprimido internamente na câmara, ambos internos e externos da amostra porosa, e lembrando que a porosidade é dada pela razão entre o volume dos poros e o volume da amostra total, pode-se expandir a equação (3.25):

$$\Delta P(V_c - V_t + \phi V_t) + \Delta VP_o = 0, \quad (3.26)$$

na qual tem-se  $V_c$  o volume da câmara,  $V_t$  o volume total da amostra e  $P_o$  a pressão atmosférica. Rearranjando, tem-se a porosidade dada por:

$$\phi = \frac{P_o \Delta V}{V_t \Delta P} + 1 - \frac{V_c}{V_t}. \quad (3.27)$$

Panneton e Gros (2005) apresentaram um outro método na qual utiliza-se equipamentos geralmente disponíveis em laboratórios de materiais. São requeridas duas massas, a massa da amostra no ar  $M_{ar}$ , e a massa da amostra no vácuo,  $M_v$ . A porosidade é então dada por:

$$\phi = 1 - \frac{M_v - M_{ar}}{\rho_o V_t}, \quad (3.28)$$

onde  $\rho_o$  é a densidade do ar e  $V_t$  é o volume total da amostra. Medições precisas da massa são necessárias para obter um resultado com exatidão, devido à pequena diferença de massa que irá existir entre a amostra saturada no ar e quando estiver no vácuo.

Dentre os métodos apresentados, a técnica de Arquimedes de saturação do material com um fluido foi utilizada para estimar o volume dos poros e a porosidade. Por ser um método simples e prático, este foi selecionado e realizado no Laboratório de Materiais da UFSC. A técnica de Arquimedes foi confrontada com sucesso para o material alumínio poroso, com erro relativo da ordem de 1 %.

### 3.2.3 Tortuosidade

A propagação acústica no interior do material poroso depende da orientação dos poros em relação ao campo sonoro incidente sobre o material. Este efeito é representado pelo parâmetro tortuosidade  $\alpha_\infty$ .

A tortuosidade é uma medida do desvio do eixo axial dos poros da direção de propagação da onda sonora através do material poroso e da não-uniformidade da seção transversal dos poros ao longo do seu comprimento.

Alguns autores usam o termo "fator de estrutura" para representar este parâmetro, no entanto existem algumas diferenças nesta definição. O fator de estrutura  $s_f$  que corresponde à tortuosidade dinâmica pode ser escrito como  $s_f = \tilde{\rho}_{ef}(\omega)/\rho_o$  e é um número complexo que depende da densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$ . De acordo com Zwikker e Kosten (1949), o fator de estrutura é formado por dois componentes, um imaginário, que

representa uma adição aparente à densidade do gás devido à fricção interna. O outro componente representa o aumento do gradiente de pressão necessário para manter a mesma velocidade média de partícula da seção transversal, devido às variações de aceleração a que o fluido é submetido quando é forçado a se propagar através de trajetórias não lineares e das expansões e contrações dos poros. Este último desempenha o papel mais importante e está diretamente ligado à microgeometria interna do material poroso, sendo relacionado à tortuosidade  $\alpha_\infty$ .

Quanto mais complexo o caminho de propagação acústico através de um material absorvedor, maior tende a ser o valor da tortuosidade. O menor valor encontrado para a tortuosidade é a unidade, sendo que materiais fibrosos como fibras de vidro tipicamente apresentam valores não muito maiores que cerca de 1,2 ou menos. A mesma afirmação é válida para espumas totalmente reticuladas. No entanto, quando uma espuma é parcialmente reticulada, pode apresentar uma tortuosidade relativamente alta, acima de 2,5. O mesmo é verdadeiro para materiais acústicos relativamente densos, como gessos acústicos, materiais cerâmicos e porosos metálicos sinterizados.

Para poros cilíndricos inclinados em relação à direção de propagação, a tortuosidade é simplesmente relacionada ao ângulo entre os poros e a onda sonora incidente. Seja um material poroso idealizado que consiste de poros com direções inclinadas em relação à direção de propagação normal à sua superfície, apresentado na Figura 3.16. A espessura do material é  $L$ , o comprimento dos poros é  $L_p$ , e o diferencial de pressão entre as faces da amostra é dado por  $(p_2 - p_1)$ . A velocidade de partícula média em cada um dos poros é dada por  $v_{in_1}$  e  $v_{in_2}$ .

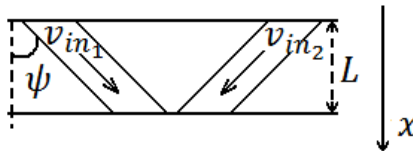


Figura 3.16: Poroso rígido com poros inclinados em relação a superfície.

Considerando que este material possua  $n$  poros por unidade de superfície, a porosidade é dada por:

$$\phi = \frac{n\pi a^2}{\cos(\psi)}, \quad (3.29)$$



sendo  $\psi$  o ângulo entre os eixos dos poros e a superfície normal. O gradiente de pressão está relacionado com  $\psi$  da seguinte maneira:

$$\frac{p_2 - p_1}{L_p} = \frac{p_2 - p_1}{L} \cos(\psi). \quad (3.30)$$

A resistividade ao fluxo para este material que apresenta poros de raio  $a$ , pode ser escrita como:

$$\sigma = \frac{p_2 - p_1}{n(\bar{v}_{in}\pi a^2)L} = \frac{8\eta}{n\pi a^2 \cos(\psi)}, \quad (3.31)$$

na qual  $\bar{v}_{in}$  é a média das velocidades nos poros. Utilizando a equação (3.29) para a porosidade, tem-se que a resistividade ao fluxo é dada por (Allard e Atalla, 2009):

$$\sigma = \frac{8\eta}{\phi a^2 \cos^2(\psi)}. \quad (3.32)$$

Na equação (3.32), a tortuosidade deste material é representada por:

$$\alpha_\infty = 1/\cos^2(\psi). \quad (3.33)$$

Neste caso, o gradiente de pressão na direção de propagação é maior que aquele ao longo do canal, enquanto que a velocidade de partícula do fluido é menor na direção de propagação que na direção do canal. Na Figura 3.17, observa-se a variação da tortuosidade com o ângulo de inclinação dos poros.

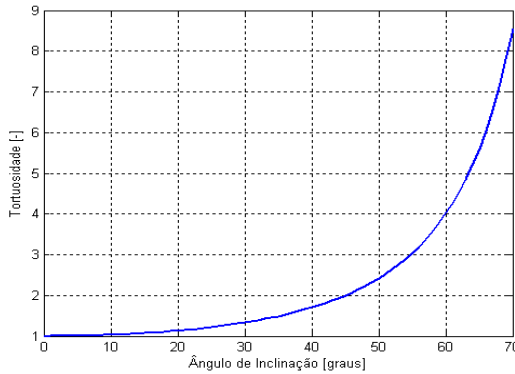


Figura 3.17: Tortuosidade em função do ângulo de inclinação dos poros.

Quanto maior o ângulo de inclinação dos poros com a superfície, maior será o valor da tortuosidade deste material poroso idealizado.

A tortuosidade é uma propriedade intrínseca à estrutura do material e depende teoricamente de sua microgeometria. A tortuosidade maior que 1 representa uma dispersão da velocidade de fase microscópica ao longo dos poros. Esta dispersão pode ser criada através de variações de diâmetros dos poros. Considere um material poroso composto de poros paralelos à direção de propagação, constituídos de cilindros de diâmetros alternados de acordo com a Figura 3.18, com comprimentos  $l_1$  e  $l_2$  e área de seção transversal  $S_d$  e  $S_D$  respectivamente para o diâmetro de abertura  $d$  e diâmetro de poro  $D$ .

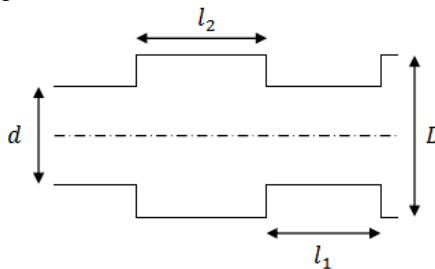


Figura 3.18: Poroso rígido com poros de dimensões alternadas (Allard e Atalla, 2009).

Uma solução simples pode ser obtida considerando velocidades constantes em cada cilindro, desconsiderando as forças inércias de difícil solução próximas às junções. Pode-se verificar que esta aproximação é dada por (Allard e Atalla, 2009):

$$\alpha_{\infty} = \frac{(l_1 S_D + l_2 S_d)(l_1 S_d + l_2 S_D)}{(l_1 + l_2)^2 S_d S_D} . \quad (3.34)$$

Para a seguinte análise, toma-se a hipótese de que o comprimento dos poros possuem dimensão duas vezes maior que o próprio diâmetro, ou seja,  $l_1 = 2d$  e  $l_2 = 2D$ . Assim pode-se visualizar na Figura 3.19 o gráfico de contorno de tortuosidade em função da variação do diâmetro de poros e de diâmetro abertura.

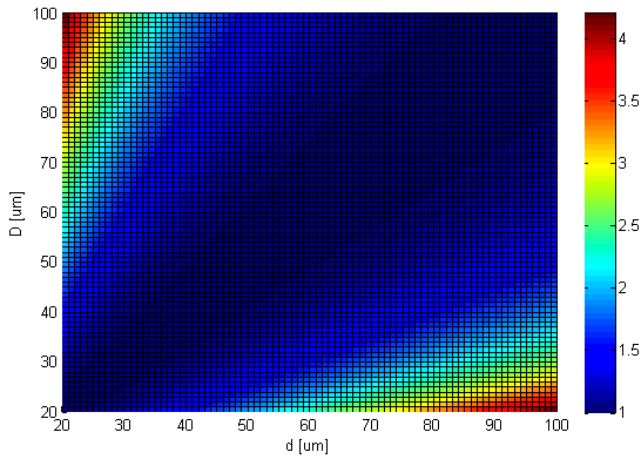


Figura 3.19: Tortuosidade em função do diâmetro de poro  $D$  e diâmetro de abertura de poro  $d$  em  $\mu\text{m}$  ( $l_1 = 2d$ ;  $l_2 = 2D$ ).

Nota-se que se os diâmetros de abertura forem muito menores que os diâmetros de poros observam-se elevadas tortuosidades. Caso contrário, se ambos os diâmetros forem iguais, tem-se o caso de poros cilíndricos, de tortuosidade igual a 1.

Como normalmente os materiais porosos apresentam uma estrutura bastante complexa, a tortuosidade deve ser medida experimentalmente. No entanto, não há um procedimento normalizado para a medição deste parâmetro.

De acordo com Balvedi (1998), existe uma técnica baseada na condutividade elétrica para a medição da tortuosidade de materiais porosos não condutores, como lã de rocha e espumas. O material deve ser imerso e saturado com um fluido condutor, por exemplo, água, de acordo com a Figura 3.20. Neste método um tubo com fluido condutor é fechado com dois eletrodos submetidos a uma diferença de potencial  $V$

nas extremidades. Uma fonte gera um campo elétrico entre estes dois eletrodos. A partir das diferenças de potencial na água e através da amostra, pode-se determinar a tortuosidade, da seguinte maneira:

$$\alpha_{\infty} = \phi \left( \frac{V_2}{V_1} \frac{(d1 - d2)}{L} - \frac{(d2 - d3)}{L} \right), \quad (3.35)$$

na qual  $L$  é a espessura da amostra,  $\phi$  a porosidade,  $d1$ ,  $d2$  e  $d3$  são distâncias entre os fios condutores ou amostra, e  $V_1$  e  $V_2$  as diferenças de potencial. No entanto, este método não pode ser aplicado no caso de materiais porosos metálicos, por estes serem bons condutores elétricos.

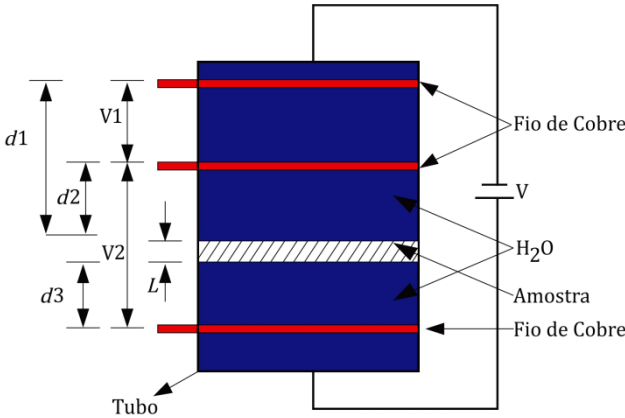


Figura 3.20: Medição da tortuosidade por condutividade elétrica (Balvedi, 1998).

Outra possibilidade de medição de tortuosidade é através de métodos de ultrassom (Allard *et al.*, 1994; Leclaire *et al.*, 1996a, 1996b). Assumindo uma estrutura porosa rígida, a tortuosidade  $\alpha_{\infty}$  está relacionada à velocidade de fase de propagação  $c_f(\omega) = Re[c(\omega)]$  no interior da amostra porosa. Depende também da velocidade de propagação sonora no meio  $c_o$ , de acordo com a equação (3.36), sendo válido para  $\omega \rightarrow \infty$ .

$$\alpha_{\infty} = n_r^2 = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left( \frac{c_o}{c_f(\omega)} \right)^2, \quad (3.36)$$

onde  $n_r$  é o índice de refração.

Considere um pulso tonal ultrassônico de curta duração (40 kHz a 500 kHz) emitido por um transdutor emissor de ultrassom. O sinal é transmitido através da amostra porosa, o qual é captado no domínio do tempo por um transdutor receptor de ultrassom, conforme a Figura 3.21. Os osciloscópios em geral permitem taxas de amostragem elevadas, sendo aconselhados nesta medição para frequências de ultrassom.

Com e sem a presença da amostra entre os transdutores, observa-se um pequeno atraso no tempo  $\Delta t$  e uma redução na amplitude do sinal do pulso receptor, devido ao caminho tortuoso que existe na estrutura porosa, como na Figura 3.22. Valores típicos de  $\Delta t$  estão entre  $1\mu s$  e  $20\mu s$ , dependendo da correção de espessura da amostra e de sua tortuosidade. Quando maior a tortuosidade, maior o atraso no tempo.

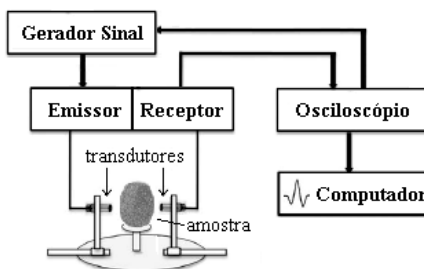


Figura 3.21: Medição da tortuosidade por ultrassom.

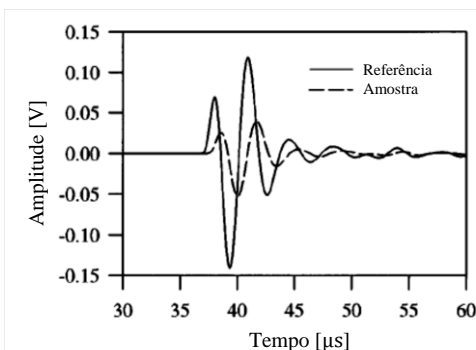


Figura 3.22: Sinal de ultrassom no tempo com e sem amostra (Leclaire *et al.*, 1996a).

A velocidade de fase  $c_f(\omega)$  converge para um único valor no limite de  $\omega \rightarrow \infty$ , no entanto considerando uma frequência ultrassônica

qualquer, pode-se estimar a velocidade de fase a partir desta medição, de acordo com a equação (3.36),

$$c_f(\omega) = \frac{L}{L/c_o + \Delta t}, \quad (3.36)$$

e, desta forma, uma primeira aproximação para a tortuosidade pode ser obtida como  $\alpha_\infty = (c_o/c_f)^2$ .

Os métodos de ultrassom utilizados baseiam-se no mesmo princípio físico: a partir das curvas de velocidade de fase em função da frequência, pode-se determinar a tortuosidade realizando-se uma extrapolação para o limite de alta frequência.

### 3.2.4 Comprimentos Característicos Viscosos e Térmicos

O comprimento característico viscoso  $\Lambda$  foi introduzido primeiramente por Johnson *et al.* (1987) e considera os efeitos viscosos ao longo dos poros, que são dependentes da frequência. Em baixas frequências, a velocidade nos poros aproxima-se de um perfil de Poiseuille de velocidade, enquanto que em altas frequência, este perfil torna-se mais plano e uniforme (perfil de Helmholtz). A definição do comprimento característico viscoso é expressa na forma:

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int_A v_i^2(r_w) dA}{\int_V v_i^2(r) dV}. \quad (3.37)$$

Para um fluxo constante de um fluido não-viscoso, através de uma estrutura porosa,  $v_i(r_w)$  representa a velocidade microscópica na parede do poro e a integral no numerador é calculada ao longo da superfície  $A$  do poro de volume elementar.

A velocidade microscópica  $v_i(r)$  é a velocidade no interior dos poros e a integral no denominador é realizada ao longo do volume  $V$  dos poros.

O comprimento característico viscoso é a razão da área do poro e o volume do poro com fatores de peso: a velocidade microscópica quadrática ao longo da superfície do poro e ao longo do volume do poro.

O comprimento característico viscoso representa também o raio hidráulico médio dos poros menores, os quais interconectam os poros maiores para a maioria das microgeometrias de materiais porosos de

estrutura celular de acordo com a Figura 3.23. O parâmetro  $\Lambda$  depende somente da microgeometria da estrutura porosa e está relacionado às perdas viscosas no material poroso, representado pela densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}$  do fluido equivalente.

Para descrever os efeitos de perdas térmicas, relacionados ao módulo de compressibilidade efetiva  $\tilde{K}_{ef}$ , Champoux e Allard (1991) introduziram o comprimento característico térmico  $\Lambda'$ , com definição similar ao comprimento característico viscoso.

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int_A dA}{\int_V dV}. \quad (3.38)$$

A integral no numerador é realizada sobre as superfícies  $A$  dos poros em um volume elementar representativo. A integral no denominador é realizada sobre um volume  $V$  de poro, porém sem considerar o fator de peso das velocidades microscópicas quadráticas nas paredes e no interior dos poros.

O comprimento característico térmico representa o raio hidráulico médio dos poros maiores de uma estrutura porosa. Desta forma, no caso de poros idênticos e cilíndricos, tem-se que os comprimentos característicos são iguais ao raio hidráulico do cilindro, ou seja,  $\Lambda = \Lambda' = \bar{r}$ . Pode-se notar também que para uma estrutura porosa celular,  $\Lambda' \geq \Lambda$ . A razão  $N = \Lambda'/\Lambda$  entre os comprimentos característicos térmicos e viscosos apresenta valor entre 1,5 e 3 para a maioria das estruturas porosas.

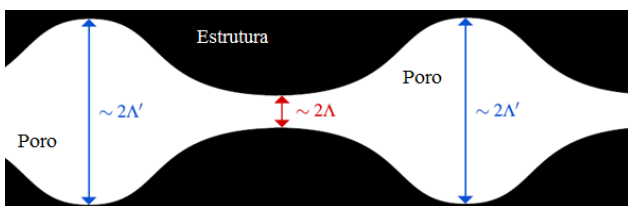


Figura 3.23: Exemplo de poros de um material poroso representado por um fluido equivalente.

O comprimento característico térmico leva em consideração a dependência da compressibilidade dinâmica com a frequência devido ao intercâmbio de energia térmica entre o fluido e a estrutura (isotérmico em baixas frequências e adiabático em altas frequências). Os comprimentos característicos viscosos e térmicos dependem da configuração microgeométrica dos poros. Para materiais celulares, o comprimento característico térmico é uma estimativa do tamanho médio dos poros (já que essa variável determina o fluxo de calor), enquanto que o comprimento característico viscoso é uma estimativa das dimensões das interseções entre os poros (já que essa variável determina o efeito viscoso). Quando uma onda se propaga em um poro, uma constrição apresenta maiores velocidades, influenciando as interações viscosas, enquanto que uma superfície maior área (poros maiores) é mais favorável ao intercâmbio de energia térmica.

Ambos os comprimentos característicos e a tortuosidade são definidos como uma média estatística de seus valores microscópicos tomados ao longo de um determinado volume de material poroso, os quais representam macroscopicamente as propriedades físicas do mesmo.

No trabalho desenvolvido por Fohr *et al.* (2008), dois procedimentos foram simplificados. Ao invés de usar transdutores ultrassônicos de banda larga, para cobrir uma porção significativa da curva de dispersão, utiliza sensores ultrassônicos de banda estreita, em torno de 40 kHz, produzindo um pulso de tom puro. Esta frequência é suficientemente alta para usar a chamada aproximação assintótica de altas frequências e é baixa o suficiente para ter um comprimento de onda maior que os tamanhos de poros. Este segundo ponto é importante para evitar que o processo de difração ocorra. Em outras palavras, precisa-se obter um comprimento de onda grande o suficiente para cobrir um volume macroscópico homogêneo suficiente de poros, sendo que alguns poros são maiores e outros são menores. A partir desta condição, é necessário verificar se a espessura da camada limite viscosa  $\delta_v = (2\eta/\rho_o\omega)^{1/2}$  é menor que a dimensão dos poros. Desta forma deve-se considerar:

$$A, A' \gg \delta_v = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho_o\omega}}. \quad (3.39)$$



Para a frequência de 40 kHz, este parâmetro está em torno de  $\delta_v \approx 10 \mu\text{m}$  e dependendo da estrutura porosa, o qual apresente dimensões de poros muito pequenos (próximo ou menor que  $10 \mu\text{m}$ ), deve-se então aumentar a frequência utilizada, para que a espessura da camada limite seja menor e não influencie na propagação e atenuação através do material, que deveria estar relacionada somente com o caminho tortuoso da estrutura porosa. Na medição dos comprimentos característicos com ultrassom, utiliza-se a mesma configuração da medição de tortuosidade. No entanto, utilizam-se no mínimo dois gases diferentes para cada medição, e neste caso é importante o valor da atenuação do pulso ultrassônico.

Para o faixa de frequência de aproximadamente 40 kHz e considerando as aproximações assintóticas da compressibilidade dinâmica e densidade efetiva, é possível avaliar o índice de refração  $n_r = c_o/c_f(\omega)$  da seguinte forma:

$$n_r^2 = \left( \frac{c_o}{c_f(\omega)} \right)^2 = \alpha_\infty \left[ 1 + \delta_v \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}\Lambda'}} \right) \right], \quad (3.40)$$

na qual  $\text{Pr} = \eta c_p / k_f$  é o número de Prandtl, sendo  $c_p$  o calor específico a pressão constante e  $k_f$  a condutibilidade térmica do fluido. Considerando as mesmas aproximações assintóticas, pode-se escrever o coeficiente de transmissão do sinal através da amostra da seguinte maneira:

$$\ln[T(\omega)] = \ln[\varepsilon] - \frac{\omega}{c_o} \sqrt{\alpha_\infty} \left[ \frac{\delta_v}{2} \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}\Lambda'}} \right) \right] L, \quad (3.41)$$

sendo  $T(\omega)$  a razão da amplitude do sinal no tempo com e sem amostra,  $L$  é a espessura da amostra e  $\varepsilon$  é definido como segue:

$$\varepsilon = \left( -\frac{4\phi}{\sqrt{\alpha_\infty}} \right) \left( 1 + \frac{\phi}{\sqrt{\alpha_\infty}} \right)^{-2}. \quad (3.42)$$

Para a maioria dos materiais porosos, tem-se a porosidade bastante elevada e tortuosidades baixas, ou seja,  $\phi \approx 1$  e  $\alpha_\infty \approx 1$ , logo neste caso,  $\varepsilon$  é próximo de 1. Assim a equação (3.41) pode ser expressa

de forma simplificada como uma relação de atenuação por unidade de espessura da amostra, ou seja:

$$\frac{|\ln[T(\omega)]|}{L} \approx \frac{\omega\sqrt{\alpha_\infty}}{c_o} \frac{\delta_v}{2} \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}\Lambda'} \right). \quad (3.43)$$

Este método, proposto por Fohr *et al.* (2008), é baseado na medição no atraso do tempo e a atenuação de um pulso tonal em 40 kHz propagando através da amostra. Este atraso no tempo  $\Delta t$ , de acordo com a equação (3.36), pode ser expresso em função da velocidade de fase e da espessura da amostra.

$$\Delta t(\omega) = L \left( \frac{1}{c_f(\omega)} - \frac{1}{c_o} \right). \quad (3.44)$$

Resolvendo o sistema das equações (3.40), (3.43) e (3.44), podem-se obter expressões para a tortuosidade e comprimento característico viscoso para o limite de alta frequência,  $\omega \rightarrow \infty$ ,

$$\alpha_\infty = \left[ \left( \frac{|\ln[T]|c_o}{L\omega} \right) - \sqrt{\left( \frac{|\ln[T]|c_o}{L\omega} \right)^2 + \left( 1 + \frac{c_o\Delta t}{L} \right)^2} \right]^2. \quad (3.45)$$

Considerando uma razão  $N = \Lambda'/\Lambda$  entre os comprimentos característicos, tem-se que o comprimento característico viscoso é dado por:

$$\Lambda = -\frac{\delta_v}{2} \left[ \frac{N\sqrt{\text{Pr}} + \gamma - 1}{N\sqrt{\text{Pr}}} \right] \left[ 1 - \sqrt{1 + \left( 1 + \frac{c_o\Delta t}{L} \right)^2 \left( \frac{L\omega}{c_o|\ln[T]|} \right)^2} \right]. \quad (3.46)$$

Se as porosidades do material forem baixas (menores que 60 %), pode-se usar um método iterativo, primeiramente estimando  $\alpha_\infty$  com a equação (3.45) e então calcula-se  $\varepsilon$  pela equação (3.42). Desta forma, pode-se recalculer  $\alpha_\infty$  considerando o termo de atenuação por unidade

de espessura como  $(|\ln[T(\omega)] - \ln[\varepsilon]|)/L$ , até que haja a convergência dos resultados.

Um procedimento bastante utilizado para medir os comprimentos característicos térmicos e viscosos através do método de ultrassom, e sem considerar uma razão entre eles, consiste em utilizar a diferença das propriedades físicas de dois gases, como por exemplo, ar e hélio. Neste caso, observa-se o comportamento assintótico em alta frequência das curvas de dispersão da velocidade de fase, ou o índice de refração para ambos os gases, de acordo com a Figura 3.24.

O método consiste em plotar o índice de refração elevado ao quadrado  $n_r^2 = (c_o/c_f(\omega))^2$ , em função do inverso da raiz quadrada da frequência,  $1/\sqrt{f}$  [ $\text{Hz}^{-1/2}$ ] para ambos os gases.

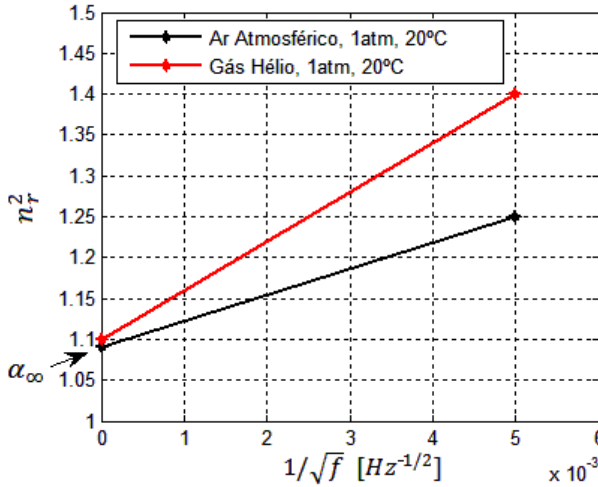


Figura 3.24: Exemplo de índice de refração em função do inverso da raiz quadrada da frequência para o ar e gás hélio.

Observa-se uma aproximação linear para as altas frequências, e o valor que intercepta a ordenada é dado pela tortuosidade do material poroso  $\alpha_\infty$ . A inclinação da reta  $Sl$ , dada pela tangente do ângulo de inclinação, leva ao valor de comprimento  $L_c$ , dado por:

$$L_c = \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}\Lambda'}} \right)^{-1}. \quad (3.47)$$

Para obter a curva da Figura 3.24, realiza-se primeiramente o experimento para o ar e em seguida para o gás hélio. Deve-se utilizar a mesma configuração da Figura 3.21, no entanto com um compartimento para enclausurar o gás hélio, gerando primeiramente vácuo, conforme Figura 3.25. Neste caso, deve-se garantir que a amostra apresenta-se bastante saturada com a presença do novo gás, no caso o hélio. Por isso um tempo mínimo de 10 minutos é esperado até o início da medição.

Isto gera dois valores distintos de inclinação  $Sl_{ar}$  e  $Sl_{He}$ , e um único valor de tortuosidade  $\alpha_{\infty}$ . Os comprimentos característicos  $\Lambda$  e  $\Lambda'$  são encontrados a partir da solução do sistema de duas equações e duas incógnitas,

$$\begin{cases} Sl_{ar} = \alpha_{\infty}(\sqrt{\eta_{ar}/\pi\rho_{ar}})/Lc_{ar}; \\ Sl_{He} = \alpha_{\infty}(\sqrt{\eta_{He}/\pi\rho_{He}})/Lc_{He}. \end{cases} \quad (3.48)$$

A configuração da bancada e os transdutores na câmara de gás estão mostrados na Figura 3.26. Observando a facilidade do método proposto por Fohr *et al.* (2008), as medições de tortuosidade e dos comprimentos característicos estão sendo realizados com transdutores de baixo custo, da empresa Komantech®, modelo T40-16 e R40-16, cuja frequência de trabalho é  $40 \text{ kHz} \pm 1 \text{ kHz}$ .

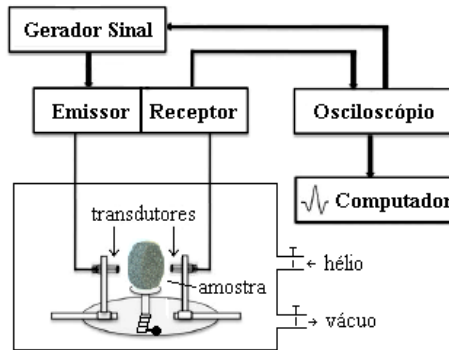


Figura 3.25: Esquema de medição de tortuosidade e comprimentos característicos por ultrassom com ar e hélio.

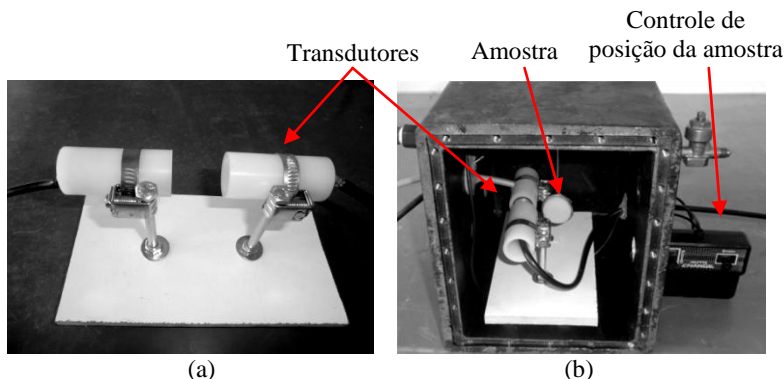


Figura 3.26: Protótipo de medição de tortuosidade e comprimentos característicos por ultrassom (a), câmara de vácuo e gás hélio (b).

Os transdutores, mostrados em detalhe no Apêndice A, estão inseridos no interior dos tubos de suporte, vistos na Figura 3.26(a).

Até o momento, os parâmetros macroscópicos foram obtidos diretamente através de experimentos definidos por normas ou procedimentos descritos em literatura. No entanto, os parâmetros de um material poroso podem ser encontrados a partir da utilização de um modelo analítico ajustado, o qual considera os parâmetros que necessitam ser encontrados. Este método será apresentado na seção 3.3.

### 3.3 MÉTODOS INVERSOS

Este é o chamado método inverso, o qual baseia-se na solução de um algoritmo de otimização de ajuste entre as curvas (no domínio da frequência) da impedância de superfície experimental e as curvas impedância de um modelo analítico apropriado.

Desta forma, encontra-se uma função de erro a partir dos parâmetros de entrada do modelo e, a partir desta, pode-se encontrar o melhor ajuste entre as impedâncias. Consequentemente, encontra-se também o melhor ajuste para o coeficiente de absorção. A função objetivo é dada pela função erro que se deseja minimizada, até que se encontre os parâmetros acústicos de ajuste, que são as próprias variáveis de projeto (Atalla e Panneton, 2005; Bonfiglio e Pompoli, 2007; Pompoli e Bonfiglio, 2008; Sharavage *et al.*, 2008).

Os métodos de otimização mais conhecidos são os métodos de Gradiente e de Algoritmos Genéticos. O método do Gradiente descendente é um dos algoritmos mais simples e fundamentais em

otimização. Desde que seja utilizado o negativo do gradiente da função objetivo, então é chamado de método do Gradiente (Martinez *et al.*, 2005; Arora, 2004).

O método do Gradiente descendente é um algoritmo de otimização de primeira ordem, pois utiliza derivadas de ordem 1. Para encontrar um mínimo local de uma função usando gradiente descendente, calculam-se direções proporcionais ao valor negativo do gradiente (ou da inclinação aproximada) da função no ponto atual. Em um processo iterativo, em cada passo a função deverá apresentar menor valor em relação ao passo anterior e o resultado tende a aproximar-se de um mínimo local da função, até que o critério de convergência seja atingido (Fletcher, 2000).

Suponha que uma função  $f(x)$  seja continuamente diferenciável próximo a  $x_k$ , para o passo  $k$ , e o gradiente  $g_k = \nabla f(x_k) \neq 0$ . A partir da expansão em série de Taylor, tem-se (Martinez *et al.*, 2005):

$$f(x) = f(x_k) + (x - x_k)^T g_k + o(\|x - x_k\|), \quad (3.49)$$

onde  $o(\|x - x_k\|)$  representa os termos de mais elevada ordem. Escrevendo-se  $x - x_k = \alpha_k d_k$ , a direção  $d_k$  que satisfaz  $d_k^T g_k < 0$  é chamada de direção de descida que, por consequência, leva  $f(x) < f(x_k)$ . Fixando o valor de  $\alpha_k$ , quanto menor o valor de  $d_k^T g_k$ , mais rápido o valor da função decresce. Adotando-se  $d_k = -g_k$ , tem-se que  $d_k^T g_k$  será o menor valor possível. Desta forma  $-g_k$  é a máxima direção descendente da função objetivo. Considerando um método iterativo, tem-se:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k, \quad (3.50)$$

até que a norma de  $g_k$  apresente um valor menor que o critério de convergência escolhido, encontrando assim um mínimo local da função objetivo, que pode ser um mínimo global.

Por outro lado, o Método dos algoritmos Genéticos tem sido aplicado em problemas de alto índice combinatório onde uma busca exaustiva é impraticável. A principal deficiência dos algoritmos evolutivos reside na impossibilidade de se poder afirmar que a verdadeira solução global de otimização foi encontrada. O algoritmo tende a um mínimo global, entretanto, requer muitas iterações sucessivas, o que pode inviabilizar a aplicação prática. No entanto, as soluções alcançadas por estes algoritmos estão muito próximas da solução global e, na maioria dos casos, satisfazem o critério de

convergência exigido. Em muitas aplicações, não há grandes diferenças entre a solução alcançada e a solução que representa o mínimo ou o máximo global do espaço de procura.

Este método baseia-se no modelo darwiniano de evolução das espécies. Consiste em gerar um conjunto de soluções através da configuração aleatória das variáveis de otimização do sistema. As soluções são então avaliadas em relação à função objetivo, aqui chamada de função adaptativa. As melhores soluções terão maior probabilidade de serem escolhidas para a reprodução, trocando informações entre si e dando origem a uma nova geração de soluções. A nova geração é avaliada, como havia sido a primeira, dando início ao processo iterativo. Informações relacionadas a este tema podem ser encontradas nas referências de Goldberg (1989) e Haupt e Haupt (2008).

Espera-se que a cada nova geração, os indivíduos apresentem valores melhores em relação à função adaptativa (indivíduos mais adaptados) que os indivíduos das gerações anteriores. Para a realização deste processo, cada variável de otimização é codificada na forma de um *string* (representação binária de um número decimal). A combinação de todos os *strings* que representam cada variável de otimização recebe o nome de cromossomo.

A função objetivo é baseada na soma (no domínio da frequência) do erro quadrático entre a impedância de superfície do modelo analítico e o resultado experimental para as partes real e imaginária, de acordo com a equação (3.51) (Atalla e Panneton, 2005; Bonfiglio e Pompoli, 2007):

$$obj_1 = \sum_{i=1}^{n_f} (\text{Re}[\tilde{Z}_{an_i} - \tilde{Z}_{exp_i}])^2 + \sum_{i=1}^{n_f} (\text{Im}[\tilde{Z}_{an_i} - \tilde{Z}_{exp_i}])^2, \quad (3.51)$$

ou seja, quanto melhor o ajuste do modelo na frequência para a parte real e imaginária da impedância de superfície, menor será o valor da função objetivo  $obj_1$  e, conseqüentemente, tem-se também o coeficiente de absorção ajustado com o modelo experimental. O domínio de frequência de ajuste encontra-se entre  $f_i$  e  $f_f$ , sendo  $n_f$  o número de frequências analisadas. Após encontrar o ponto mínimo satisfatório da função objetivo, tem-se então as variáveis de otimização ajustadas, sendo estas a resistividade ao fluxo, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos otimizados.

Os resultados encontrados pelo método inverso podem ser comparados com os resultados obtidos pelos métodos diretos, para cada um dos parâmetros que caracterizam os materiais porosos de estrutura rígida. A validação de ambos os métodos indica a confiabilidade das ferramentas de caracterização de materiais porosos. Isto será apresentado no capítulo 4.

### 3.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Foram apresentadas neste capítulo metodologias experimentais, normatizadas ou descritas em literatura, para a caracterização acústica de absorção assim como avaliação direta dos parâmetros macroscópicos de um material poroso. Dentre os métodos apresentados, não foi construída a bancada experimental de resistividade ao fluxo com escoamento constante, devido a dificuldade de encontrar medidores de vazão para velocidades menores que 50 mm/s. Também não foi construída a bancada de tortuosidade por condutividade elétrica, devido à impossibilidade de medição de materiais porosos metálicos.

Observa-se que para a medição da resistividade ao fluxo oscilatório, deve-se ter precaução com o tipo de transdutor utilizado e sua sensibilidade em baixas frequências. A utilização de frequências um pouco mais elevadas tende a evitar grandes desvios nesta grandeza experimental. A utilização de acelerômetros sísmicos podem apresentar melhores resultados em baixa frequência.

O método de medição da tortuosidade por ultrassom tem sido bastante utilizado na caracterização de materiais porosos, nos últimos 15 anos. A proposta alternativa de Fohr facilitou consideravelmente o método. No entanto, observam-se limitações para amostras muito densas, ou poros menores que 10  $\mu\text{m}$ . Para a obtenção da tortuosidade, apenas o ar atmosférico como fluido é suficiente. Com a necessidade da estimativa dos comprimentos característicos, outro gás é necessário, como por exemplo o hélio.

Uma alternativa encontrada na literatura é a caracterização inversa de parâmetros macroscópicos. Parâmetros que não podem ser medidos experimentalmente em bancada são avaliados através do ajuste da curva de impedância experimental com modelos analíticos. Este método inverso assim como os métodos diretos apresentados serão avaliados a seguir no capítulo 4.



## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS DE CARACTERIZAÇÃO, MODELAGEM NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO COM MODELOS CLÁSSICOS

Neste capítulo serão apresentados alguns resultados de ensaios de caracterização de materiais porosos. Será observada a comparação entre os métodos diretos descritos, para cada parâmetro macroscópico de caracterização de materiais porosos. Também serão comparados os resultados obtidos pelo método inverso de ajuste de modelo, e a verificação do modelo de fluido equivalente para o gás R134a.

O modelo de elementos finitos clássico será utilizado para validar a aplicação de materiais porosos em um filtro acústico de geometria simplificada. Poderão ser observados os efeitos da atenuação da resposta do filtro de acordo com o material utilizado.

Em seguida, será apresentada a possibilidade de otimização dos parâmetros macroscópicos dos materiais porosos, e consequentemente a maximização do coeficiente de absorção de acordo com a faixa de frequência de interesse.

#### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS POROSOS

Para caracterização de materiais porosos, a propriedade mais importante relacionada à sua capacidade de atenuação de ruído é o coeficiente de absorção. Esta propriedade geralmente é medida a partir de tubos de impedância de acordo com a Norma ISO 10534-2. Outros métodos podem ser encontrados na literatura (Carneiro, 2011).

Desta forma a primeira etapa de caracterização envolve a medição do coeficiente de absorção e impedância de superfície, estas considerando o ar em condição ambiente de temperatura e pressão. Para isso, foi realizada a medição em tubo de impedância para alguns materiais de absorção comerciais, mostrados na Figura 4.1.

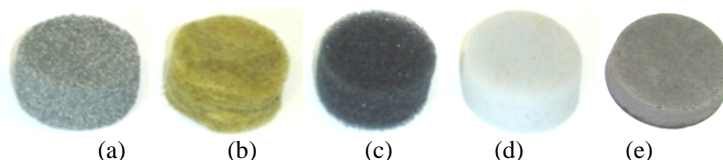


Figura 4.1: Amostras de alumínio poroso (a), lã de rocha (b), espuma comum (c), flamex (d), material poroso metálico sinterizado (e).

A amostra de alumínio poroso apresenta espessura de 12,6 mm, lâ de rocha, 12 mm, flamex, 11 mm e a espuma comum 10 mm. Flamex é um nome comercialmente conhecido para o material melamina. Esta é uma estrutura de resina polimérica flexível, de baixa densidade ( $9,2 \text{ kg/m}^3$ , de acordo com medições realizadas). A lâ de rocha apresenta densidade de  $64 \text{ kg/m}^3$ , de acordo com o fabricante (Isover, 2010). Já a amostra Mp10 apresenta espessura de 9,8 mm, e a amostra CP-01-2 apresenta espessura de 10 mm. Estas são amostras porosas metálicas produzidas a partir da metalurgia do pó, cuja matéria prima é o óxido de ferro ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) e grafita. Estes materiais são compactados e sinterizados pelo Laboratório de Materiais da UFSC. Maiores detalhes sobre este processo são dados por Magnabosco (2012).

#### 4.1.1 Coeficientes de Absorção e Caracterização pelo Método Direto

Como estes materiais apresentam espessuras razoavelmente aproximadas, podem ser comparados acusticamente. Os coeficientes de absorção experimentais para o ar atmosférico, obtidos pelo método do tubo de impedância com dois microfones, na qual considera-se a ausência de cavidade de fluido atrás da amostra, estão mostrados na Figura 4.2.

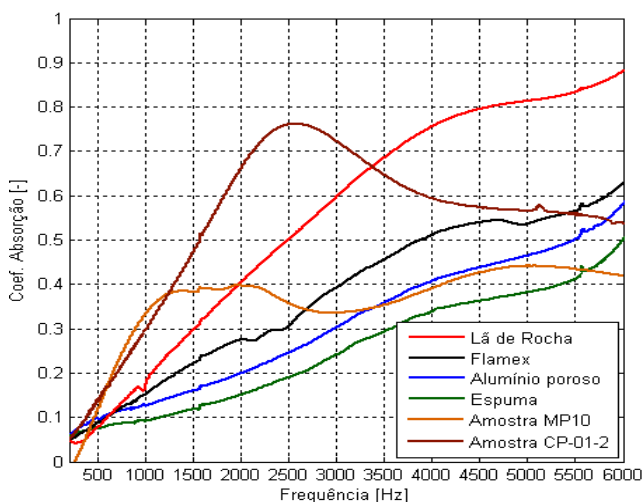


Figura 4.2: Comparação dos coeficientes de absorção experimentais (ar atmosférico, 20°C).

Nesta análise o melhor absorvedor em altas frequências é a lã de rocha e a amostra CP-01-2 nas baixas frequências, considerando o ar como fluido. No entanto, esta comparação não é um bom indicativo para outras aplicações como em compressores, caso não forem consideradas as condições de pressão e temperatura, assim como as propriedades térmicas e viscosas do gás. Os coeficientes de absorção apresentam modificações significativas considerando estas novas propriedades do gás de refrigeração, de acordo com os modelos apresentados.

Sabe-se que a absorção sonora provocada pelas trocas térmicas e perdas viscosas ao longo dos poros do material está relacionada às propriedades do gás e aos parâmetros que caracterizam os materiais porosos. No entanto, os parâmetros como porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos dependem somente da microestrutura do material poroso, e independem das propriedades do gás. Apesar disso todos estes parâmetros e propriedades caracterizam a absorção acústica de um determinado material poroso, e para cada fluido em particular.

Como já visto, estes materiais podem ser representados por modelos de estrutura rígida de fluido equivalente, através da compressibilidade dinâmica e densidade efetiva, que também dependem de todos estes parâmetros e as propriedades do gás em questão.

Desta forma, primeiramente será realizada a comparação entre os métodos de medição de resistividade ao fluxo dos materiais porosos. Dentre os métodos apresentados na seção 3.2.1, serão aqui avaliados o de fluxo alternativo (ISO 9053, 1991), duto com dois microfones e pistão por gravidade, ambos sugeridos por Ingard (2009). Os dados obtidos podem ser vistos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Comparação da resistividade ao fluxo das amostras.

Material	Resistividade ao fluxo [Ns/m <sup>4</sup> ]		
	ISO 9053 - Fluxo Alternativo	Ingard - Duto com 2 microfones	Ingard - Pistão por gravidade
Lã Rocha	20610	22065	29923
Flamex	10440	12334	14694
Alumínio	4715	6365	13965
Espuma	3365	5191	9558
MP10	364311	326605	-
CP-01-2	178439	230743	-

De acordo com o fabricante (Isover, 2010), a lã de rocha apresenta densidade aparente de 64 kg/m<sup>3</sup> e resistividade ao fluxo de

20 kNs/m<sup>4</sup>. Outro dado importante obtido na literatura, refere-se ao material flamex, ou melamina. De acordo com os resultados da melamina apresentados em Shrivage *et al.* (2008) e em Kelen e Göransson (2011), observou-se que a densidade obtida é respectivamente 9,2 kg/m<sup>3</sup> e 8,4 kg/m<sup>3</sup>. A porosidade encontrada em ambos autores é de 99 %.

Conclui-se que este material apresentado por Shrivage *et al.* (2008) e Kelen e Göransson (2011) é muito semelhante ao flamex caracterizado nesta tese. Os valores de resistividade encontrados nestes dois trabalhos são da ordem de 9,7 kNs/m<sup>4</sup> a 10,6 kNs/m<sup>4</sup>.

Dentre os métodos experimentais de resistividade ao fluxo apresentados, o método baseado na norma ISO 9053 possui resultados mais condizentes com as referências encontradas, para os materiais de lâ de rocha e flamex. Portanto, este método será tomado como referência para as medições experimentais diretas de resistividade ao fluxo. O erro relativo para os outros dois métodos são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Comparação do erro relativo da resistividade das amostras em relação ao método da norma ISO 9053.

Material	Erro Relativo da Resistividade [%]	
	Ingard - Duto com 2 microfones	Ingard - Pistão por gravidade
Lã Rocha	7,06	45,18
Flamex	18,14	40,74
Alumínio	34,99	196,18
Espuma	54,26	184,04
MP10	10,34	-
CP-01-2	29,31	-

Nota-se que as incertezas obtidas pelo método de Ingard com dois microfones ainda podem ser consideradas relevantes, até 20 % ou 30 % de erro. Estão associadas às incertezas de posicionamento das amostras no ponto de máxima pressão, assim como o erro da posição dos microfones. No entanto, em relação ao método de pistão submetido à descida por força de gravidade, conclui-se que este é inadequado para a avaliação experimental de resistividade. Os elevados erros encontrados são justamente pela grande incerteza associada às perdas por atrito do pistão com o duto, vazamentos nesta mesma região e a baixa precisão na marcação do tempo de descida do pistão.

Conforme a Figura 4.2, nota-se que o coeficiente de absorção está diretamente relacionado à resistividade ao fluxo. Maiores resistividades tendem a reduzir a frequência na qual ocorre o primeiro valor máximo do coeficiente de absorção.

Considerando apenas a resistividade ao fluxo e sabendo que as porosidades das amostras são elevadas (acima de 80 %, exceto Mp10 e CP-01-2), observa-se um aumento do coeficiente de absorção de acordo com o aumento da resistividade ao fluxo. A porosidade assim como os outros parâmetros serão apresentados a seguir. Para amostras de espessura 10 a 12 mm, considera-se a condição ótima de Rayleigh  $\phi\sigma L/\rho_o c_o \approx 2$ . Logo, tem-se a característica de máxima absorção no ar para resistividades entre 70 kNs/m<sup>4</sup> e 100 kNs/m<sup>4</sup>. Ou seja, é condizente o aumento do coeficiente de absorção de acordo com o aumento da resistividade, até atingir o ponto ótimo. A partir deste ponto, a absorção volta a decrescer com o aumento da resistividade, e os valores de máximos tendem a apresentar-se cada vez mais em baixas frequências, até que a absorção seja totalmente nula. Obtém-se então, uma condição de parede rígida, na qual a resistividade ao fluxo e a impedância de superfície são infinitas.

Para a medição da porosidade, utilizou-se a técnica de Arquimedes, na qual mergulha-se os materiais porosos em um fluido (acetona). A partir das diferenças de massa, pode-se obter o volume dos poros e a porosidade dos materiais.

Em relação à medição da tortuosidade e comprimentos característicos, aplicou-se o método alternativo proposto por Fohr. Com a utilização de dois fluidos diferentes, pode-se obter a razão entre os comprimentos característicos, e avaliá-los com maior precisão. Desta forma, utilizou-se como fluido o ar atmosférico e o gás hélio, sendo que a frequência do pulso de ultrassom é de 40 kHz.

Pode-se verificar na Figura 4.3, o sinal no tempo do pulso de ultrassom captado pelo transdutor receptor, considerando o ar atmosférico. Observa-se o sinal de referência sem material poroso, assim como o sinal com material poroso de alumínio, cuja espessura é 12,6 mm. Nesta medição, utilizou-se um osciloscópio digital Tektronix TDS3032B com armazenamento de dados em disquete de 3,5 polegadas com 512 médias e um gerador de funções Agilent, ambos fornecidos pelo Laboratório de Eletrônica de Potência da UFSC. Em medições posteriores, utilizou-se o osciloscópio digital para computador, modelo Handyscope HS3, de dois canais de entrada e um gerador, que foi adquirido pelo Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA).

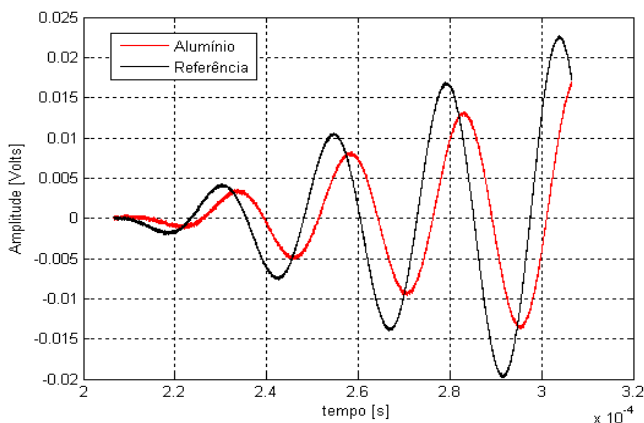


Figura 4.3: Sinal no tempo para a medição de tortuosidade e comprimentos característicos (ar atmosférico).

O atraso no tempo devido à amostra é de  $\Delta t = 3,82 \mu\text{s}$  e a razão de amplitudes é  $T(\omega) = 0,783$ . Desta forma, a tortuosidade medida apresenta valor  $\alpha_{\infty} = 1,09$ . As amostras de lã de rocha e flamex apresentam tortuosidade 1 e 1,01, compatível com suas elevadas porosidades. O mesmo ocorre para a espuma comum, que apresenta tortuosidade 1,04.

Pode-se observar na Tabela 4.3, a comparação experimental dos parâmetros de resistividade ao fluxo, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos das amostras de lã de rocha, flamex, alumínio poroso, espuma comum, Mp10 e CP-01-2.

Tabela 4.3: Comparação dos parâmetros macroscópicos das amostras porosas.

Parâmetros	$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	$\phi$ [%]	$\alpha_{\infty}$	$\Lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Lambda'$ [ $\mu\text{m}$ ]
Lã Rocha	20610	98,0	1,01	69,1	76,3
Flamex	10440	98,9	1,00	113,7	118,1
Alumínio	4715	84,2	1,09	194,6	247,9
Espuma	3365	83,5	1,04	122,7	159,4
Mp10	364311	59,8	2,40	5,11	7,91
CP-01-2	178439	68,0	2,31	14,3	21,7

A comparação, para as amostras analisadas, entre o modelo analítico de Johnson-Lafarge e os resultados experimentais é mostrada na Figura 4.4.

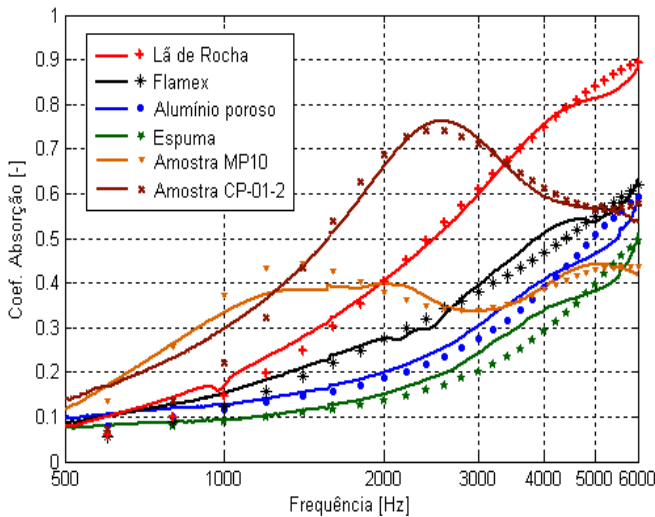


Figura 4.4: Curvas ajustadas entre modelo (pontos) e experimental (linhas); ar atmosférico, 20°C.

Observa-se boa concordância entre os dados experimentais e o modelo analítico utilizado. As divergências encontradas são da ordem de 5%, aceitáveis para este tipo de caracterização experimental e analítica.

#### 4.1.2 Método Inverso e Verificação Experimental

Conforme visto na seção 3.3, os métodos inversos são baseados no ajuste entre dados de impedância e absorção experimentais, e um modelo analítico de fluido equivalente. Isto pode ser uma grande vantagem em relação à redução do tempo de medição experimental, obtendo-se parâmetros ajustados. Esta técnica pode ser utilizada quando nem todos os parâmetros podem ser medidos experimentalmente. A redução do número de variáveis, através da utilização de algum parâmetro macroscópico obtido experimentalmente, facilita na convergência do algoritmo de otimização. Obtém-se, assim, os parâmetros desejados com melhor ajuste e menor erro. Um conhecimento prévio do material favorece o ajuste do algoritmo através da utilização de restrições de projeto mais efetivas.

Como variáveis de otimização foram utilizados os cinco parâmetros mais importantes do modelo de Johnson-Lafarge. Esta análise será apresentada para o material de alumínio poroso, de

espessura 12,6 mm. Neste processo de otimização, foram utilizados os métodos de gradiente e algoritmos genéticos, como forma de comparação. O modelo de Biot-Allard (Allard e Atalla, 2009), de três parâmetros ( $\sigma$ ,  $\phi$ ,  $\alpha_\infty$ ), também pode ser aplicado com maior rapidez de convergência neste procedimento. As restrições utilizadas nos algoritmos estão indicadas na Tabela 4.4. O espaço de procura foi definido através de uma estimativa dos valores de parâmetros macroscópicos máximos e mínimos possíveis, adequados à materiais porosos de estrutura reticulada.

Tabela 4.4: Restrição utilizada no método inverso para o alumínio poroso.

Restrições	$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	$\phi$ [%]	$\alpha_\infty$	$\Lambda$ [ $\mu$ m]	$\Lambda'$ [ $\mu$ m]
Inferior	1000	30	1	10	10
Superior	100000	99	3	500	500

Além dessas, há uma única restrição não-linear, dada por:  $\Lambda' \geq \Lambda$ , a qual é válida para a maioria dos materiais porosos de estrutura rígida. A faixa de frequência de ajuste é de 500 Hz até 6 kHz, que coincide com os dados de impedância de superfície do tubo de impedância. Dentre os parâmetros utilizados no algoritmo genético pode-se citar uma população inicial de 20 indivíduos, 100 gerações, taxa de mutação de 5 % e fator de cruzamento 0,8.

A comparação entre os resultados do método inverso e direto para o alumínio poroso estão apresentados na Tabela 4.5, assim como o erro relativo. Toma-se como referência a medição direta.

Tabela 4.5: Comparação do método direto e inverso para alumínio poroso.

Parâmetros	$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	$\phi$ [%]	$\alpha_\infty$	$\Lambda$ [ $\mu$ m]	$\Lambda'$ [ $\mu$ m]
Método Direto	4715	84,2	1,09	194,6	247,9
Gradiente Inverso	4592	81,9	1,11	177,4	274,1
Erro Relativo [%]	2,60	2,73	1,83	9,04	10,52
Genético Inverso	4454	82,5	1,08	175,2	282,5
Erro Relativo [%]	5,53	2,01	0,91	10,07	13,75



Nota-se que as maiores discrepâncias estão relacionadas aos comprimentos característicos, os quais devem apresentar menor sensibilidade na curva de absorção, se comparados com a resistividade e tortuosidade. Estes apresentam erros relativos menores, da ordem de 1% a 5%. Além disso, um pequeno desvio em um parâmetro pode acarretar em uma certa compensação em outro, havendo maiores divergências nos resultados.

Observa-se na Figura 4.5 a comparação das impedâncias de superfície normalizadas do modelo analítico, considerando os resultados obtidos através dos método direto e para ambos os métodos inversos, gradiente e genético.

Nota-se grande concordância para ambos os métodos. No entanto, observa-se uma maior discrepância entre o modelo e a medição experimental em tubo de impedância, apenas na parte real, abaixo de 700 Hz. Este erro pode estar associado à distância entre os microfones, observando que suas membranas não são pontuais e o centro acústico pode variar de posição dependendo do comprimento de onda. Outra hipótese é a maior diferença de amplitude e fase entre os microfones em baixa frequência.

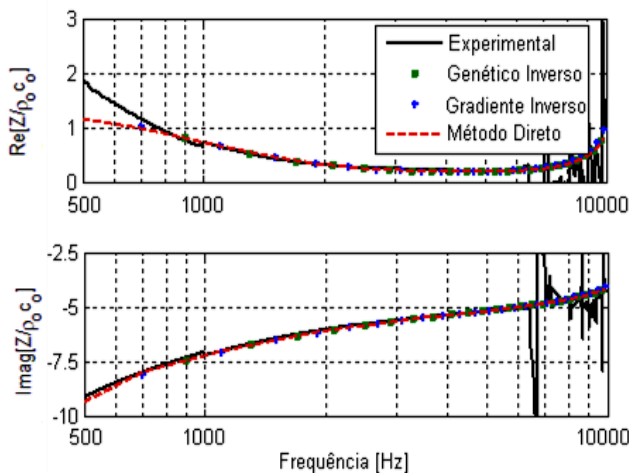


Figura 4.5: Comparação da impedância de superfície do alumínio poroso para os métodos de caracterização inversa; ar atmosférico, 20°C.

Verifica-se também a comparação para os valores do coeficiente de absorção do alumínio poroso, na Figura 4.6. Da mesma maneira, nota-se boa concordância entre os dados experimentais e os valores de absorção avaliados pelo modelo para os métodos referidos. O método de gradiente apresenta uma convergência de 2 a 3 vezes mais rápida que o método de algoritmos genéticos. O tempo aproximado de convergência é de 8 minutos para o método do gradiente e 20 minutos para o método dos algoritmos genéticos.

No entanto, o método de gradiente pode apresentar uma solução que não é o mínimo global, mas sim um mínimo local. Já o método dos algoritmos genéticos, tende a apresentar uma solução razoavelmente próxima do mínimo global.

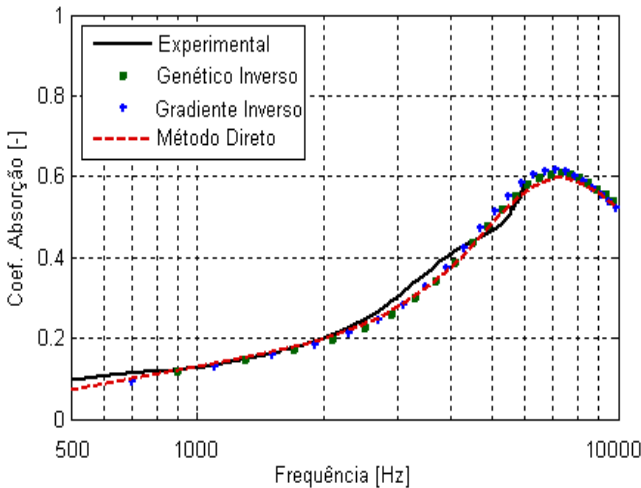


Figura 4.6: Comparação do coeficiente de absorção do alumínio poroso para os métodos de caracterização; ar atmosférico, 20°C.

Após a medição e ajuste dos parâmetros de um dado material poroso, pode-se prever o coeficiente de absorção para um fluido qualquer, ajustando os valores de resistividade ao fluxo do material, de forma proporcional à viscosidade dinâmica do fluido em questão (equação (2.48)). Desta forma, realizou-se esta análise para uma nova aplicação utilizando o gás R134a. Foram analisadas duas condições de temperatura e pressão, de acordo com a Tabela 4.6.

Considerando-se uma espessura de amostra de 10 mm para cada um dos materiais avaliados, pode-se observar a comparação da absorção

na Figura 4.7. Os parâmetros macroscópicos aqui utilizados foram obtidos através da caracterização direta.

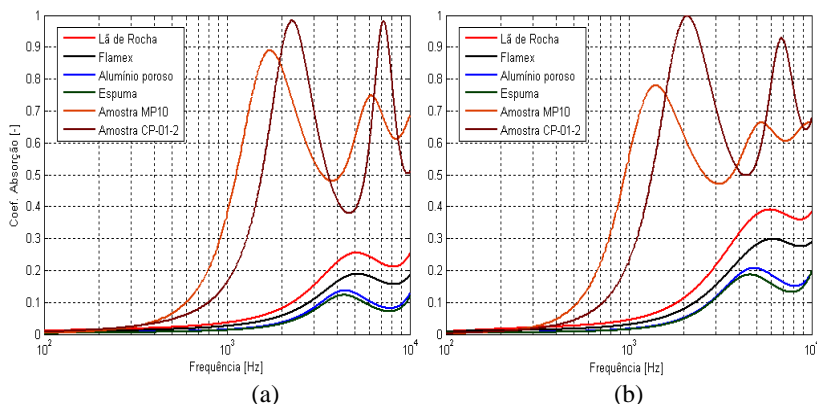


Figura 4.7: Absorção para condição 1 (a) e condição 2 (b); gás R134a.

Nota-se que para o gás R134a, nas condições mencionadas, os materiais de lã de rocha, flamex, alumínio poroso e espuma comum apresentam menores coeficientes de absorção comparados aos resultados da medição em tubo de impedância com ar, mostrados na Figura 4.2. Entre a condição 1 e 2, as maiores variações estão relacionadas à diferença de pressão do fluido, velocidade do som e à densidade. A densidade do R134a na sucção é  $19,3 \text{ kg/m}^3$ , enquanto que na descarga apresenta valor de  $72,8 \text{ kg/m}^3$ . A velocidade do som para a condição 1 é  $163 \text{ m/s}$  e para a condição 2,  $138 \text{ m/s}$ . As propriedades do gás R134a estão apresentadas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Propriedades do gás R134a para duas condições.

Propriedades	R134a	
	Condição 1	Condição 2
$P_o [\text{MPa}]$	0,488	1,491
$T_o [^\circ\text{C}]$	60	65
$c_o [\text{m/s}]$	163,48	138,29
$\rho_o [\text{kg/m}^3]$	19,31	72,85
$\gamma$	1,138	1,34
$c_p [\text{J/kg K}]$	954,8	1242,9
$\eta [\text{Pa s}]$	$1,326 \times 10^{-5}$	$1,364 \times 10^{-5}$
$k_f [\text{W/mK}]$	0,0163	0,0176
Pr	0,776	0,963

Devido à elevada resistividade ao fluxo, o material Mp10 e o material CP-01-2 apresentaram coeficientes de absorção muito maiores para o R134a, comparados ao alumínio poroso ou lâ de rocha, de acordo com Figura 4.7.

Todas as características de camada limite viscosa e térmica são alteradas com a mudança do gás e suas condições termodinâmicas, e consequentemente as características de trocas térmicas e perdas viscosas também são alteradas. Desta forma, necessita-se de um material que seja adequado para um determinado ambiente em particular.

Conforme já observado, o coeficiente de absorção de um material poroso é significativamente alterado, de acordo com o fluido que este encontra-se imerso. No entanto, estas conclusões até o momento obtidas são baseadas em modelos analíticos de fluido equivalente, mais precisamente o de Johnson-Lafarge. Desta forma, percebeu-se a necessidade da verificação experimental em tubo de impedância com este modelo analítico, utilizando um outro fluido. Esta verificação evidencia se a fenomenologia aplicada aos modelos é válida para outras condições ou diferentes fluidos, através da modificação das propriedades termodinâmicas.

Selecionou-se para esta análise o gás R134a em condições de pressão atmosférica e temperatura de 20°C. Pode-se visualizar na Tabela 4.7 as propriedades deste gás selecionado.

Tabela 4.7: Propriedades do R134a à pressão atmosférica e temperatura de 20°C

$P_o$ [Pa]	101320
$T_o$ [°C]	20
$c_o$ [m/s]	161,5
$\rho_o$ [kg/m <sup>3</sup> ]	4,25
$\gamma$	1,119
$c_p$ [J/Kg K]	851,2
$\eta$ [Pa s]	1,181x10 <sup>-5</sup>
$k_f$ [W/mK]	0,0133
Pr	0,751

Primeiramente, nota-se que a velocidade do som no gás R134a é aproximadamente 2,1 vezes menor do que a velocidade no ar atmosférico. De acordo com a medição em tubo de impedância, isto acarretaria em uma redução da frequência de corte do tubo de impedância de 6 kHz, com ar atmosférico, para 2,8 kHz com R134a.

Com o intuito de elevar a frequência de corte, aplicou-se um tubo estendido ao tubo original, reduzindo-se o diâmetro para 16 mm e a distância entre os microfones para 14 mm. O tubo original apresentava diâmetro de 27 mm e distância entre microfones de 24 mm. Desta forma, conseguiu-se aumentar a frequência de corte para aproximadamente 4 kHz. Os detalhes deste tubo estendido podem ser vistos no Apêndice A. Neste contexto, outro ponto importante na análise experimental é o desenvolvimento de microfones de baixo custo.

A utilização de microfones de precisão e alto custo é inviável para a aplicação com outro tipo de gás. A exposição do microfone a uma elevada pressão estática assim como o ataque químico do gás podem danificar a membrana do microfone. Por isto, decidiu-se construir um sistema de microfone de eletreto e pré-amplificador de baixo custo para realizar esta medição, sem os riscos mencionados. Os detalhes do microfone de eletreto e o circuito pré-amplificador podem ser observados no Apêndice A.

Esta verificação é apresentada para um material de estrutura rígida, constituído de polietileno de elevada densidade. O mesmo é produzido pela empresa EG-Filtros, observando que o tamanho de partícula utilizado no processo de fabricação apresenta dimensões da ordem de 60 a 80  $\mu\text{m}$ , sendo assim nomeado EG-60-80. A densidade e porosidade deste material foram obtidas experimentalmente através da técnica de Arquimedes. Neste caso, utilizou-se acetona, por ser bastante volátil. A densidade e porosidade obtidas apresentam valores de 385  $\text{kg/m}^3$  e 57,5 %, respectivamente.

Os outros parâmetros macroscópicos, encontrados através de caracterização experimental inversa, apresentam valores de resistividade 140,7  $\text{kNs/m}^4$  e tortuosidade de 2,17. Os comprimentos característicos viscoso e térmico são, respectivamente, 47,8  $\mu\text{m}$  e 73,2  $\mu\text{m}$ . A espessura deste material é de 10 mm.

Primeiramente, mediu-se a amostra de 27 mm de diâmetro, utilizando o tubo de impedância padrão, com microfones B&K 4189 de meia polegada. Em seguida, cortou-se a amostra até o diâmetro de 16 mm, realizando-se a medição com tubo estendido e microfones de eletreto. Para este diâmetro de tubo menor, mediu-se o coeficiente de absorção com ar atmosférico, e posteriormente realizou-se vácuo, para realizar a introdução do gás R134a à pressão ambiente.

A partir do procedimento experimental e da avaliação analítica com o modelo de Johnson-Lafarge, pode-se comparar os dados de

coeficiente de absorção para esta amostra EG-60-80, e estes são apresentados na Figura 4.8.

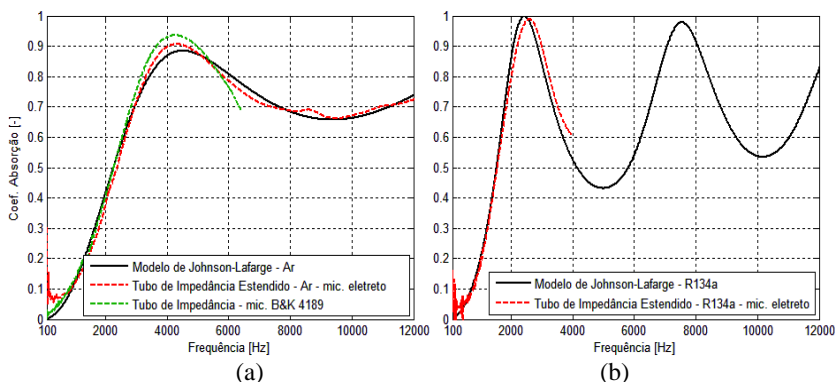


Figura 4.8: Coeficiente de absorção da amostra EG-60-80 para ar (a) e para o gás R134a (b) à pressão e temperatura ambiente.

Observa-se que os resultados experimentais e analíticos de absorção para o ar atmosférico apresentam pequenos desvios ao longo da frequência. A maior discrepância ocorre em comparação com a medição do tubo de impedância padrão, de maior diâmetro. O fato de ter ocorrido o corte da amostra porosa, pode ter alterado minimamente os parâmetros macroscópicos e o seu coeficiente de absorção. A calibração de amplitude e fase dos microfones de eletreto é realizada conforme apresentado no capítulo 3, Seção 3.1. Isto minimiza os erros de sensibilidade dos microfones sendo geralmente mais evidentes acima de 5 kHz. Na aplicação com gás R134a, nota-se uma ligeira variação da curva de coeficiente de absorção em relação aos resultados analíticos e experimentais. Observa-se que o primeiro máximo de absorção (para 1/4 de comprimento de onda na fase fluida do material) ocorre em uma frequência mais baixa, devido à menor velocidade do som no gás R134a. Nota-se que a diferença entre os máximos e mínimos da curva de absorção é mais abrupta, devido ao aumento da densidade, redução da viscosidade dinâmica e redução da condutibilidade térmica do R134a em relação ao ar.

Conclui-se desta forma que a utilização dos modelos de fluido equivalente são válidos para o gás R134a, sob as condições mencionadas. Outras pressões estáticas e temperaturas não puderam ser avaliadas devido às limitações experimentais e à baixa robustez dos microfones de eletreto. No entanto, como estes modelos semi-

fenomenológicos estão atrelados às propriedades do gás, acredita-se que são válidos para outras condições de pressão estática e temperatura.

## 4.2 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Tem-se como objetivo a modelagem de cavidades acústicas com a aplicação de materiais porosos de estrutura rígida, através do método de elementos finitos, obtendo-se assim o campo de pressão ou a resposta em frequência dos mesmos a partir de condições de contorno impostas.

Este método é um procedimento numérico que é amplamente utilizado em análise dinâmica de problemas acústicos e estruturais, geralmente em casos de grande complexidade geométrica cuja solução pelos métodos analíticos tradicionais torna-se impraticável. O método baseia-se no processamento de diversas equações algébricas de forma simultânea as quais são geradas e resolvidas através de operações matriciais. Embora os resultados sejam aproximados, seus erros são pequenos, podendo ser minimizados com uma análise geométrica adequada do modelo e com o aumento do número de equações proporcionando maior tempo de processamento e custo computacional.

Basicamente, o método considera uma estrutura geométrica contínua formada por um conjunto de subestruturas menores, denominadas de elementos que apresentam características físicas e materiais distribuídos uniformemente. As características cinemáticas destes elementos são concentradas em determinados pontos, chamados de nós, de forma que para cada grau de liberdade têm-se uma equação algébrica, formando assim um sistema global de equações, também chamado de matrizes globais.

No caso de um problema acústico, o objetivo da simulação numérica é discretizar o domínio em elementos suficientemente pequenos e calcular as velocidades de partícula e pressões acústicas em todos os nós da malha, que representa o fluido no interior dos tubos. Para obter a resposta é preciso aplicar propriedades do fluido que compõe o domínio bem como as condições de contorno estabelecidas no problema (Diesel, 2000). Tem-se utilizado o método de elementos finitos através do *software* comercial Virtual.Lab 10 (LMS International, 2010), cuja simulação numérica é realizada no domínio da frequência, para problemas em regime estacionário e método direto.

Em problemas onde o domínio acústico é limitado, o problema é dito interior, como por exemplo, a predição do campo acústico em um volume de fluido, como é o caso de tubos e cavidades. A expressão que

governa a propagação de ondas acústicas de pequena amplitude em meio homogêneo é dada pela equação da onda linear.

Para a sua solução esta equação é complementada com condições de contorno de pressão sonora e de impedâncias. O conjunto das equações discretizadas pode ser expresso na forma matricial de acordo com a equação (4.1),

$$\mathbf{Q} \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} + \mathbf{D} \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \mathbf{H} \mathbf{p}(t) = \mathbf{q}(t), \quad (4.1)$$

na qual  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  são respectivamente as matrizes de inércia, dissipação e rigidez acústica globais,  $\mathbf{q}$  é o vetor com excitações nodais e  $\mathbf{p}$  é o vetor de pressões acústicas o qual deseja-se encontrar. Este representa um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem cuja solução pode ser obtida por procedimentos normalizados que resolvem as equações diferenciais com coeficientes constantes para cada incremento na frequência, de modo a obter a distribuição de pressão sonora como resposta (Diesel, 2000).

Através de um processo de montagem matricial apropriado, que leva em consideração a conectividade de cada elemento, pode-se obter as matrizes globais para a cavidade tridimensional (Fahy e Gardonio, 2007; Bermudez *et al.*, 2005). Considerando uma solução harmônica na forma  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{A}e^{i\omega t}$ , obtém-se no domínio da frequência:

$$[\mathbf{H} + i\omega\mathbf{D} - \omega^2\mathbf{Q}]\mathbf{p} = \mathbf{q}. \quad (4.2)$$

Normalmente, materiais porosos são considerados em modelos de elementos finitos através de impedâncias de superfície, aplicadas as faces dos elementos desejados. No entanto, esta impedância de superfície já considera uma espessura bem definida de material poroso. Neste caso, as análises mais complexas de formas geométricas e variações de espessura tornam-se bastante limitadas (Craggs, 1978; Marburg e Nolte, 2010).

Apesar disso, existe a possibilidade de modelar o próprio volume de material poroso de estrutura rígida acoplado a uma cavidade acústica, através da consideração de um fluido equivalente. Necessitam-se apenas da densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  do material poroso e da velocidade de propagação complexa  $\tilde{c}(\omega)$ , ambos em função da frequência, a partir de um modelo analítico julgado adequado, como por exemplo de Johnson-Champoux ou Johnson-Lafarge. Os elementos que representam o



material poroso apresentam estas duas propriedades acústicas complexas e, portanto, uma nova impedância característica complexa do material poroso.

Desta forma, realizaram-se testes numéricos com um tubo de 212,6 mm de comprimento e 27 mm de diâmetro. O material que representa o alumínio poroso apresenta espessura de 12,6 mm. Para validar esta situação, confeccionou-se uma malha de elementos finitos tetraédricos no *software Patran* (2010) com discretização de 12 elementos por comprimento de onda ( $\lambda/12 = c_o/12f_{m\acute{a}x}$ ). A máxima frequência de análise é  $f_{m\acute{a}x} = 10$  kHz. Isto leva à necessidade de elementos com dimensões máximas de 2,8 mm, considerando como fluido o ar a 20 °C. Esta malha apresenta 51290 nós e 35021 elementos tetraédricos, apresentada na Figura 4.9.

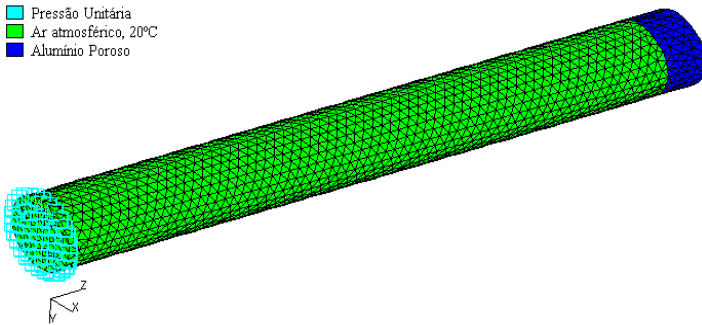


Figura 4.9: Malha de elementos finitos de um tubo com aplicação do material alumínio poroso.

Aplicou-se uma excitação de pressão unitária na entrada do tubo e a simulação ocorreu com intervalos de frequência de 10 Hz. Desta forma, obteve-se diretamente a impedância numérica na superfície do material poroso, devendo-se corrigir pela porosidade para a obtenção do coeficiente de absorção do modelo numérico.

$$\tilde{Z}_{s\_fem}(\omega) = \frac{\tilde{Z}_{fem}}{\phi}. \quad (4.3)$$

A comparação da impedância de superfície normalizada para o modelo numérico, experimental e analítico está mostrada na Figura 4.10.

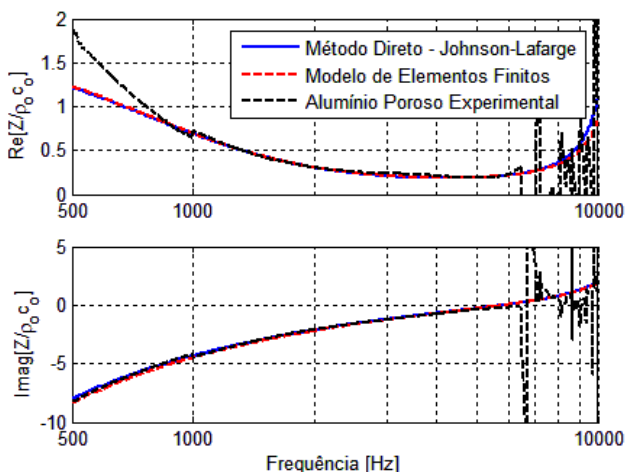


Figura 4.10: Comparação da impedância de superfície do modelo FEM para o alumínio poroso com ar atmosférico, 20°C.

Os respectivos coeficientes de absorção são apresentados na Figura 4.11.

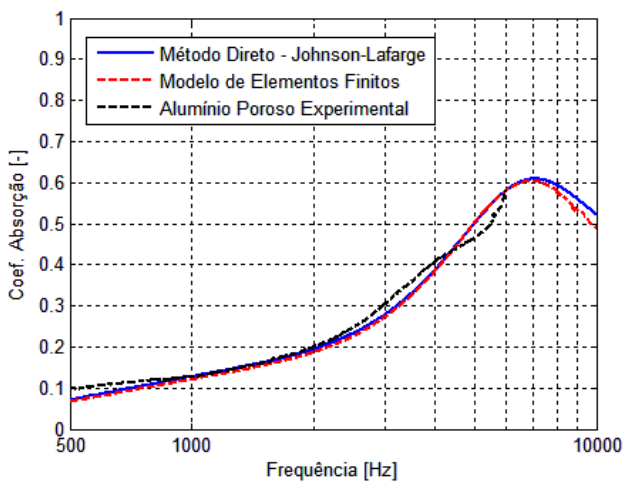


Figura 4.11: Comparação do coeficiente de absorção do modelo FEM para o alumínio poroso com ar atmosférico, 20°C.

Em um processador i7 com 6Gb de memória RAM, o tempo de processamento desta simulação é de aproximadamente 3 horas. Nota-se boa concordância entre o resultado do modelo analítico e o método de elementos finitos, com maior divergência em relação ao dado experimental de impedância de superfície, para frequências abaixo de 1 kHz.

Conclui-se que cavidades de formas geométricas de grande complexidade podem ser avaliadas pelo método de elementos finitos, considerando o volume de material poroso de estrutura rígida como um fluido equivalente. Tem-se, assim, uma ferramenta poderosa para modelagem acústica de cavidades com a aplicação de materiais porosos, o que pode ser bastante útil em aplicações práticas.

Com o intuito de avaliar numericamente e experimentalmente uma aplicação industrial bastante comum, selecionou-se um filtro acústico de geometria simplificada para observar os efeitos da aplicação do material poroso, como melhoria no controle passivo de ruído.

Sabe-se que os modelos de câmara de expansão atenuam parte da onda incidente devido à variação de impedância dadas pelas discontinuidades. No entanto, algumas frequências de ressonância internas do filtro acústico estão relacionadas aos tubos principais e ao próprio volume da câmara. Por isso, a aplicação interna de outros mecanismos de dissipação, como os materiais porosos, melhoram a eficiência de atenuação de ruído do filtro. Um esquema e as dimensões do filtro selecionado são vistos na Figura 4.12.

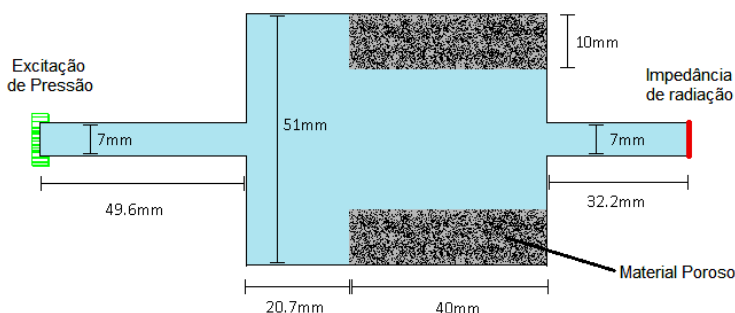


Figura 4.12: Esboço e dimensões do filtro acústico com material poroso.

A imagem real do filtro acústico utilizado no modelo experimental pode ser observada na Figura 4.13.

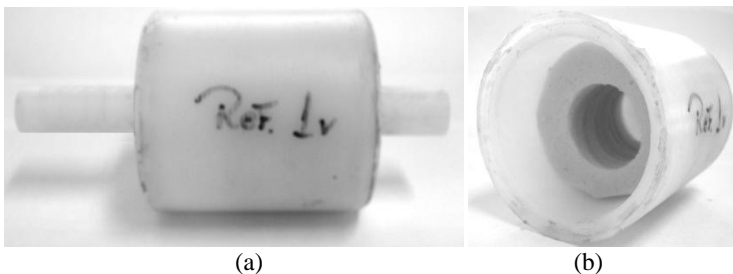


Figura 4.13: Imagem real do filtro acústico(a) com aplicação do material poroso(b).

A excitação foi aplicada na entrada do tubo de 49,6 mm, através de uma mangueira conectada à cavidade com alto-falante, alimentado com sinal de ruído branco. Como avaliação da atenuação do filtro acústico, optou-se por um método bastante simples, que consiste em obter a pressão acústica no tubo de saída do filtro tomando como referência a pressão acústica no tubo de entrada. Esta avaliação fornece uma curva de resposta em frequência do filtro. Maiores detalhes do procedimento experimental pode ser visto em Mareze (2009) e Lopes (2006). O material poroso selecionado para a aplicação no filtro acústico é o flamex, de espessura 10 mm na direção radial.

Em relação ao procedimento numérico de elementos finitos, utilizou-se uma discretização da malha de 12 elementos por comprimento de onda, até 10 kHz. A máxima dimensão de elemento é de 2,8 mm obtendo-se um total de 16168 nós e 10443 elementos. A malha do filtro é vista na Figura 4.14. O passo de frequência utilizado é 10 Hz e o tempo de simulação é de 122 minutos. O material poroso é implementado no modelo FEM através da densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e da velocidade do som complexa  $\tilde{c}(\omega)$ , obtidos a partir do modelo de Johnson-Lafarge.

A condição de contorno da terminação baseia-se na impedância acústica de radiação de um tubo de seção transversal circular constante, cuja terminação é aberta e não-flangeada. Segundo Pierce (1989), capítulo 7, a seguinte aproximação pode ser aplicada para  $k_0 a \ll 1$ :

$$\tilde{Z}_{rad} = \rho_o c_o \left[ \frac{1}{4} (k_o a^2) + j0,6133 (k_o a) \right], \quad (4.4)$$

na qual  $a$  é o raio da terminação do tubo de saída. A comparação numérica e experimental da curva de resposta em frequência pode ser vista na Figura 4.15.

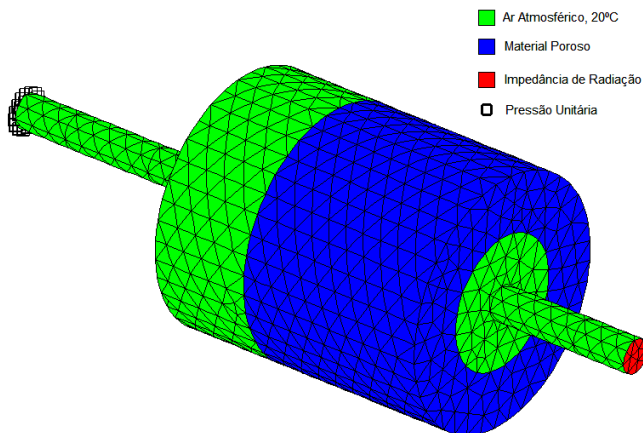


Figura 4.14: Malha em elementos finitos do filtro acústico com material poroso flamex.

A dissipação viscotérmica, que ocorre principalmente nos dutos principais e no volume (devido ao pequeno diâmetro), foram aplicadas numericamente através da velocidade do som complexa, utilizando o modelo de Kirchhoff (Mareze, 2009).

Pode ser visto na Figura 4.16 a curva de coerência da curva de resposta, com a presença do material poroso flamex no volume do filtro acústico.

Em relação à curva de resposta da Figura 4.15, nota-se uma pequena discordância acima da frequência de 8 kHz. No entanto, a modelagem numérica corresponde satisfatoriamente ao resultado experimental, com e sem material poroso.

A queda de coerência em algumas faixas de frequência corresponde justamente às frequências nas quais o filtro acústico apresenta maior atenuação. A diminuição da relação sinal-ruído é a responsável por esta queda. No entanto, os dados experimentais não foram prejudicados significativamente.

A avaliação numérica em elementos finitos foi realizada para os outros materiais apresentados, e esta pode ser vista na curva de resposta da Figura 4.17.

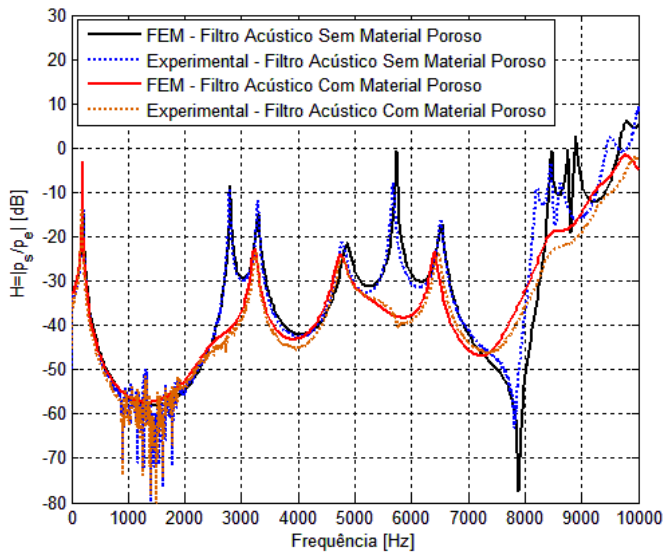


Figura 4.15: Curva de resposta do filtro acústico sem material poroso e com material poroso (flamex); ar atmosférico, 20°C.

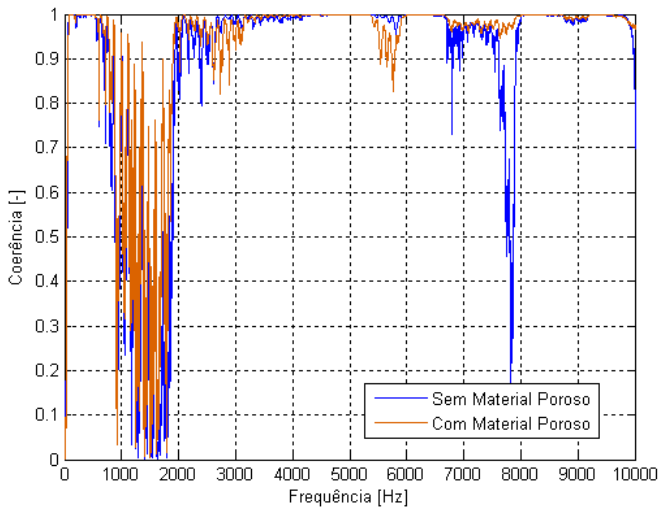


Figura 4.16: Coerência da medição sem material poroso e com material poroso (flamex); ar atmosférico, 20°C.

Observa-se que os materiais CP-01-02 e o EG-60-80 provocam maior atenuação quando aplicados ao filtro acústico. Isto é compatível com os maiores coeficientes de absorção apresentados por estes materiais.

Nota-se, também, que as maiores atenuações devido à aplicação do material poroso estão associadas às ressonâncias dos primeiros modos do volume do filtro acústico, 2790 Hz e 5730 Hz. Isto ocorre justamente porque os materiais acústicos foram aplicados no próprio volume do filtro. Para maiores atenuações nas outras frequências de ressonância, basta aplicar materiais porosos nos dutos principais.

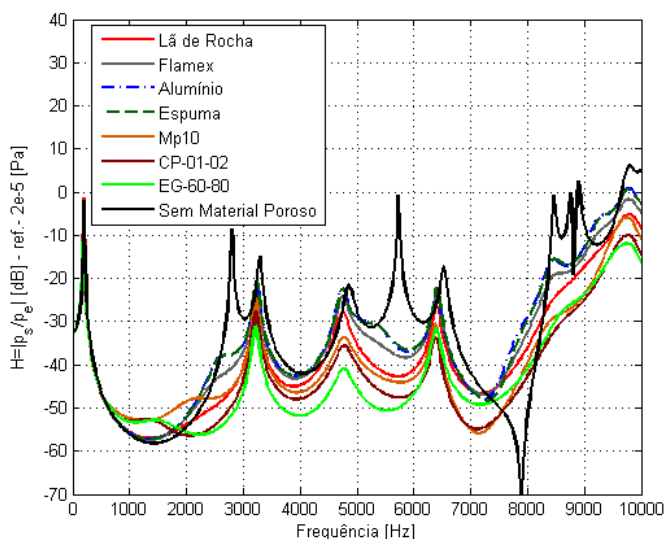


Figura 4.17: Curva de resposta numérica do filtro acústico sem material poroso e com outros materiais; ar atmosférico, 20°C.

Pode-se concluir que a necessidade de otimização e maximização da curva de absorção é indiscutível. A primeira forma de abordagem neste tema será analisada a seguir.

#### 4.3 OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE MATERIAIS POROSOS

Observando que os modelos analíticos de no mínimo 5 parâmetros (resistividade, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos) são ferramentas que apresentam bons resultados de predição de coeficientes de absorção e impedâncias de superfície, nota-

se a necessidade de aplicar algoritmos de otimização com o objetivo de maximizar a curva de coeficiente de absorção para a faixa de frequência de interesse. Obtêm-se, assim os parâmetros ótimos que levam ao máximo coeficiente de absorção, especificamente para cada tipo de fluido e sua condição de pressão e temperatura. Tem-se tomado a espessura do material como um parâmetro fixo de projeto. Este parâmetro de espessura está dependente das possibilidades de espaço de aplicação. Os algoritmos são os mesmos aplicados no método de caracterização inversa de parâmetros. Podem ser utilizados ambos os métodos do gradiente e algoritmos genéticos. No entanto, altera-se apenas a função objetivo, cujo objetivo é minimizar a função:

$$obj_2 = \sum_{i=1}^{n_f} (1 - \alpha_{an_i})^2, \quad (4.4)$$

na qual,  $\alpha_{an}$  é a curva discreta analítica do coeficiente de absorção, no domínio da frequência. O intervalo de interesse de otimização está entre a frequência inicial  $f_i$  e a final  $f_f$ , sendo  $n_f$  o número de frequências analisadas.

Observando o caso do alumínio poroso, de espessura 12,6 mm, realizou-se a otimização dos parâmetros para obter o máximo coeficiente de absorção. A faixa de frequência de interesse escolhida é entre 100 Hz e 10 kHz.

As restrições laterais das variáveis macroscópicas são apresentadas na Tabela 4.8, evidenciando o domínio viável de projeto.

Tabela 4.8: Restrições para otimização do alumínio poroso no ar.

Restrição	$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	$\phi$ [%]	$\alpha_\infty$	N
Inferior	1000	10	1	1
Superior	1000000	90	5	3

A restrição máxima de porosidade foi escolhida por questões de viabilidade, sabendo-se que o material original apresenta porosidade de 84%.

Desta forma, a condição não-linear implícita, dada por  $\Lambda' \geq \Lambda$  ainda é válida para  $N \geq 1$ , pois  $\Lambda' = N\Lambda$ . Além disso, os parâmetros  $\sigma$ ,  $\phi$ ,  $\alpha_\infty$  e  $\Lambda$  são relacionados pela equação (4.5), de acordo com a literatura (Johnson *et al.*, 1987; Lafarge *et al.*, 1997), para prevenir possíveis inconsistências:



$$\Lambda = c \left( \frac{8\alpha_{\infty}\eta}{\sigma\phi} \right)^{1/2}, \quad (4.5)$$

sendo  $c = 0,8$  um coeficiente adimensional de ajuste, o qual depende indiretamente da forma do poro. Para poros cilíndricos,  $c = 1,0$ .

Considerando o ar a 20°C como fluido, foram obtidos os resultados da otimização dos parâmetros macroscópicos do alumínio poroso pelos métodos do gradiente e dos algoritmos genéticos. A impedância de superfície e o coeficiente de absorção podem ser vistos na Figura 4.18 e 4.19, respectivamente.

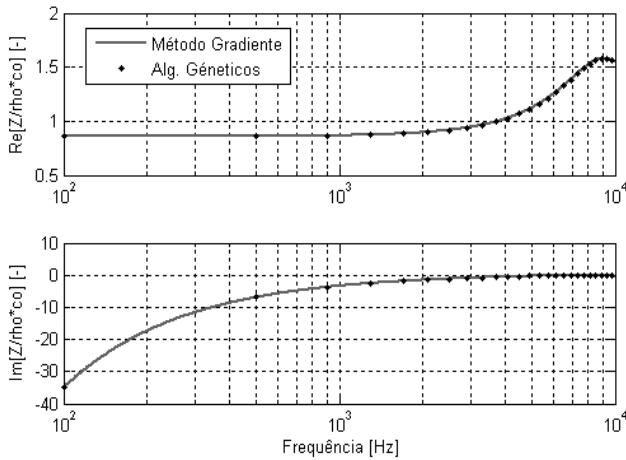


Figura 4.18: Impedância de superfície para o material otimizado (ar atmosférico, 20°C).

Nota-se que os resultados obtidos pelo método do gradiente de algoritmos genéticos apresentam resultados de absorção quase idênticos. Os parâmetros macroscópicos obtidos encontram-se na Tabela 4.9.

A máxima porosidade possível de 90 %, estabelecida pela condição de restrição lateral, foi encontrada em ambos os casos de otimização.

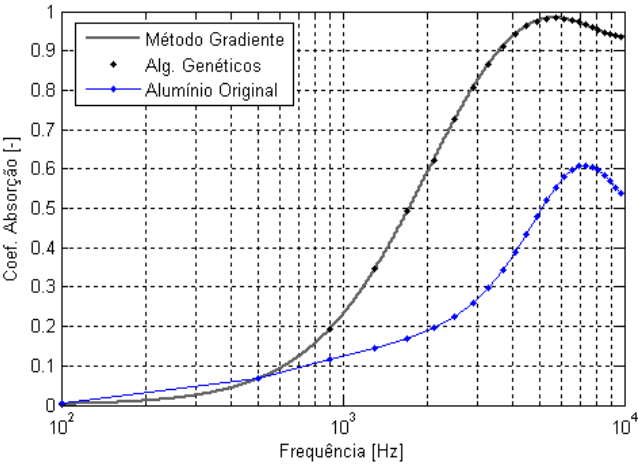


Figura 4.19: Coeficiente de absorção para o material otimizado (ar atmosférico, 20°C).

Conclui-se que a máxima porosidade sempre é benéfica para a máxima absorção. A razão entre  $\Lambda/\Lambda'$  encontrada é  $N = 3$ , que também é a máxima restrição estabelecida para  $N$ .

Além disso, o material otimizado apresenta uma resistividade ao fluxo muito maior que a do material original, em aproximadamente 16 vezes. Isto significa que o material otimizado deve apresentar poros de dimensões 2 a 4 vezes menores que o alumínio poroso original. Em relação à tortuosidade, o material original apresenta valores próximos dos valores ótimos encontrados, cerca de  $\alpha_\infty \cong 1,1$ .

Tabela 4.9: Parâmetros otimizados para o ar.

Método	$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	$\phi$ [%]	$\alpha_\infty$	N	$\Lambda$ [μm]	$\Lambda'$ [μm]
Genético	73937	90	1,102	3	39,4	118,2
Gradiente	73966	90	1,105	3	39,5	118,5

É importante ressaltar que os resultados de otimização dependem muito da espessura do material o qual deseja-se otimizar, sendo esse um dado de parâmetro inicial de projeto.

Desta forma realizou-se um processo de otimização iterativo para várias espessuras de amostras considerando o ar como fluido, observando-se as variações dos parâmetros ótimos com a espessura.

Pode-se observar os estes resultados na Figura 4.20 e os respectivos coeficientes de absorção otimizados na Figura 4.21.

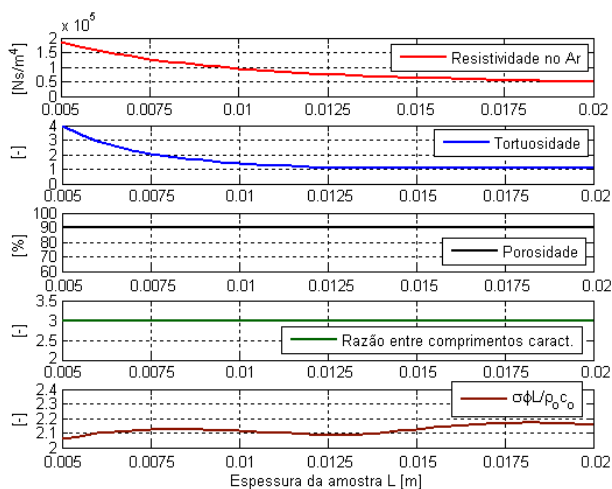


Figura 4.20: Variação dos parâmetros ótimos de acordo com espessura, para o ar atmosférico.

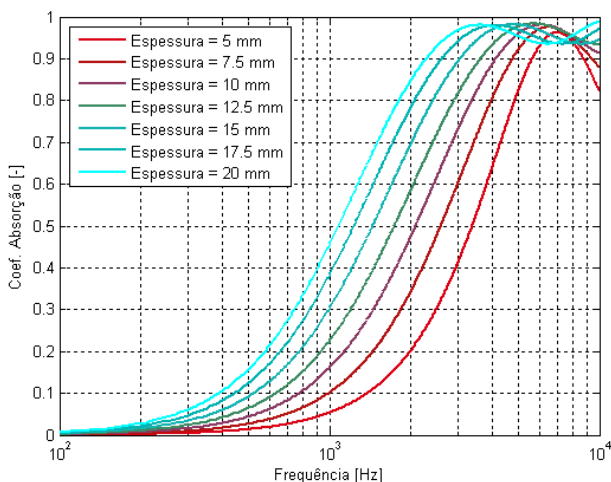


Figura 4.21: Coeficientes de absorção otimizados de acordo com a espessura, para o ar atmosférico.

Devido às espessuras reduzidas, o algoritmo de otimização tenta compensar a baixa absorção elevando as resistividades ao fluxo e as

tortuosidades, reduzindo assim a frequência do primeiro máximo de absorção do material poroso. Por isso, grandes espessuras de material poroso, acima de 20 mm, tendem a apresentar baixa resistividade ao fluxo (20 a 50 kNs/m<sup>4</sup>) e baixa tortuosidade ( $\alpha_{\infty} \cong 1,0$ ). Isto ocorre em lã de rocha comumente comercializada. Além disso, a porosidade ótima tende a ser a máxima possível e, geralmente, os materiais de lã de rocha apresentam elevadas porosidades.

A utilização dos parâmetros macroscópicos, como variáveis de projeto, é um procedimento de otimização de certa forma simples e bastante prático. No entanto, este não é o procedimento mais adequado para esse tipo de problema. Os parâmetros macroscópicos de um material poroso, de certa forma, são indiretamente dependentes entre si. Por exemplo, materiais de elevada resistividade, normalmente apresentam elevada tortuosidade. Os poros são tão fechados e de pequenas dimensões que levam a caminhos e canais muito sinuosos e de grande complexidade. Por outro lado, uma baixa tortuosidade, induz também a uma baixa resistividade. Outro exemplo seria em relação à porosidade. Materiais de elevada porosidade geralmente apresentam tortuosidade próxima de 1.

Desta forma, a solução do problema de otimização pode conter parâmetros que sejam fisicamente difíceis de serem obtidos na construção de um novo material. Além disso, não há uma relação direta entre os parâmetros macroscópicos e a microgeometria do material. Tem-se apenas uma ideia da dimensão média do poro, a partir da resistividade ao fluxo. Portanto, há uma grande dificuldade no momento do desenvolvimento e processamento de um novo material poroso, sendo necessário o método de tentativa e erro até obter uma convergência satisfatória.

#### 4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

A caracterização de amostras porosas típicas, assim como as produzidas por metalurgia do pó, foi realizada com sucesso. Observa-se boa concordância entre os resultados experimentais de absorção por incidência normal e o modelo semi-fenomenológico de Johnson-Lafarge. A bancada experimental de resistividade, construída com base na norma ISO 9053 (1991) para um fluxo oscilatório, apresentou menores desvios em relação aos métodos propostos por Ingard (2009). No entanto, o método de dois microfones de Ingard possui grande facilidade construtiva e menor erro relativo, em relação ao método de pistão por gravidade. Observa-se grande influência da resistividade das

amostras medidas na curva de coeficiente de absorção. O aumento de resistividade ao fluxo tende a reduzir a frequência do primeiro máximo de absorção. No entanto, nota-se um ponto ótimo de resistividade, na qual a curva de absorção tende a ser mais elevado.

O método inverso apresentou resultados satisfatórios para o alumínio poroso. No entanto, a utilização de restrições adequadas, de acordo com o tipo de material, tende a apresentar melhor convergência e soluções menos discrepantes.

Observa-se a validade do modelo de Johnson-Lafarge para outro tipo de gás, no caso o R134a, sob condições ambientes de temperatura e pressão. Através de medições experimentais em tubo de impedância, com microfones de baixo custo, estes resultados puderam ser comparados com sucesso para a amostra porosa de polietileno EG-60-80.

Também pode-se validar numericamente, com elementos finitos, a clássica aplicação de materiais porosos em filtros acústicos, obtendo-se pequenos desvios acima de 8 kHz. Nota-se que a curva de atenuação do filtro acústico está totalmente relacionada ao coeficiente de absorção do material aplicado.

Por fim, conclui-se que seria mais adequado a aplicação de um procedimento de otimização que relacione as variáveis de projeto com as próprias dimensões da microgeometria do material. Para isto, é imprescindível o desenvolvimento de um modelo analítico ou numérico que justamente promova este vínculo de forma representativa e viável. A vantagem dos modelos analíticos é o rápido processamento computacional, normalmente preferível em algoritmos de otimização.

Portanto, os capítulos seguintes apresentam desenvolvimentos de métodos analíticos e numéricos, visando o estudo de modelos com base na microgeometria do material poroso. O objetivo final é aplicar um procedimento de otimização, viável e satisfatório.



## CAPITULO 5

### MATRIZES DE QUATRO POLOS UNIDIMENSIONAIS

Este capítulo tem como objetivo aplicar o método de matrizes de transferência para a modelagem de microestruturas porosas, representadas através de uma geometria unidimensional com variação de seção transversal ao longo do material. O objetivo é buscar um maior estreitamento entre os parâmetros macroscópicos que caracterizam a amostras e as dimensões geométricas dos poros do material. Assim pode-se melhor entender o mecanismo físico de dissipação térmica e viscosa dos materiais porosos e ter maior precisão na busca por um material de coeficiente de absorção otimizado.

#### 5.1 MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA SEM DISSIPACÃO

Na década de 30, Stewart (1930) foi o primeiro a apresentar o desenvolvimento de um filtro acústico utilizando a teoria de matrizes de transferência. Alguns anos mais tarde, Peterson e Bogert (1950) apresentaram uma análise dinâmica da cóclea humana usando este mesmo método. Neste trabalho, os parâmetros da matriz quatro polos foram deduzidos utilizando uma representação em rede "T" equivalente .

Após estes, muitos trabalhos foram apresentados no estudo e desenvolvimento de silenciadores e filtros acústicos. Uma extensa quantidade de trabalhos é concentrada nesta área, incluindo as influências da presença de escoamento e gradientes de temperatura ao longo do sistema (Munjal, 1987). Outros tipos de matrizes de transferência foram desenvolvidos, como por exemplo para sistemas de dutos com formas parabólicas ou hiperbólicas. Easwaran e Munjal, (1991) analisaram formas cônicas e exponenciais considerando a influência do escoamento na matriz de cada subelemento.

Scavone (1997) utilizou esta mesma teoria para simular instrumentos musicais de sopro e avaliou a influência do trato vocal na manipulação e performance do instrumento. Apresentou dados de impedância de entrada para caracterizar acusticamente o instrumento.

Parrot *et al.* (1995) utilizaram o método da matriz de transferência para prever a impedância de superfície e a absorção sonora de elementos paralelos conhecidos como *liners* acústicos. A matriz de transferência, derivada da teoria de Zwikker e Kosten (1949) para propagação em pequenos tubos forneceu uma concordância excelente

entre o modelo e os dados experimentais, considerando a incidência normal.

Um esquema de matriz de transferência acústica de quatro polos está apresentada na Figura 5.1.

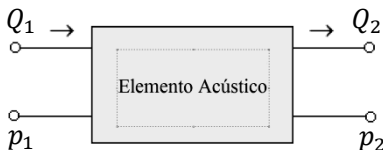


Figura 5.1: Representação da matriz de transferência acústica.

A matriz de transferência relaciona a excitação  $p$  e a variável de fluxo  $Q$ , dados por pressão e velocidade de volume, respectivamente.

A velocidade de volume é escolhida como variável de fluxo pois esta quantidade mantém sua continuidade mesmo com a presença de descontinuidades geométricas no sistema acústico. As modificações na geometria devem levar em consideração as mudanças de área na matriz de cada subelemento. Para o sistema observado na Figura 5.1 a formulação  $p$ - $Q$  é dada por:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^Q & T_{12}^Q \\ T_{21}^Q & T_{22}^Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix}, \quad (5.1)$$

onde  $T_{ij}^Q$  ( $i = 1,2; j = 1,2$ ) é a matriz de transformação e o superescrito  $Q$  indica que a velocidade de volume é a variável de fluxo.

Pode-se obter as seguintes relações:

$$T_{11}^Q = \left. \frac{p_1}{p_2} \right|_{Q_2=0}; \quad T_{21}^Q = \left. \frac{Q_1}{p_2} \right|_{Q_2=0}, \quad (5.2)$$

$$T_{12}^Q = \left. \frac{p_1}{Q_2} \right|_{p_2=0}; \quad T_{22}^Q = \left. \frac{Q_1}{Q_2} \right|_{p_2=0}. \quad (5.3)$$

Experimentalmente e numericamente pode-se caracterizar um sistema acústico extraindo os termos da matriz de transferência através de um procedimento simples (Wu *et al.*, 1998 e Kadam, 2005). Utiliza-se uma excitação de pressão ou velocidade de volume conhecida e avaliam-se necessariamente duas condições de contorno, pressão nula na saída (ou extremidade aberta) e velocidade nula, dada por uma condição de parede rígida.



Se a temperatura e a densidade se mantêm constantes ao longo do sistema acústico pode-se escolher  $\rho_o c_o \tilde{u}$  como a variável de fluxo, sendo  $\rho_o c_o$  a impedância característica para estas condições.

Considerando ondas acústicas propagando-se em um elemento de duto de área de seção transversal constante, tem-se a relação entre velocidade de partícula e velocidade de volume, na forma:

$$Q = \tilde{u} S_e, \quad (5.4)$$

onde  $S_e$  é a área projetada na seção de um elemento normal à direção da velocidade de partícula. Para o sistema anterior, a formulação  $p$ - $\rho_o c_o u$  torna-se:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \rho_o c_o u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^{\rho_o c_o u} & T_{12}^{\rho_o c_o u} \\ T_{21}^{\rho_o c_o u} & T_{22}^{\rho_o c_o u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ \rho_o c_o u_2 \end{Bmatrix}, \quad (5.5)$$

e as relações entre os termos da matriz são dados por:

$$T_{11}^{\rho_o c_o u} = T_{11}^Q; \quad T_{12}^{\rho_o c_o u} = \frac{A_e}{\rho_o c_o} T_{12}^Q, \quad (5.6)$$

$$T_{21}^{\rho_o c_o u} = \frac{\rho_o c_o}{A_e} T_{12}^Q; \quad T_{22}^{\rho_o c_o u} = T_{22}^Q. \quad (5.7)$$

O conhecimento das propriedades do sistema acústico facilita a derivação dos termos da matriz de transferência. Para um sistema recíproco, a matriz pode ser determinada para três entradas conhecidas, conforme as equações (5.2) e (5.3). Um sistema é denominado recíproco quando obtêm-se a mesma resposta intercambiando a entrada e a saída do sistema (Pierce, 1989), ou seja, satisfaz a seguinte condição:

$$\left. \frac{p_1}{Q_2} \right|_{p_2=0} = \left. \frac{p_2}{Q_1} \right|_{p_1=0}, \quad (5.8)$$

e, consequentemente, o determinante da matriz para a formulação  $p$ - $Q$  deve ser unitário:

$$T_{11}^Q T_{22}^Q - T_{12}^Q T_{21}^Q = 1. \quad (5.9)$$

Em casos de sistemas que apresentam escoamento, por exemplo, filtros acústicos automotivos, a reciprocidade pode não ocorrer (Munjal, 1987). A presença do escoamento em uma direção causa uma diferença de velocidade de fase na entrada e na saída do sistema, havendo uma quebra da reciprocidade.

A divisão de um sistema acústico de geometria complicada, conforme Figura 5.2, em vários subsistemas, ou elementos, pode apresentar um desenvolvimento simplificado da matriz de transferência global. A matriz final pode ser obtida através de multiplicações ou adições dos subsistemas, dependendo das interconexões.

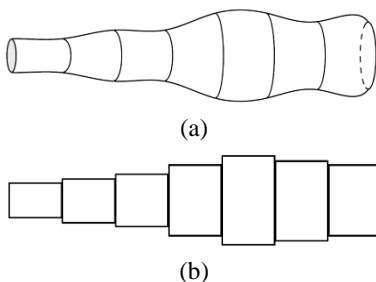


Figura 5.2: Sistema acústico (a) e subdivisão em elementos (b) (Scavone, 1997).

Considere um elemento de duto apresentado na Figura 5.3, de área de seção transversal constante, sendo este um caso simples de ondas planas longitudinais propagando-se na direção  $x$ , sem dissipação. Pode-se deduzir as equações de propagação que governam este caso.

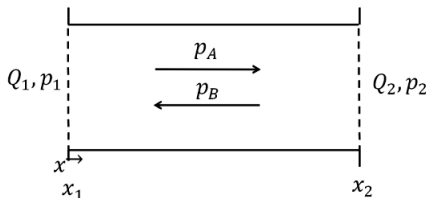


Figura 5.3: Elemento de duto com área de seção transversal constante.

Considere primeiramente a área do subelemento de duto como sendo  $S_e$ . Os campos de pressão e de velocidade de volume em  $x_1$  e  $x_2$  são dados por:

$$p_1 = (p_A e^{-jk_o x_1} + p_B e^{+jk_o x_1}) e^{-j\omega t}, \quad (5.10)$$

$$Q_1 = u_1 S_e = \frac{S_e}{\rho_o c_o} (p_A e^{-jk_o x_1} - p_B e^{+jk_o x_1}) e^{-j\omega t}, \quad (5.11)$$

$$p_2 = (p_A e^{-jk_o(x_2-x_1)} + p_B e^{+jk_o(x_2-x_1)}) e^{-j\omega t}, \quad (5.12)$$

$$Q_2 = u_2 S_e = \frac{S_e}{\rho_o c_o} (p_A e^{-jk_o(x_2-x_1)} - p_B e^{+jk_o(x_2-x_1)}) e^{-j\omega t}. \quad (5.13)$$

Seja  $x_2 - x_1 = L_e$  o comprimento do subelemento e  $x_1 = 0$ , a origem do sistema. Simplificando a variação harmônica no domínio do tempo,  $e^{-j\omega t}$ , obtém-se:

$$p_1 = p_A + p_B, \quad (5.14)$$

$$Q_1 = \frac{S_e}{\rho_o c_o} (p_A - p_B), \quad (5.15)$$

$$p_2 = p_A e^{-jk_o L_e} + p_B e^{+jk_o L_e}, \quad (5.16)$$

$$Q_2 = \frac{S_e}{\rho_o c_o} (p_A e^{-jk_o L_e} - p_B e^{+jk_o L_e}). \quad (5.17)$$

Manipulando as equações (5.14) a (5.17), obtém-se uma equação que relaciona as variáveis de entrada e as variáveis de saída, as quais são amplitudes complexas harmônicas, dada por:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_o L_e) & j \frac{\rho_o c_o}{S_e} \sin(k_o L_e) \\ j \frac{S_e}{\rho_o c_o} \sin(k_o L_e) & \cos(k_o L_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix}, \quad (5.18)$$

na qual,

$$\mathbf{T}_e = \begin{bmatrix} \cos(k_o L_e) & j \frac{\rho_o c_o}{S_e} \sin(k_o L_e) \\ j \frac{S_e}{\rho_o c_o} \sin(k_o L_e) & \cos(k_o L_e) \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

é a matriz de transferência de um subelemento de duto. Pode-se notar que o sistema é recíproco, pois:

$$(\cos(k_o L_e))^2 - \left[ j \frac{\rho_o c_o}{S_e} \sin(k_o L_e) \right] \left[ j \frac{S_e}{\rho_o c_o} \sin(k_o L_e) \right] = 1, \quad (5.20)$$

e a matriz de transferência não apresenta termos de dissipação térmica ou viscosa, ou seja, é um sistema conservativo. O termo  $k_o = \omega/c_o$  é o número de onda de propagação em um meio sem perdas, sendo este um valor real. Deve-se lembrar que a velocidade de volume é dada por  $Q_e = u_e S_e$ , onde  $u_e$  é a velocidade de partícula,  $S_e$  a área e  $L_e$  o comprimento do subelemento.

Considere um sistema acústico composto por 4 elementos de dutos de dimensões diferentes, conforme Figura 5.4.

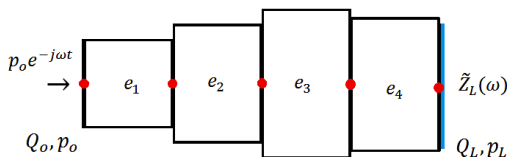


Figura 5.4: Sistema acústico de quatro subelementos.

Tem-se que  $p_o$  é a excitação de pressão de entrada conhecida, obtendo-se assim uma velocidade de volume  $Q_o = u_o S_{e_1}$  na entrada do sistema, correspondente à impedância de entrada do sistema,  $\tilde{Z}_o(\omega) = p_o/u_o$ , que depende dos subelementos posteriores. A impedância da terminação é dada por  $\tilde{Z}_L(\omega)$ , que deve ser conhecida para a resolução do sistema.

Pode-se observar nesta figura que todos os dutos estão conectados em série e a matriz de transferência global do sistema é dada pelo produto das matrizes dos subelementos individuais. Para uma sequência de  $N_e$  seções, as variáveis de entrada de cada seção são as variáveis de saída da seção anterior.

Então, pode-se escrever a equação de transferência na forma global,

$$\begin{Bmatrix} p_o \\ Q_o \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{e_1} \mathbf{T}_{e_2} \mathbf{T}_{e_3} \mathbf{T}_{e_4} \begin{Bmatrix} p_L \\ Q_L \end{Bmatrix}, \quad (5.21)$$

ou de forma generalizada, para qualquer sistema acústico em série,

$$\begin{Bmatrix} p_o \\ Q_o \end{Bmatrix} = \prod_{n=1}^{N_e} \mathbf{T}_{e_n} \begin{Bmatrix} p_L \\ Q_L \end{Bmatrix}, \quad (5.22)$$

onde  $Ne$  é o número de subelementos do sistema. A matriz de transferência global será:

$$\mathbf{T}_g = \prod_{n=1}^{Ne} \mathbf{T}_{e_n} = \begin{bmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

A impedância de entrada para a estrutura acústica total é dada pela equação (5.24), em função da impedância de saída  $\tilde{Z}_L(\omega)$ :

$$\tilde{Z}_o(\omega) = S_o \frac{B_g + A_g \tilde{Z}_L(\omega)}{D_g + C_g \tilde{Z}_L(\omega)}. \quad (5.24)$$

Se o sistema acústico apresentar uma terminação de parede rígida, ou seja, condição de velocidade de partícula nula nesta extremidade, tem-se  $u_L = Q_L/S_L = 0$ , por isso  $\tilde{Z}_L(\omega) \rightarrow \infty$ , logo pode-se escrever a impedância de entrada na forma:

$$\tilde{Z}_o(\omega) = S_o \frac{A_g}{C_g}. \quad (5.25)$$

Esta condição é muito comum em aplicações de materiais porosos assim como na caracterização de absorção em tubo de impedância. Tem-se que  $S_o$  é a área de entrada no ponto de aplicação da excitação de pressão (ou de velocidade de volume), que no caso da Figura 5.4, é igual a  $S_{e_1}$ . Normalmente, aplica-se uma excitação de velocidade de partícula ou de pressão unitária na entrada. Para uma pressão unitária, tem-se  $p_o = 1$ . Pode-se, então, determinar a velocidade de partícula na entrada do sistema e, consequentemente, a velocidade de volume, dadas por:

$$\tilde{u}_o(\omega) = p_o / \tilde{Z}_o ; \quad \tilde{Q}_o(\omega) = S_o p_o / \tilde{Z}_o. \quad (5.26)$$

Reescrevendo a equação (5.21) para as variáveis da terminação ( $\tilde{p}_L$  e  $\tilde{Q}_L$ ), as quais são termos complexos e variáveis na frequência, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{p}_L \\ \tilde{Q}_L \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_g^{-1} \begin{Bmatrix} p_o \\ \tilde{Q}_o \end{Bmatrix}, \quad (5.27)$$

onde  $\mathbf{T}_g^{-1}$  representa a inversa da matriz de transferência do sistema global. A velocidade de partícula na terminação será.

$$\tilde{u}_L(\omega) = \tilde{Q}_L/S_L. \quad (5.28)$$

Esta matriz inversa  $\mathbf{T}_g^{-1}$  pode ser calculada analiticamente, através dos produtos das inversas individuais dos subelementos, ou seja,

$$\mathbf{T}_g^{-1} = \prod_{n=1}^{Ne} \mathbf{T}_{e_n}^{-1}, \quad (5.29)$$

onde a partir da equação (5.19), tem-se:

$$\mathbf{T}_{e_n}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(k_o L_{e_n}) & -j \frac{\rho_o c_o}{S_{e_n}} \sin(k_o L_{e_n}) \\ -j \frac{S_{e_n}}{\rho_o c_o} \sin(k_o L_{e_n}) & \cos(k_o L_{e_n}) \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

A análise realizada até o momento para o estudo de matrizes de transferência acústicas considerou a propagação de ondas planas sem dissipação. No entanto, em casos práticos, as forças viscosas de cisalhamento e condução térmica ocorrem ao longo das paredes do duto e alteram o equacionamento apresentado.

## 5.2 EFEITOS DE CAMADA LIMITE E DISSIPAÇÃO

No caso de materiais porosos, o efeito de camada limite é ainda mais importante, devido às pequenas dimensões dos poros. A força de fricção ao longo das paredes do canal atua de forma a resistir à aceleração do fluido, conseqüentemente, diminuindo a energia cinética do movimento oscilatório. A troca de energia térmica entre o fluido e a superfície do duto transgride a característica adiabática das ondas sonoras em propagação livre e reduz a componente de energia potencial da onda em movimento oscilatório (Benade, 1968). Estes efeitos ocorrem em uma fina camada próxima das paredes do duto, conhecidas como camadas limite térmica e viscosa. As espessuras das camadas viscosas e térmicas dependem da frequência angular e são dadas respectivamente por (Benade, 1968):

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_o}}. \quad (5.31)$$

A espessura da camada limite viscosa é definida como a distância da parede do duto pela qual a amplitude de velocidade de partícula decai  $e^{-1}$ , ou seja, decai 36,8% da velocidade principal (Martins, 2011). De forma análoga, a espessura da camada limite térmica é dada por:

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_o\text{Pr}}}. \quad (5.32)$$

Considere o campo acústico no elemento de duto da Figura 5.5 e seu sistema de coordenadas, na qual os termos dissipativos são importantes e devam ser considerados na propagação sonora.

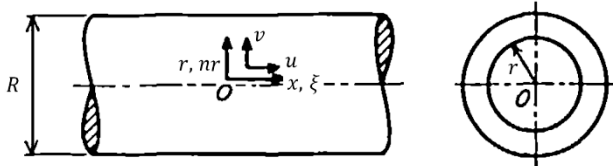


Figura 5.5: Sistema de coordenadas  $x$  e  $r$  e coordenadas adimensionais  $nr$  e  $\xi$ . (Tijdmán, 1975)

O sistema de coordenadas adimensionais é dado por  $nr = r/R$  e por  $\xi = \omega x/c_o$ , sendo  $r$  a variação da posição no raio do duto.

Pode-se escrever as variáveis termodinâmicas totais como a soma da variável estática com sua respectiva perturbação de pequena amplitude. No caso de um duto de pequeno diâmetro ( $k_o R \ll 1$ ), as variáveis totais que representam a velocidade axial, a velocidade radial, pressão, densidade e temperatura são dadas, respectivamente, por:

$$\tilde{u}_t = c_o(0 + \tilde{u}(x, r)e^{-j\omega t}), \quad (5.33)$$

$$\tilde{v}_t = c_o(0 + \tilde{v}(x, r)e^{-j\omega t}), \quad (5.34)$$

$$\tilde{p}_t = \frac{\rho_o c_o^2}{\gamma}(1 + \tilde{p}(x, r)e^{-j\omega t}), \quad (5.35)$$

$$\tilde{\rho}_t = \rho_o(1 + \tilde{\rho}(x, r)e^{-j\omega t}), \quad (5.36)$$

$$\tilde{T}_t = T_o(1 + \tilde{T}(x, r)e^{-j\omega t}), \quad (5.37)$$

onde  $P_o = \rho_o c_o^2 / \gamma$  é a pressão atmosférica média do meio. A parcela de perturbação harmônica da pressão total pode ser escrita na forma:

$$\tilde{p}' = \frac{\rho_o c_o^2}{\gamma} \tilde{p}(x, r) = \frac{\rho_o c_o^2}{\gamma} (p'_A e^{-j \tilde{k}_c x} + p'_B e^{+j \tilde{k}_c x}), \quad (5.38)$$

ou então,

$$\tilde{p}' = \frac{\rho_o c_o^2}{\gamma} (p'_A e^{-\Gamma k_o x} + p'_B e^{+\Gamma k_o x}), \quad (5.39)$$

onde  $\tilde{k}_c = \Gamma k_o / j$  é o novo número de onda complexo e  $\Gamma$  é a constante de propagação complexa em um meio dissipativo. Sendo  $\Gamma = \Gamma' + j\Gamma''$  um número complexo dependente na frequência, a parcela real representa atenuação e a parcela imaginária a diferença de fase para um deslocamento unitário em  $\xi$ . Deve-se notar que a perturbação de pressão acústica não depende do raio  $r$  no interior do duto, mas depende somente da posição axial  $x$ . Significa que a pressão é constante ao longo do raio do duto. Esta hipótese foi adotada por Zwicker e Kosten (1949) por considerar que o raio interno do duto é muito menor que o comprimento de onda em propagação e a componente de velocidade radial  $\tilde{v}$  é pequena em relação a componente axial, ou seja,  $k_o R \ll 1$  e  $\tilde{v}/\tilde{u} \ll 1$  (Tijdmann, 1975). O mesmo não acontece para as perturbações de velocidade, densidade e temperatura complexas, pois estas variam ao longo do raio. Desta forma, nota-se o efeito das camadas limite térmica e viscosa.

A determinação da velocidade de partícula e o campo de pressão devido à propagação sonora em um duto circular de longo comprimento (sem efeito de terminação) é um problema acústico clássico. Tijdmann (1975) analisou este tema e mostrou que a solução obtida Zwicker e Kosten (1949) tem ampla faixa de validade para a maioria dos casos. Esta solução é conhecida como LRF (*Low Reduced Frequency*). É importante ressaltar que existem várias soluções aproximadas que podem ser utilizadas, no entanto deve-se conhecer as suas limitações. Algumas hipóteses devem ser mencionadas para a solução LRF:

- 1) O meio deve ser homogêneo;
- 2) Não há a presença de escoamento;
- 3) Devem haver apenas perturbações de pequena amplitude, sem recirculação e sem turbulência;
- 4) O tubo é suficientemente longo, de maneira que os efeitos de terminações são insignificantes.



5) O raio do duto é muito menor que o comprimento de onda em propagação, ou seja,  $k_o R \ll 1$ .

As seguintes condições de contorno também são aplicadas:

- 1) A parede do duto é rígida;
- 2) a velocidade radial do fluido é igual a zero sobre o raio do tubo e todas as variáveis de campo acústico deve permanecer finitas nesta posição;
- 3) A condutividade e a capacidade térmica da parede do tubo são grandes, comparada com as do fluido. Ou seja, utiliza-se neste momento a aproximação de parede isotérmica (esta condição é válida para  $\omega \rightarrow 0$ , no entanto, ela é corrigida pela constante politrópica de compressibilidade do fluido,  $n_{po}$ ).

Levando em conta as premissas acima e considerando a propagação de onda na direção axial (Figura 5.5), Tijdeman (1975) apresenta a nova equação de Helmholtz de propagação em  $x$ , na forma:

$$\left\{ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \frac{J_2(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})}{J_o(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})} \right\} \tilde{p} + \frac{1}{k_o^2} \left\{ -\frac{1}{\gamma} \frac{J_2(j^{3/2}s)}{J_o(j^{3/2}s)} \right\} \frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} = 0, \quad (5.40)$$

onde  $s = R\sqrt{\omega\rho_o/\eta}$  é o número de onda de cisalhamento, ou número de Stokes, e  $\eta$  é a viscosidade dinâmica do fluido. Substituindo  $\gamma = \rho_o c_o^2 / P_o$  e  $k_o^2 = \omega^2 / c_o^2$  do termo que multiplica  $d^2 \tilde{p} / dx^2$  e através de algumas manipulações algébricas, tem-se:

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \omega^2 \left[ \frac{-\rho_o \frac{J_o(j^{3/2}s)}{J_2(j^{3/2}s)}}{P_o \gamma / \left[ \gamma + (\gamma - 1) \frac{J_2(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})}{J_o(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})} \right]} \right] \tilde{p} = 0, \quad (5.41)$$

que possui a forma da equação de Helmholtz para um fluido equivalente, comumente utilizado para os casos de propagação em materiais porosos. Em uma forma simplificada,

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{ef}(\omega)}{\tilde{K}_{ef}(\omega)} \tilde{p} = 0, \quad (5.42)$$

tem-se a densidade efetiva dada por:

$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = -\rho_o \frac{J_o(j^{3/2}s)}{J_2(j^{3/2}s)}, \quad (5.43)$$

e o módulo de compressibilidade dinâmica:

$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = P_o \gamma / \left[ \gamma + (\gamma - 1) \frac{J_2(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})}{J_o(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})} \right], \quad (5.44)$$

onde  $s$  é função da frequência angular  $\omega$ . Neste caso, os poros do material poroso são representados por capilares cilíndricos retilíneos, paralelos à direção de propagação, solucionado pela formulação LRF de Zwikker e Kosten (1949). Este é o caso mais simples de representação de um material poroso, proposto inicialmente por Kirchhoff em 1868, o que apresentou uma solução aproximada para este caso.

A parcela de perturbação harmônica da velocidade axial total é dada por (Zwikker e Kosten, 1949; Tijdeman, 1975):

$$\tilde{u}'(x, r) = c_o \frac{j\Gamma}{\gamma} \left[ \frac{J_o(j^{\frac{3}{2}}nr s)}{J_o(j^{3/2}s)} - 1 \right] (p'_A e^{-\Gamma k_o x} - p'_B e^{+\Gamma k_o x}), \quad (5.45)$$

onde  $nr = r/R$  é o raio adimensional,  $k_o = \omega/c_o$  é o número de onda real,  $s = R\sqrt{\omega\rho_o/\eta}$  é o número de onda de cisalhamento, ou número de Stokes. Note que a velocidade depende do raio  $r$  e quando  $r = R$ , ou seja, a posição na parede do duto,  $\tilde{u}' = 0$ . Pode-se notar que há um perfil de velocidades, o qual a amplitude varia com a posição no raio e é função da frequência de análise.

A constante de propagação complexa  $\Gamma$ , neste caso é dada por:

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_o(j^{3/2}s)}{J_2(j^{3/2}s)} \frac{\gamma}{n_{po}}}, \quad (5.46)$$

e  $n_{po}$  é a constante complexa politrópica ( $\tilde{p}_t/\tilde{\rho}_t^{n_{po}} = cte$ , para processo politrópico), que especifica a natureza do processo termodinâmico no duto, sendo dado por:

$$n_{po} = \left[ 1 + \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \frac{J_2(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})}{J_0(j^{3/2}s\sqrt{\text{Pr}})} \right]^{-1}, \quad (5.47)$$

onde  $J_0$  e  $J_2$  são as funções de Bessel de ordem zero e ordem dois, respectivamente. Nota-se que o parâmetro  $s\sqrt{\text{Pr}}$  independe da viscosidade dinâmica, o que significa que  $n_{po}$  relaciona apenas as propriedades de condução térmica do fluido para o interior da parede do tubo. Quando o termo  $s\sqrt{\text{Pr}} \rightarrow 0$ , o processo torna-se isotérmico, ou seja,  $n_{po} \rightarrow 1$ , para limite de baixa frequência. No entanto, quando  $s\sqrt{\text{Pr}}$  tende a ser muito grande ( $s\sqrt{\text{Pr}} \rightarrow \infty$ ), então  $n_{po} \rightarrow \gamma$ , isto é, o processo tende a tornar-se adiabático. Isto pode ser constatado na Figura 5.6. Se considerarmos  $n_{po} = 1$  ou  $n_{po} = \gamma$ , a diferença estará entre a solução isotérmica e a solução adiabática, respectivamente. Se for inaceitável a hipótese da parede do tubo ser um condutor térmico perfeito, então a idealização implícita para  $n_{po}$  na equação (5.47) não pode ser aplicada. No entanto, para o ar e os materiais mais comuns, esta idealização é razoável.

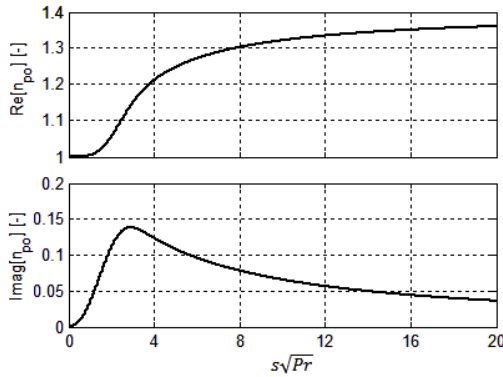


Figura 5.6: Constante politrópica  $n_{po}$  em função de  $s\sqrt{\text{Pr}}$ , para  $\gamma = 1,4$ .

A partir da equação (5.45), pode-se calcular a velocidade de partícula média na seção transversal do duto,

$$\bar{u}'(x) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \tilde{u}' 2\pi R dr, \quad (5.48)$$

ou seja,

$$\bar{u}'(x) = \frac{c_o(p'_A e^{-\Gamma k_o x} - p'_B e^{+\Gamma k_o x})}{\pi R^2} \int_0^R \frac{j\Gamma}{\gamma} \left[ \frac{J_o(j^{\frac{3}{2}} n r s)}{J_o(j^{3/2} s)} - 1 \right] 2\pi R dr. \quad (5.49)$$

Utilizando as seguintes propriedades das funções de Bessel,

$$J_{n-1}(m) + J_{n+1}(m) = \frac{2n}{m} J_n(m), \quad (5.50)$$

$$\int_0^y m J_o(m) dm = y J_1(y), \quad (5.51)$$

a velocidade de partícula média na seção transversal do duto pode ser calculada pela expressão:

$$\bar{u}'(x) = \frac{j\Gamma c_o J_2(j^{3/2} s)}{\gamma J_o(j^{3/2} s)} (p'_A e^{-\Gamma k_o x} - p'_B e^{+\Gamma k_o x}), \quad (5.52)$$

ou,

$$\bar{u}'(x) = \frac{c_o}{\gamma} \frac{j\gamma}{\Gamma n_{po}} (p'_A e^{-\Gamma k_o x} - p'_B e^{+\Gamma k_o x}), \quad (5.53)$$

onde  $\Gamma = j\tilde{k}_c/k_o$  é a constante de propagação complexa em função do número de onda complexo  $\tilde{k}_c$ .

Pode-se dividir a perturbação de pressão acústica (equação (5.38)) pela velocidade de partícula média na seção transversal do duto, para obter a impedância média acústica na seção do duto com dissipação viscotérmica,  $\tilde{Z} = \tilde{p}'/\bar{u}'$ , ou seja:

$$\tilde{Z} = \frac{\frac{\rho_o c_o^2}{\gamma}}{c_o \frac{j\gamma}{\Gamma n_{po}}} \frac{(p'_A e^{-j\tilde{k}_c x} + p'_B e^{+j\tilde{k}_c x})}{(p'_A e^{-j\tilde{k}_c x} - p'_B e^{+j\tilde{k}_c x})}. \quad (5.54)$$

Simplificando o termo multiplicador, encontra-se a nova impedância característica do meio com dissipação, dada por:

$$\tilde{Z}_c = \frac{\rho_o c_o}{j\gamma/\Gamma n_{po}} = \frac{\rho_o c_o}{G}. \quad (5.55)$$

O termo  $G = j\gamma/\Gamma n_{po}$  corrige a impedância característica de um meio sem dissipação para um meio com perdas viscotérmicas, sendo este relacionado ao perfil de velocidade de partícula na seção do duto, que não é mais plano.

A partir da equação (5.45), é possível observar a variação da velocidade de partícula ao longo do raio do tubo para a direção axial  $x$  e comparar com a linha de camada limite viscosa,  $\delta_v$ , dada pela equação (5.31). Considerando um duto capilar de 200  $\mu\text{m}$  de raio, tem-se o perfil de velocidade normalizado pela velocidade no centro, mostrado em um mapa de cores na Figura 5.7, para a frequência de 10 kHz. Este perfil é apresentado em valores adimensionais da velocidade de partícula para as frequências de 1 kHz, 3 kHz e 10 kHz na Figura 5.8.

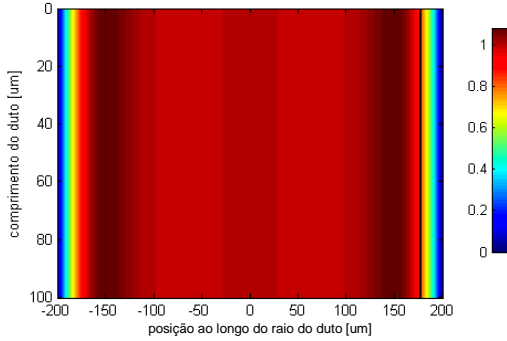


Figura 5.7: Gráfico de cores para perfil de velocidade em duto de 200  $\mu\text{m}$  de raio e frequência de 10 kHz e linha de camada limite viscosa (—).

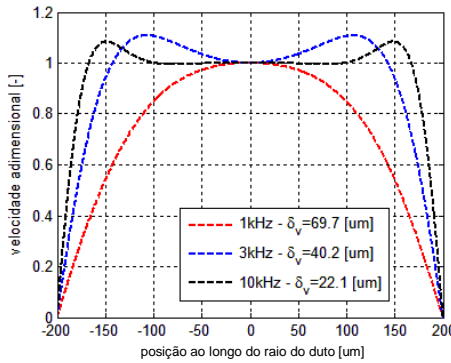


Figura 5.8: Perfil de velocidade normalizado em duto de 200  $\mu\text{m}$  de raio para frequências de 1 kHz, 3 kHz e 10 kHz.

Nota-se que o valor da velocidade de partícula axial próximo da parede é nulo, e este valor aumenta na região do centro do tubo ( $r = 0$ ), de acordo com a frequência de análise. Para pequenos valores de  $s$  (baixas frequências, de acordo com o raio) o efeito da viscosidade dinâmica predomina e o perfil de velocidade acústica torna-se aproximadamente parabólico (analogia a Poiseuille), obtendo assim uma velocidade de propagação de ondas menor que aquela num meio sem a predominância dos efeitos viscotérmicos (Eerden, 2000). Para grandes valores de  $s$  ( $s \gg 1$ , altas frequências e função do raio), os efeitos de inércia predominam e o perfil de velocidades tende ao de uma onda plana. Tem-se que os efeitos viscotérmicos são mínimos e a velocidade de propagação da onda é praticamente igual à propagação no meio sem viscosidade (propagação livre). No entanto, para dimensões típicas de poros de materiais de absorção (ordem 50 à 500  $\mu\text{m}$ ), este perfil de velocidade não é totalmente plano para a faixa audível de frequência. Ou seja, a camada limite tem dimensões de mesma ordem das dimensões dos poros em materiais porosos.

O perfil de temperatura possui equação semelhante ao perfil de velocidade da equação (5.45), dado por:

$$\tilde{T}'(x, r) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_o \left[ \frac{J_o(j^{\frac{3}{2}} nr s \sqrt{\text{Pr}})}{J_o(j^{\frac{3}{2}} s \sqrt{\text{Pr}})} - 1 \right] (p'_A e^{-\Gamma k_o x} + p'_B e^{+\Gamma k_o x}), \quad (5.56)$$

e integrando ao longo do raio,

$$\bar{T}'(x) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \tilde{T}' 2\pi R dr, \quad (5.57)$$

a média de perturbação de temperatura ao longo do raio do duto é dada por:

$$\bar{T}'(x) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_o \left[ \frac{J_2(j^{\frac{3}{2}} s \sqrt{\text{Pr}})}{J_o(j^{\frac{3}{2}} s \sqrt{\text{Pr}})} \right] (p'_A e^{-\Gamma k_o x} + p'_B e^{+\Gamma k_o x}). \quad (5.58)$$

Pode-se comparar o perfil de velocidade e o perfil de temperatura normalizados em relação ao valor do centro do duto para a frequência de 5 kHz, sendo esta mostrada na Figura 5.9.

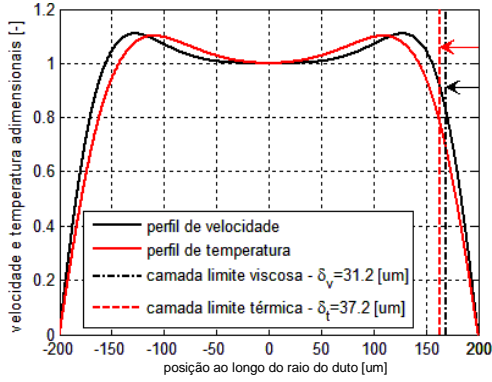


Figura 5.9: Perfil de velocidade e temperatura normalizados para 5 kHz.

Após estas análises, pode-se retomar o objetivo principal deste capítulo, que é obtenção da formulação de matrizes de transferência que empregue os termos dissipativos viscotérmicos para dutos capilares cilíndricos. A partir desta formulação, será possível descrever a propagação de onda unidimensional em geometria de poros de materiais de absorção de estrutura rígida, com variação de seção transversal ao longo do seu comprimento.

Neste caso, os termos mais importantes que representam o fenômeno viscotérmico nas matrizes de transferência são o número de onda complexo  $\tilde{k}_c = \Gamma k_o / j$ , função da constante de propagação  $\Gamma$  e o termo adimensional  $G$ , que corrige a nova impedância característica do meio  $\tilde{Z}_c = \rho_o c_o / G$ . Pode-se observar estes termos na nova matriz de transferência viscotérmica de elemento de duto, na equação (5.59).

$$\mathbf{T}_e = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{k}_c L_e) & j \frac{\rho_o c_o}{G_e S_e} \sin(\tilde{k}_c L_e) \\ j \frac{G_e S_e}{\rho_o c_o} \sin(\tilde{k}_c L_e) & \cos(\tilde{k}_c L_e) \end{bmatrix}. \quad (5.59)$$

Nota-se que, em relação à equação (5.19), substituiu-se  $k_o$  por  $\tilde{k}_c$ , o número de onda complexo, assim como o termo que apresenta  $\rho_o c_o$ , que neste caso é multiplicado por  $1/G_e$ .

De maneira idêntica à descrita anteriormente, poder-se descrever um sistema acústico unidimensional de  $N_e$  elementos acoplados em série, através do produto dado pela equação (5.22), ou seja,

$$\begin{Bmatrix} p_o \\ Q_o \end{Bmatrix} = \prod_{n=1}^{N_e} \mathbf{T}_{e_n} \begin{Bmatrix} p_L \\ Q_L \end{Bmatrix}.$$

### 5.3 APLICAÇÃO TEÓRICA EM MATERIAIS POROSOS

No caso de materiais porosos, tem-se interesse na impedância de superfície  $\tilde{Z}_s$ , para o caso mais simples de um material apoiado em uma superfície rígida. É possível encontrar os coeficientes de reflexão e absorção a partir da impedância de entrada e da impedância de superfície, dada por:

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{\tilde{Z}_o(\omega)}{\phi} = \frac{S_o}{\phi} \frac{A_g}{C_g}, \quad (5.60)$$

onde  $\phi$  é a porosidade na superfície do material,  $S_o$  é a área de entrada do duto capilar, e  $A_g$  e  $C_g$  são dois dos termos da matriz de transferência global, após o produtório final.

Esta relação é válida se todos os poros capilares distribuídos no volume do material poroso forem idênticos, pois assim todos os conjuntos de subelementos apresentam a mesma área de entrada e a mesma matriz de transferência global. Caso contrário, deve-se realizar uma média no espaço para o número de capilares envolvidos na propagação.

A Figura 5.10 apresenta um exemplo de poros deslocados em relação à superfície de entrada do material. Observe que a impedância de superfície do material como um todo depende das impedâncias de entrada de cada um dos poros capilares  $\tilde{Z}_{oi}$ .

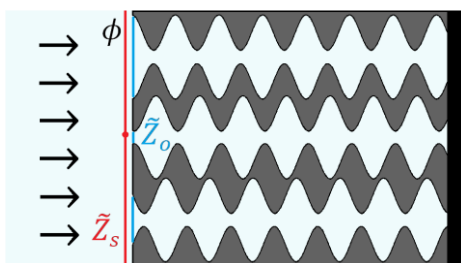


Figura 5.10: Poros distribuídos em um volume de material em corte.

Portanto, pode-se escrever a impedância de superfície na forma

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{1}{\phi} \frac{1}{nc} \sum_{c=1}^{nc} \tilde{Z}_{oi}(\omega), \quad (5.61)$$



onde  $nc$  é o número de poros capilares no volume de material e  $\tilde{Z}_{oc} = S_{oc}A_{gc}/C_{gc}$ . É importante ressaltar que se os poros estão distribuídos de forma homogênea no volume do material, então a porosidade na superfície do mesmo tende a ser igual à porosidade no volume.

Levando em consideração apenas um dos poros capilares observados na Figura 5.10, pode-se discretizar o contorno do poro em elementos de duto de acordo com representação geométrica desejada. Evidentemente, quanto maior o número de elementos, melhor será a discretização e melhor a representação geométrica. Isto pode ser constatado na Figura 5.11, onde tem-se uma forma geométrica simples periódica com dois níveis de refinamento.

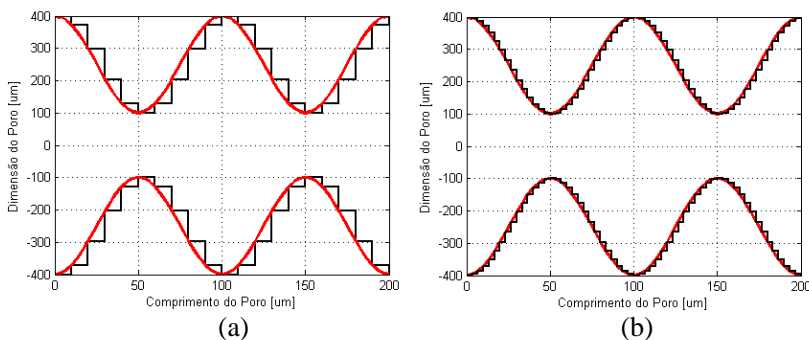


Figura 5.11: Geometria de poro axissimétrica com menor (a) e maior refino de elementos (b); 10 e 30 elementos por período.

Como neste caso as linhas geométricas são suaves em relação à variação da seção ao longo do comprimento, os efeitos viscotérmicos são avaliados com precisão para cada elemento independente e representam a totalidade do sistema acústico de forma adequada. Casos em que há a presença de descontinuidades muito bruscas, podem ser encontradas maiores divergências na solução. A velocidade na direção radial, próximo da descontinuidade, causa uma influência na propagação e ao cálculo das perdas por dissipação, apresentando divergências nos resultados esperados (Martins, 2011).

A formulação viscotérmica apresentada neste capítulo é válida para dutos de seção cilíndrica. Esta formulação pode ser normalmente utilizada se a modelagem geométrica dos poros estiver relacionada a uma forma cilíndrica. No entanto, os próprios modelos analíticos

clássicos de fluido equivalente podem ser utilizados na forma de poros equivalentes. Basta considerar a seção do duto constante no modelo de fluido equivalente, para desta forma representar as perdas viscotérmicas de cada um dos elementos acoplados em série. Neste caso, deve-se considerar os comprimentos característicos (térmico e viscoso) correspondentes ao raio do elemento  $R_e$ , porosidade unitária, tortuosidade unitária e resistividade ao fluxo dada por  $8\eta/R_e$ , para uma seção cilíndrica. Outra vantagem é poder utilizar soluções viscotérmicas para outros tipos de seção, como por exemplo seções em forma de fendas, triangulares e retangulares.

Normalmente as formulações analíticas de fluido equivalente apresentam a densidade efetiva  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e o módulo de compressibilidade dinâmica (*bulk modulus*),  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  em função da frequência e dos parâmetros macroscópicos mencionados (resistividade, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos). Para utilizar a formulação da equação (5.59) de matrizes de transferência, deve-se conhecer o número de onda complexo  $\tilde{k}_c$  e o fator  $G$  de correção da impedância característica. A partir de um modelo de fluido equivalente, sabe-se que o número de onda complexo é dado por:

$$\tilde{k}_c(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{ef}}{\tilde{K}_{ef}}}. \quad (5.62)$$

Em relação ao fator  $G$ , deduziu-se primeiramente que a constante politrópica  $n_{po}$  está relacionada ao módulo de compressibilidade dinâmica  $\tilde{K}_{ef}$ , da seguinte maneira:

$$n_{po} = \tilde{K}_{ef}/P_o, \quad (5.63)$$

onde  $P_o$  é a pressão atmosférica do meio. Neste caso, o fator  $G$  é dado por:

$$G = \frac{j}{\Gamma} \frac{\gamma}{n_{po}} = \frac{j}{\Gamma} \left( \frac{\gamma P_o}{\tilde{K}_{ef}} \right), \quad (5.64)$$

ou então,

$$G = j\beta(\omega)/\Gamma, \quad (5.65)$$

onde  $\beta(\omega) = \gamma P_o / \tilde{K}_{ef}$  é a compressibilidade dinâmica do fluido equivalente.

A seguir, têm-se algumas soluções de fluido equivalente para as geometrias da Figura 5.12. Conforme apresentado anteriormente, o caso de dutos cilíndricos possui solução já encontrada nas equações (5.43) e (5.44).

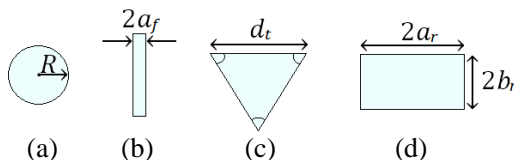


Figura 5.12: Geometrias de área de seção cilíndrica (a), fenda (b), triângulo equilátero (c) e retangular (d) .

No caso de fendas de espessura  $2a_f$ , a densidade efetiva e o módulo de compressibilidade dinâmica são dados por:

$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o / \left[ 1 - \frac{\tanh(s\sqrt{j})}{s\sqrt{j}} \right], \quad (5.66)$$

$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = P_o \gamma / \left[ 1 + (\gamma - 1) \frac{\tanh(s\sqrt{jPr})}{s\sqrt{jPr}} \right], \quad (5.67)$$

onde  $s = a_f \sqrt{\omega \rho_o / \eta}$ . Para seções em forma de triângulos equiláteros de lado  $d_t$ , tem-se:

$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o \epsilon^2 / [\epsilon^2 - 3\epsilon \coth(\epsilon) + 3], \quad (5.68)$$

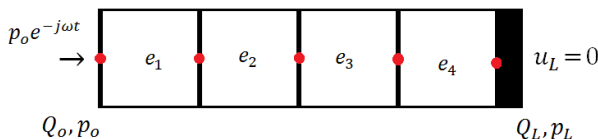
$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = P_o \gamma / \left[ \gamma - \frac{(\gamma - 1)}{Pr \epsilon^2} [Pr \epsilon^2 - 3\sqrt{Pr} \epsilon \coth(\sqrt{Pr} \epsilon) + 3] \right], \quad (5.69)$$

nas quais  $\epsilon = (d_t \sqrt{3}/4) \sqrt{i\omega \rho_o / \eta}$ . E finalmente, se a área de seção do duto for retangular, de lados  $2a_r$  e  $2b_r$ , tem-se:

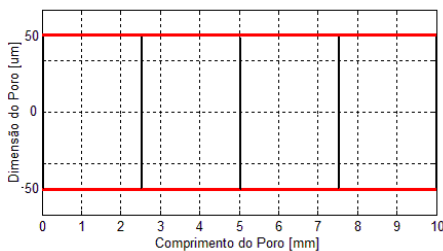
$$\tilde{\rho}_{ef}(\omega) = \rho_o \frac{\eta a_r^2 b_r^2}{4j\omega \rho_o} / \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k^2 \beta_l^2 (\alpha_k^2 + \beta_l^2 + j\omega \rho_o / \eta)} \right], \quad (5.70)$$

$$\tilde{K}_{ef}(\omega) = P_o \gamma / \left[ \gamma - (\gamma - 1) \frac{4j\omega\rho_o \text{Pr}}{\eta a_r^2 b_r^2} \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k^2 \beta_l^2 (\alpha_k^2 + \beta_l^2 + j\omega\rho_o \text{Pr}/\eta)} \right] \right], \quad (5.71)$$

e, neste caso,  $\alpha_k = (k + 1/2)\pi/a_r$  e  $\beta_l = (l + 1/2)\pi/b_r$ . A derivação destas equações para as geometrias da Figura 5.12 podem ser encontradas no trabalho de Stinson e Champoux (1992). Para comprovar a validade do método de matriz de transferência viscotérmica, realizou-se uma análise de 4 elementos cilíndricos acoplados, cada um com raio de 50  $\mu\text{m}$  e comprimento de 2,5 mm, totalizando uma espessura de amostra de 10 mm. A porosidade neste caso foi adotada em 60 %. Utilizou-se a formulação de dutos cilíndricos para a matriz de transferência assim como para a de fluido equivalente, de acordo com as equações (5.43) e (5.44). Pode-se observar as condições de contorno e as dimensões dos poros na Figura 5.13.



(a)



(b)

Figura 5.13: Condições de contorno (a) e dimensões dos poros cilíndricos acoplados.

A comparação da impedância de superfície e do coeficiente de absorção para os métodos de matriz de transferência e fluido equivalente são mostrados na Figura 5.14, para o ar atmosférico à temperatura de 20°C.

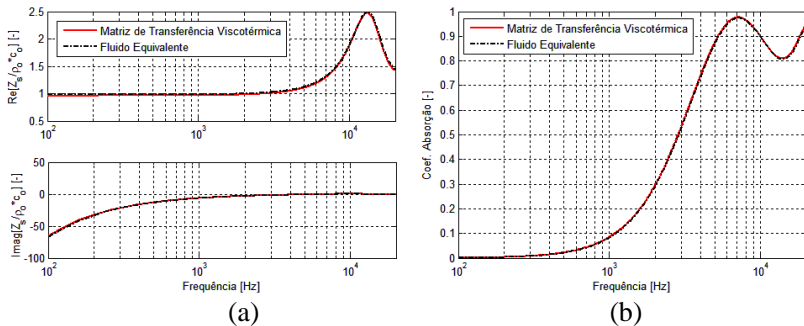


Figura 5.14: Impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b) para os métodos de matriz de transferência viscotérmica e fluido equivalente.

Nota-se que ambos os procedimentos apresentam resultados quase idênticos, comprovando a validação deste método de matrizes de transferência. Desta forma, este método torna-se uma simples e poderosa ferramenta de análise de estruturas porosas em formas unidimensionais, podendo-se adotar qualquer variação de geometria ao longo do comprimento da amostra. Além disso, as áreas de seção dos poros podem ser compostas de poros cilíndricos, retangulares ou triangulares, ou até mesmo uma composição de todos estes casos em um mesmo capilar.

Em relação ao tipo de área de seção do poro, pode-se observar o efeito no coeficiente de absorção, devido aos diferentes efeitos viscotérmicos relacionados à geometria. Neste caso, avaliou-se uma amostra porosa de 10 mm e porosidade de 60 %, onde manteve-se a mesma área para as diferentes geometrias. É importante comentar que neste caso o duto capilar ainda é retilíneo e uniforme ao longo de seu comprimento. As dimensões avaliadas estão na Tabela 5.1, para os casos a e b.

Tabela 5.1: Dimensões das seções de área para a análise da absorção sonora.

Seção	Caso a	Caso b
Área	0,00785 mm <sup>2</sup>	0,03141 mm <sup>2</sup>
Quadrado	$a_r = b_r = 44,31 \mu\text{m}$	$a_r = b_r = 88,62 \mu\text{m}$
Triângulo Equilátero	$d_t = 134,67 \mu\text{m}$	$d_t = 269,35 \mu\text{m}$
Fenda	$a_f = 50 \mu\text{m}$	$a_f = 100 \mu\text{m}$
Cilíndrico	$R = 50 \mu\text{m}$	$R = 100 \mu\text{m}$

Os respectivos coeficientes de absorção podem ser visualizados na Figura 5.15, para ambos os casos.

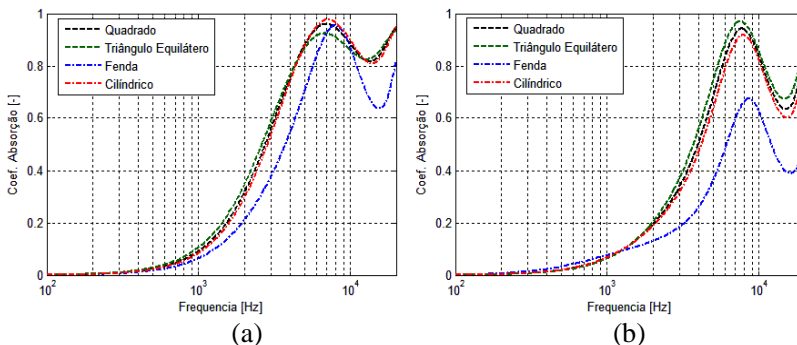


Figura 5.15: Coeficiente de absorção para alguns tipos de seção com área de poro de  $0,00785 \text{ mm}^2$  (a) e área de  $0,03141 \text{ mm}^2$  (b).

Nota-se que as seções quadrada, triangular e cilíndrica apresentam coeficientes de absorção próximos entre si. No entanto, a seção em forma de fenda apresenta menor absorção. O fato de apenas duas das paredes da fenda apresentarem perdas viscotérmicas na camada limite, acaba por resultar em uma menor absorção sonora. Neste caso, a área não é realmente a mesma das outras geometrias, pois este não é um domínio axissimétrico, mas bidimensional. Apesar disto, manteve-se o mesmo raio hidráulico do cilindro, como parâmetro de semelhança.

Com a possibilidade de representar qualquer geometria axissimétrica de poro ao longo do comprimento da amostra, deseja-se comparar os resultados de absorção e impedância obtidos pelo modelo de matriz de transferência com um modelo clássico de fluido equivalente. E este modelo deve empregar os parâmetros macroscópicos necessários (resistividade, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos), para representar a complexidade geométrica do poro do material, independentemente de como ela seja.

Esta conexão entre os parâmetros microgeométricos e os parâmetros macroscópicos é o ponto chave para uma otimização mais eficiente, cujo objetivo seja construir um material otimizado que possua máxima característica de absorção de acordo com a aplicação desejada.

Foi possível obter deduções algébricas que relacionam cada um dos 5 parâmetros de fluido equivalente com a geometria discretizada em análise (Champoux e Stinson, 1992; Chevillotte *et al.*, 2010).

Portanto, os parâmetros macroscópicos são obtidos para a porosidade,

$$\phi = n_s \sum_{e=1}^{Ne} S_e \frac{L_e}{L}, \quad (5.72)$$

para a resistividade ao fluxo,

$$\sigma = \frac{1}{n_s} \sum_{e=1}^{Ne} \frac{\sigma_e L_e}{S_e L}, \quad (5.73)$$

para a tortuosidade,

$$\alpha_\infty = \frac{1}{L^2} \sum_{e=1}^{Ne} S_e L_e \sum_{e=1}^{Ne} \frac{L_e}{S_e}, \quad (5.74)$$

para o comprimento característico viscoso,

$$\Lambda = 2 \sum_{e=1}^{Ne} \frac{L_e}{S_e} / \sum_{e=1}^{Ne} \frac{P_e}{S_e^2}, \quad (5.75)$$

e para o comprimento característico térmico,

$$\Lambda' = 2 \sum_{e=1}^{Ne} S_e L_e / \sum_{e=1}^{Ne} P_e, \quad (5.76)$$

sendo  $n_s = nc/S$  a densidade de poros capilares por área superficial  $S$  da amostra porosa, em  $m^{-2}$ . O termo  $nc$  é o número de poros capilares existentes no volume da amostra porosa e  $L$  é espessura da amostra, ou comprimento total de um poro capilar. O comprimento e área de cada elemento do poro são dados respectivamente por  $L_e$  e  $S_e$ , sendo  $Ne$  o número de elementos ao longo do comprimento do poro.

O termo  $P_e$  é a superfície molhada do poro e no caso de cilindros elementares tem-se  $P_e = 2\pi R_e L_e$ , área elementar  $S_e = \pi R_e^2$ , e cada segmento  $e$  do poro capilar possui uma resistividade ao fluxo  $\sigma_e = 8\eta/R_e^2$ , onde  $R_e$  é o raio do elemento.

Como forma de comparação, para avaliar a capacidade do método, tem-se uma geometria de poro fictícia cujo raio varia ao longo da espessura da amostra de acordo com uma função cosseno, dada por  $R(x) = [175 \times 10^{-6} + 125 \times 10^{-6} \cos(2\pi x / 100 \times 10^{-6})]$ , em metros.

A espessura total da amostra é  $L = 10$  mm e a porosidade considerada é  $\phi = 60$  %, totalizando 2844 poros capilares em um volume de amostra de 27 mm diâmetro. Tem-se a geometria do poro na Figura 5.16, cujas dimensões estão em  $\mu\text{m}$ .

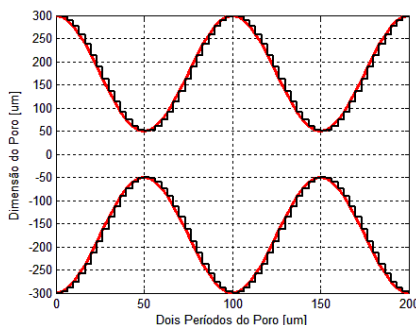


Figura 5.16: Dois períodos da geometria do poro na forma de cosseno.

Neste caso, foram utilizados 30 elementos por período, cujo comprimento é  $100 \mu\text{m}$ , com o intuito de melhor representar a geometria. A partir de 10 elementos por período, a solução encontrada converge para a referida geometria. O raio maior possui dimensão de  $300 \mu\text{m}$  e o menor,  $50 \mu\text{m}$ . Os parâmetros macroscópicos encontrados para esta geometria com seção cilíndrica, são dados por:

Porosidade:  $\phi = 0,6$ ;

Resistividade:  $\sigma = 215,9 \text{ kNs/m}^4$ ;

Tortuosidade:  $\alpha_\infty = 3,66$ ;

Comprimento característico viscoso:  $\Lambda = 68,2 \mu\text{m}$ ;

Comprimento característico térmico:  $\Lambda' = 219,6 \mu\text{m}$ .

Nota-se que a estrangulação, de raio  $50 \mu\text{m}$ , resulta em uma elevada resistividade ao fluxo e elevada tortuosidade. Pequenas estrangulações apresentam tortuosidade menores, próximas de 1,0. A comparação da impedância de superfície e do coeficiente de absorção para os métodos de matriz de transferência e pelo modelo de Johnson-Lafarge (Johnson *et al.*, 1987; Lafarge *et al.*; 1997) estão mostrados na Figura 5.17, considerando o ar atmosférico à temperatura de  $20^\circ\text{C}$ .



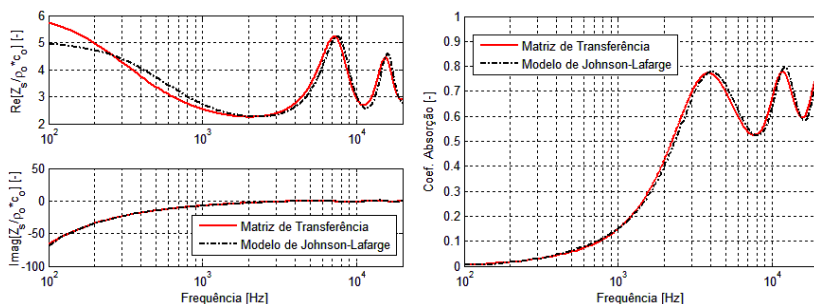


Figura 5.17: Impedância de superfície (a) e coeficiente de absorção (b) para a geometria na forma de cosseno.

Observa-se a grande semelhança entre as curvas de impedância de superfície e também para o coeficiente de absorção. Ou seja, a partir da forma geométrica, pode-se obter os parâmetros macroscópicos que eram desconhecidos e, assim, avaliar as curvas em um modelo de fluido equivalente. Deve-se comentar que geometrias diferentes podem encontrar parâmetros macroscópicos e curvas de absorção semelhantes. Por isso, as possibilidades são muito mais amplas neste caso de microgeometrias e matrizes de transferência.

Outros casos e geometrias serão comparados com o modelo de fluido equivalente, assim como serão realizadas simulações numéricas termoacústicas no *software* comercial Comsol 4.2a, como segunda forma de validação.

## 5.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Através da teoria de matriz de transferência acústica, pôde-se implementar os termos de dissipação viscotérmica e construir poros de seção de área variável na direção de propagação. Além de dutos cilíndricos, é possível avaliar formas triangulares, retangulares, fendas, ou até mesmo uma combinação irregular destas áreas em série.

A partir de uma geometria de poro axissimétrica qualquer, pôde-se obter formulações para a extração dos parâmetros macroscópicos. Desta forma, validou-se com precisão a impedância de superfície e o coeficiente de absorção do modelo de matriz de transferência proposto com o modelo clássico de Johnson-Lafarge.

Portanto tem-se uma aproximação entre a geometria do material, os parâmetros macroscópicos e as características de absorção, como era desejado no início deste capítulo.



## CAPITULO 6

### MODELOS NUMÉRICOS VISCOTÉRMICOS PARA MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS

Modelos numéricos acústicos clássicos não apresentam efeitos dissipativos relacionados à fricção viscosa e condução térmica. Como já visto, estes fenômenos são importantes no caso de pequenas cavidades acústicas. No entanto, novos modelos numéricos viscotérmicos têm sido desenvolvidos nestes últimos anos. Estes modelos podem representar geometrias arbitrárias e contém quatro ou cinco variáveis de campo acopladas. Neste capítulo serão apresentados de forma breve alguns modelos numéricos viscotérmicos, incluindo o modelo implementado no *software* comercial Comsol 4.2a. Este será utilizado como referência para a comparação de resultados do modelo de matriz de transferência. O objetivo é a aplicação da metodologia aos modelos de microestrutura de materiais porosos.

#### 6.1 INTRODUÇÃO

São encontradas na literatura diversas formulações de elementos finitos viscotérmicos (Kampinga *et al.*, 2010; Malinen *et al.*, 2004; Joly, 2010). No caso dos modelos completos (*full models*), o mesmo implementado no *software* Comsol 4.2a, podem-se citar duas características: 1) A possibilidade de simular geometrias arbitrárias e 2) Elevado custo computacional. O alto custo computacional está relacionado ao elevado número de graus de liberdade por nó do elemento acústico viscotérmico, que apresenta um número maior de variáveis de campo acopladas a serem solucionadas. Além disso, uma maior discretização do domínio próximo das camadas limite também eleva o custo computacional.

As formulações reduzidas (por exemplo a *Low Reduced Frequency*) apresentadas no capítulo anterior, são muito mais eficientes computacionalmente. Sabe-se que o modelo LRF é aplicável para propagação uni/bidimensional abaixo da frequência de corte, com variações de seção suaves. No entanto, estas soluções são válidas apenas para um conjunto específico de geometrias.

A dissipação causada pelo efeito de cisalhamento viscoso ocorre geralmente nas regiões próximas às fronteiras de não escorregamento do fluido, onde a velocidade de partícula paralela à superfície é nula. De forma similar, a dissipação causada pela condução de calor do fluido para a parede, tipicamente ocorrem próximas às fronteiras isotérmicas /

adiabáticas. Devido à grande diferença entre o comprimento de onda e as espessuras das camadas limite térmica e viscosa (para a faixa audível de frequências), um grande número de elementos são necessários para representar as dissipações próximas das fronteiras do volume de fluido. Desta forma, pode-se distinguir duas regiões: 1) Camada Limite, onde os efeitos viscotérmicos são importantes, 2) A região de Volume Interior, na qual pode ser modelado através da acústica tradicional isentrópica, para alguns casos. Observam-se estas duas regiões na Figura 6.1.

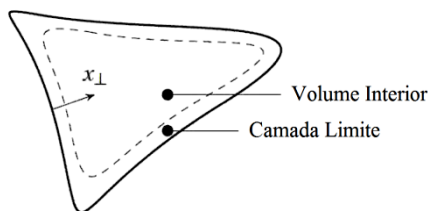


Figura 6.1: Região de camada limite e volume interior no domínio acústico viscotérmico arbitrário (Kampinga, 2010).

No entanto, no caso de materiais porosos, se a dimensão da camada limite for da ordem da dimensão da geometria do poro, então o volume interior também deve ser modelado considerando os efeitos viscotérmicos e, então, não seria possível distinguir de forma evidente estas duas regiões.

## 6.2 PRINCIPAIS MODELOS

Podem ser encontrados na literatura quatro diferentes modelos numéricos viscotérmicos. Nesta seção as formulações serão brevemente introduzidas sem grandes derivações matemáticas. Os principais modelos são:

- LRF (*Low Reduced Frequency*) (Beltman, 1998; Tijdsman, 1975; Martins, 2011);
- Modelo de Bossart/Cremer (Kampinga, 2010a; Bossart *et al.*, 2003);
- FLNS (*Full Linearized Navier-Stokes*) (Kampinga, 2010a; Kampinga *et al.*, 2010b; Nijhof, 2010);
- SLNS (*Sequential Linear Navier-Stokes*) (Kampinga, 2010a; Kampinga *et al.*, 2011).

A interface termoacústica presente no *software* Comsol 4.2a é equivalente ao modelo viscotérmico *Full Linearized Navier-Stokes* presente na literatura.

### 6.2.1 Modelo Numérico LRF

O modelo *Low Reduced Frequency* (LRF) normalmente descreve ondas em propagação unidimensional ou bidimensional (dutos e fendas), sendo as dimensões muito menores que o comprimento de onda acústico. Neste caso, a pressão acústica é uniforme ao longo da seção transversal da geometria. O campo de pressão 1D ou 2D é solução da equação da onda:

$$\nabla^2 \tilde{p} + \tilde{k}_c^2 \tilde{p} = 0. \quad (6.1)$$

Em elementos finitos, a discretização do sistema é semelhante ao modelo acústico clássico. No entanto, a matriz de massa global acústica  $\mathbf{M}_a$  apresenta-se multiplicada pelo termo  $-\Gamma^2$ , onde  $\Gamma$  é a constante de propagação para a geometria padrão, calculada analiticamente. O sistema de equações globais de elementos finitos é dado por:

$$[-\omega^2 \mathbf{M}_a(s) + \mathbf{K}_a] \tilde{\mathbf{p}} = 0. \quad (6.2)$$

A matriz de massa é função do número de onda de cisalhamento  $s$  (número de Stokes), o qual é função da frequência e da geometria em questão. A única variável dependente continua sendo a pressão  $\tilde{\mathbf{p}}$ , por isso a solução apresenta um custo computacional relativamente baixo, cujo custo é semelhante ao modelo clássico isentrópico. Normalmente, em *softwares* acústicos clássicos, o efeito viscotérmico pode ser introduzido através do número de onda ou através da velocidade de propagação da onda, que são neste caso números complexos dados por:

$$\tilde{k}_c = k_o \frac{\Gamma}{j}, \quad (6.3)$$

$$\tilde{c} = j \frac{c_o}{\Gamma}. \quad (6.4)$$

Pensando em aplicação na forma de fluido equivalente de um material poroso, os efeitos dissipativos são introduzidos no modelo numérico também pela velocidade do som e pela densidade complexa efetiva.

Outro modelo reduzido, semelhante ao LRF, com formulação desenvolvida por Bossart e Cremer (Kampinga, 2010a; Bossart *et al.*, 2003), será brevemente comentado a seguir.

### 6.2.2 Modelo de Bossart/Cremer

Se as camadas limite viscosas e térmicas são consideradas pequenas em comparação com as dimensões do domínio do fluido, uma aproximação da camada limite pode ser usada para descrever efeitos viscotérmicos. Bossart *et al.* (2003) apresentaram um modelo computacionalmente eficiente, válido para o método de elementos finitos e elementos de contorno. A equação de Helmholtz utilizada para descrever o problema físico-acústico é a mesma dos problemas clássicos isentrópicos (sem efeitos viscotérmicos), sendo dada por:

$$\nabla^2 \tilde{p} + k_o^2 \tilde{p} = 0, \quad (6.5)$$

na qual  $k_o = \omega/c_o$ . Este modelo inclui os efeitos viscotérmicos através de uma condição de contorno de impedância, calculada analiticamente na transição entre a camada limite e o volume do fluido interior. Como a espessura da camada limite varia com a posição e também com a frequência, a posição de aplicação da impedância não irá coincidir com os elementos de transição da malha entre o volume e a camada limite. Logo a aplicação da impedância é realizada na própria fronteira exterior do domínio acústico. Esta aproximação causa pequenos erros quando a espessura da camada limite for relativamente pequena em relação às dimensões do domínio acústico.

De acordo com Bossart *et al.* (2003), a impedância de camada limite viscotérmica, normal à superfície do domínio é dada por:

$$\frac{\tilde{p}}{\tilde{v}_n} = -j \frac{\rho_o c_o}{k_o} \left( \frac{k_t^2}{k_o^2} \frac{1}{\sqrt{j \rho_o \omega / \eta}} + (\gamma - 1) \frac{1}{\sqrt{j \rho_o \omega c_p / k_f}} \right)^{-1}, \quad (6.6)$$

onde  $c_p$  é o calor específico do fluido a pressão constante e  $k_f$  a condutibilidade térmica do fluido. O termo  $k_t$  é o número de onda térmico sendo o seu quadrado dado aproximadamente pela expressão:

$$k_t^2 \cong -j \frac{\rho_o \omega c_p}{k_f}. \quad (6.7)$$

Em casos em que o ângulo de incidência é importante, realiza-se um procedimento de cálculo estimado da pressão para uma incidência de 45 graus e, em seguida, calcula-se a impedância novamente com maior precisão a partir dos valores de pressão. Por final, resolve-se o problema numérico novamente com os valores de impedância recalculados (maiores detalhes em Kampinga, 2010a e Bossart *et al.*, 2003). Este modelo é eficiente computacionalmente, pois apresenta somente a pressão como variável dependente. Além disso, a malha acústica não necessita ser refinada próxima da camada limite, pois os efeitos viscotérmicos são aplicados na parede do domínio sob a condição de impedância acústica.

No entanto, este modelo reduzido é impreciso para geometrias de pequenas dimensões. Portanto, este modelo não é aplicável para simular absorção e dissipação acústica no caso de microgeometrias de materiais porosos. A camada limite tem dimensão da ordem do domínio acústico, dependendo da frequência e do tamanho dos poros.

Em outro caso, tem-se o modelo viscotérmico completo que utiliza a formulação de Navier-Stokes linearizada, o qual será visto de forma sucinta no item a seguir. Esta é a formulação utilizada no *software* Comsol 4.2a.

### 6.2.3 Modelo Numérico FLNS

O desenvolvimento da teoria acústica clássica geralmente parte das equações de conservação de massa e da quantidade de movimento para fluidos newtonianos. No entanto, antes de realizar a linearização das equações, os termos dissipativos relacionados à viscosidade são eliminados através de hipóteses simplificativas pré-estabelecidas.

Desta forma, pode-se obter uma única equação diferencial parcial que rege os fenômenos acústicos clássicos, válidos para pequenas amplitudes, nas quais as dissipações viscotérmicas não são importantes. Com base nos trabalhos de Nijhof (2010), Kampinga (2010a) e Martins (2011), será apresentado o sistema base de equações que regem a propagação acústica viscotérmica, o qual dará origem ao modelo FLNS.

Assume-se que as forças de campo no fluido acústico (por unidade de volume) e as fontes de calor são amplitudes complexas, que neste caso são consideradas nulas.

Considera-se inicialmente a equação da conservação da quantidade de movimento para um fluido newtoniano, conhecida como equação de Navier-Stokes, na qual a tensão de cisalhamento apresenta relação linear com a taxa de deformação do fluido, dada por:

$$\rho_t \frac{D\tilde{u}_t}{Dt} + \nabla \tilde{p}_t = (\lambda_d + \eta) \nabla (\nabla \cdot \tilde{u}_t) + \eta \nabla^2 \tilde{u}_t, \quad (6.8)$$

na qual  $\tilde{\rho}_t$  é a densidade total do fluido,  $\tilde{u}_t$  o vetor velocidade total do fluido,  $\tilde{p}_t$  a pressão total do fluido,  $\lambda_d$  é o coeficiente de viscosidade de dilatação (ou segundo coeficiente de viscosidade) em Pa.s,  $\eta$  a viscosidade dinâmica do fluido em Pa.s. O operador derivada total  $D\tilde{u}_t/Dt$  pode ser escrito na forma  $\frac{D\tilde{u}_t}{Dt} = \left( \frac{\partial \tilde{u}_t}{\partial t} + \tilde{u}_t \cdot \nabla \tilde{u}_t \right)$ , onde  $\tilde{u}_t \cdot \nabla \tilde{u}_t$  é o termo convectivo da aceleração do fluido. O termo  $\nabla(\cdot)$  é o operador gradiente,  $\nabla \cdot (\cdot)$  é o operador divergente, e  $\nabla^2(\cdot) = \nabla \cdot \nabla(\cdot)$  é o operador laplaciano (divergente do gradiente).

Desprezando os termos não-lineares relacionados à dissipação viscosa de energia mecânica, pode-se escrever a equação da conservação da energia de acordo com a Lei de Fourier para fluxo de calor, na forma:

$$\tilde{\rho}_t c_p \frac{D\tilde{T}_t}{Dt} - \frac{D\tilde{p}}{Dt} = k_f \nabla^2 \tilde{T}_t, \quad (6.9)$$

onde tem-se  $\tilde{T}_t$  a temperatura total do fluido,  $c_p$  o calor específico a pressão constante e  $k_f$  a condutibilidade térmica do fluido. A terceira equação é dada pela conservação da massa, ou equação da continuidade:

$$\frac{D\tilde{\rho}_t}{Dt} + \tilde{\rho}_t \nabla \cdot \tilde{u}_t = 0. \quad (6.10)$$

A última equação necessária para completar o sistema de equações e a relação constitutiva de gás perfeito, dada por:

$$\tilde{p}_t = R_o \tilde{\rho}_t \tilde{T}_t, \quad (6.11)$$

onde  $R_o$  é a constante universal dos gases perfeitos, em J/kgK. Para o ar atmosférico seco pode-se considerar  $R_o = 287$  [J/kgK].



Deve-se considerar que as perturbações acústicas são suficientemente pequenas (Martins, 2011) e, além disso, são de natureza harmônica. Portanto, as grandezas totais podem ser escritas em função das flutuações de pequenas amplitudes, na forma:

$$\tilde{u}_t = 0 + \tilde{u}e^{i\omega t}, \quad (6.12)$$

$$\tilde{p}_t = P_o + \tilde{p}e^{i\omega t}, \quad (6.13)$$

$$\tilde{\rho}_t = \rho_o + \tilde{\rho}e^{i\omega t}, \quad (6.14)$$

$$\tilde{T}_t = T_o + \tilde{T}e^{i\omega t}. \quad (6.15)$$

Considera-se o fluido em estado estacionário, sem escoamento. Introduzindo os termos de pequenas amplitudes harmônicas e desconsiderando os termos não-lineares, as equações (6.8) a (6.11) tornam-se:

$$i\omega\rho_o\tilde{u} - \nabla \cdot \tilde{\tau} + \nabla\tilde{p} = 0, \quad (6.16)$$

$$i\omega\rho_o c_p \tilde{T} + \nabla \cdot q - i\omega\tilde{p} = 0, \quad (6.17)$$

$$i\omega\tilde{p} + \rho_o \nabla \cdot \tilde{u} = 0, \quad (6.18)$$

$$\tilde{p} = R_o(\rho_o \tilde{T} + \tilde{p}T_o), \quad (6.19)$$

nas quais o divergente do tensor de viscosidade  $\nabla \cdot \tilde{\tau}$  e o divergente do fluxo de calor vetorial  $\nabla \cdot q$  são dados respectivamente por:

$$\nabla \cdot \tilde{\tau} = (\lambda_d + \eta)\nabla(\nabla \cdot \tilde{u}) + \eta\nabla^2\tilde{u}, \quad (6.20)$$

$$\nabla \cdot q = -k_f\nabla^2\tilde{T}, \quad (6.21)$$

A partir da equação de gás perfeito, pode-se considerar apenas os termos estáticos e escrever  $P_o = R_o\rho_o T_o$ . Dividindo a equação (6.19) por  $P_o$ , tem-se a seguinte equação de gás ideal linearizada:

$$\frac{\tilde{\rho}}{\rho_o} = \frac{\tilde{p}}{P_o} - \frac{\tilde{T}}{T_o}, \quad (6.22)$$

Substituindo a equação (6.22) na equação (6.18), tem-se finalmente o seguinte sistema de equações, a partir da eliminação da perturbação de densidade  $\tilde{\rho}$ :

$$i\omega\rho_o\tilde{u} - \nabla \cdot \tilde{\tau} + \nabla\tilde{p} = 0, \quad (6.23)$$

$$i\omega\rho_o c_p \tilde{T} + \nabla \cdot q - i\omega\tilde{p} = 0, \quad (6.24)$$

$$i\omega \frac{\tilde{p}}{p_o} - i\omega \frac{\tilde{T}}{T_o} + \nabla \cdot \tilde{u} = 0. \quad (6.25)$$

Do ponto de vista computacional, o modelo FLNS é bastante caro, devido duas razões principais (Kampinga, 2010):

Este modelo contém 5 campos ou variáveis dependentes acopladas para o caso tridimensional  $(\tilde{u}_x, \tilde{u}_y, \tilde{u}_z, \tilde{T}, \tilde{p})$ , onde as quatro primeiras utilizam funções de forma quadráticas e  $\tilde{p}$  utiliza função de forma linear. Para o caso bidimensional, serão 4 campos acoplados,  $(\tilde{u}_x, \tilde{u}_y, \tilde{T}, \tilde{p})$ , onde os três primeiros são quadráticos e a pressão é linear.

A malha deve ser bem refinada próxima das fronteiras isotérmicas / adiabáticas, devido à condição de velocidade de não-escorregamento (*no-slip*). O modelo deve ser capaz de solucionar com precisão as camadas limite térmica e viscosa, as quais resultam na dissipação acústica viscotérmica.

O modelo FLNS é capaz de representar computacionalmente qualquer geometria acústica e é amplamente aplicável para inúmeros tipos de problemas. A formulação em elementos finitos pode ser vista com detalhes em Martins (2011).

#### 6.2.4 Modelo Numérico SLNS

Recentemente, desenvolveu-se um método numérico viscotérmico computacionalmente mais eficiente do que o método completo FLNS (Kampinga, 2010a; Kampinga *et al.*, 2011). Este método (*Sequential Linear Navier-Stokes* - SLNS) utiliza equações reduzidas através de aproximações e uma formulação desacoplada para o campo de pressão, o qual será função dos efeitos de difusão térmica e viscosa. Estes efeitos de difusão são calculados previamente de forma independente.

O termo que leva em consideração os efeitos viscosos é aproximado por:

$$\nabla \cdot \tilde{\tau} = \eta \nabla^2 \tilde{u}. \quad (6.26)$$

Esta aproximação negligencia os termos de menor ordem de grandeza, sendo o divergente da velocidade muito menor que o laplaciano da velocidade. Novamente, assumindo que as forças de campo no fluido acústico (por unidade de volume) e as fontes de calor são nulas, o sistema de equações torna-se:

$$\tilde{u} + k_v^{-2} \nabla \tilde{u} + \frac{\nabla \tilde{p}}{i \rho_o c_o k_o} = 0, \quad (6.27)$$

$$\tilde{T} + k_t^{-2} \nabla^2 \tilde{T} - \frac{\tilde{p}}{\rho_o c_p} = 0, \quad (6.28)$$

$$i\omega \frac{\tilde{p}}{P_o} - i\omega \frac{\tilde{T}}{T_o} + \nabla \cdot \tilde{u} = 0, \quad (6.29)$$

em que  $k_o = \omega/c_o$ ,  $k_v^2 = -i\omega\rho_o/\eta$  e  $k_t^2 \cong -i\omega\rho_o c_p/k_f$  são, respectivamente, o número de onda isentrópico e o quadrado dos números de onda viscoso e térmico. Os quadrados dos números de onda viscoso e térmico são puramente imaginários pois representam processos de difusão (Kampinga, 2010). Este modelo não apresenta restrições de geometria como o modelo LRF ou modelo de Bossart. Além disso, é computacionalmente mais eficiente que o modelo FLNS, e menos eficiente que o LRF.

Para solucionar este sistema de equações, Kampinga (2010a) propôs o seguinte procedimento. Primeiramente, resolve-se de forma independente os campos viscosos  $\psi_v$  e os campos térmicos  $\psi_t$ . Estas variáveis são calculadas de forma desacoplada a partir das equações de Helmholtz (não-homogêneas), dadas por:

$$\nabla^2 \psi_v + k_v^2 \psi_v = 1, \quad (6.30)$$

$$\nabla^2 \psi_t + k_t^2 \psi_t = 1. \quad (6.31)$$

Nota-se que o cálculo dos campos viscosos  $\psi_v$  e térmicos  $\psi_t$  não requer a priori o conhecimento dos campos de pressão. As condições de contorno viscosas são dadas como  $\psi_v = 0$  para a condição de não-eskorregamento ou  $\nabla_n^2 \psi_v = 0$  para a ausência de força de cisalhamento normal à superfície. Similarmente, as condições de contorno térmicas são dadas como  $\psi_t = 0$  para a condição isotérmica e  $\nabla_n^2 \psi_t = 0$  para a condição adiabática. Em segundo passo, após o cálculo dos campos viscosos e térmicos,  $\psi_v$  e  $\psi_t$ , resolve-se a equação diferencial parcial, semelhante à equação de Helmholtz, na forma:

$$\psi_v \nabla^2 \tilde{p} + [(\gamma - (\gamma - 1)\psi_t)k_o^2] \tilde{p} = 0. \quad (6.32)$$

Os campos  $\psi_v$  e  $\psi_t$ , assim como o termo  $(\gamma - (\gamma - 1)\psi_t)$ , tendem a ser unitários na região de volume interior acústico onde os

efeitos dissipativos são menores. Assim, para as regiões internas, esta solução aproxima-se da solução clássica de Helmholtz, dada por  $\nabla^2 \tilde{p} + k_o^2 \tilde{p} = 0$ , onde a camada limite não apresenta grandes influências na dissipação viscotérmica.

Desta forma, o modelo SLNS é moderadamente eficiente em termos computacionais, pois os três campos são calculados de forma desacoplada. No entanto, são necessários três cálculos independentes dos campos viscosos, térmicos e de pressão, e a malha necessita ser bastante refinada próxima das camadas limite, para representar com precisão os efeitos viscotérmicos na fronteira. Kampinga (2010a) apresenta boa concordância entre o modelos FLNS e SLNS, aplicados para tubos ressonadores em paralelo.

No entanto, como forma de comparação e validação numérica viscotérmica, será utilizado o modelo completo FLNS o qual apresenta-se implementado no *software* comercial Comsol 4.2a para alguns casos de materiais porosos. A seguir, no próximo item serão apresentadas algumas comparações.

### 6.3 MODELO FLNS PARA MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS

O modelo FLNS apresenta três tipos de condições de contorno que podem ser prescritas. Primeiramente, tem-se as condições de contorno térmicas, dadas por:

- Temperatura, fluxo de calor e impedância térmica (temperatura em função do fluxo de calor);

Tem-se, também, as condições de contorno viscosas, como por exemplo:

- Velocidade de cisalhamento, tensão de cisalhamento e impedância viscosa (velocidade de cisalhamento dependente da força);

E, por último, as condições de contorno acústicas clássicas:

- Velocidade de partícula normal à superfície, pressão e impedância acústica (velocidade dependente da pressão);

No *software* Comsol 4.2a, as condições de contorno acústicas e viscosas são especificadas como condições mecânicas, para velocidade e tensão prescrita. Seguindo notação semelhante de Martins (2011), as condições de contorno utilizadas para o caso de simulações de geometrias de poros de materiais de absorção, são atribuídas da seguinte forma:

1 - Condições de contorno térmicas:

a) Temperatura acústica prescrita:

$$\tilde{T} = gT, \quad (6.33)$$

b) Fluxo de calor prescrito:

$$-\mathbf{n} \cdot (-\kappa_f \nabla \tilde{T}) = hT. \quad (6.34)$$

Para os casos isotérmico e adiabático, tem-se respectivamente:

$$\tilde{T} = 0 \text{ (Isotérmico)}, \quad (6.35)$$

$$-\mathbf{n} \cdot (-\kappa_f \nabla \tilde{T}) = 0 \text{ (Adiabático)}. \quad (6.36)$$

2 - Condições de contorno acústicas:

a) Velocidade de partícula prescrita:

$$\tilde{u} = gA, \quad (6.37)$$

b) Pressão acústica prescrita:

$$\tilde{p} = hA, \quad (6.38)$$

Nesta análise, tem-se utilizado como excitação de entrada uma condição de pressão acústica unitária, cuja condição de contorno térmica é adiabática. As demais paredes do duto poroso capilar apresentam condição de velocidade prescrita nula (parede rígida), pois não há interação fluido-estrutura neste caso. Tais paredes podem apresentar condição de contorno isotérmica ou adiabática. Pode-se observar as condições de contorno na Figura 6.2.

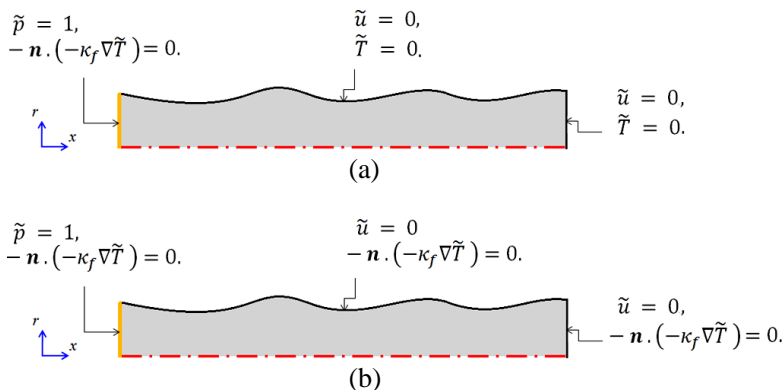


Figura 6.2: Condições de contorno para o modelo FLNS do *software* Comsol 4.2a; paredes isotérmicas em (a) e adiabáticas em (b).

Devido ao tipo de geometria axissimétrica dos poros, foram utilizados elementos bidimensionais em coordenadas cilíndricas e uma condição de simetria axial devido ao menor custo computacional. Este é o modelo termoacústico axissimétrico, já implementado no *software* Comsol 4.2a. As paredes laterais do duto capilar podem apresentar geometria arbitrária conforme a representação do modelo de matrizes de transferência unidimensional.

A condução de calor da estrutura também pode ser acoplada à acústica viscotérmica utilizando a temperatura  $T_s$  da estrutura como condição de contorno essencial, onde  $\tilde{T} = T_s$  para o fluido na fronteira com a superfície. No entanto, a condição de contorno isotérmica  $\tilde{T} = 0$  é normalmente utilizada nos modelos acústicos viscotérmicos, invés de uma formulação acoplada termicamente (Kampinga, 2010a). Esta aproximação é razoável, porque o fluido dificilmente será capaz de modificar a temperatura da estrutura.

Apesar da condição de contorno isotérmica ser comumente aplicada aos modelos numéricos viscotérmicos, sabe-se que o estudo de materiais porosos, através do modelo de fluido equivalente, apresentam o módulo de compressibilidade dinâmica  $K_{ef}(\omega)$ . Este termo é totalmente correlacionado aos mecanismos de trocas térmicas e condução de calor, do fluido para a parede do duto. No caso do modelo analítico LRF, o efeito de condução de calor foi apresentado por Tijdeman (1975) através da constante politrópica  $n_{po}(\sqrt{\text{Pr}})$ , função do número de Stokes e do número de Prandtl. Observou-se na Figura 5.6 que para o limite de baixa frequência,  $(\sqrt{\text{Pr}} \rightarrow 0)$ , a constante

politrópica  $n_{po}$  tende ao limite isotérmico. Por outro lado, o limite de alta frequência tende a apresentar uma condição adiabática, pois rápidas flutuações de temperatura não favorecem a troca de calor.

Esta hipótese isotérmica-adiabática também é válida para os modelos analíticos macroscópicos, para a qual o módulo de compressibilidade e a constante politrópica estão relacionados da seguinte maneira:  $\tilde{K}_{ef}(\omega) = n_{po}P_o$ . Allard e Atalla (2009) também comentam sobre esta relação isotérmica com o limite de baixa frequência para  $\tilde{K}_{ef}$ , assim como o limite adiabático para a alta frequência. Entenda-se limite de alta frequência quando  $\sqrt{\eta/\omega\rho_o} \ll L_c$  ( $L_c$  é a dimensão característica, por exemplo, o raio do duto).

Portanto, esta condição isotérmica, comumente aplicada aos modelos numéricos FLNS são pertinentes de acordo com a dimensão característica e a faixa de frequência analisada.

No entanto, devido às dimensões dos poros dos materiais porosos serem extremamente pequenas, os efeitos térmicos da camada limite podem influenciar na absorção sonora, dependendo da condição de contorno térmica aplicada (puramente isotérmica ou adiabática). O coeficiente de absorção é sensível a qualquer variação imposta através da condição de contorno térmica, mesmo que as perdas viscosas sejam mais importantes.

Desta forma, decidiu-se avaliar as duas condições de contorno nas paredes dos poros para o modelo FLNS (isotérmico/adiabático), e propor uma nova condição de contorno térmica, dada por

$$a_{iso}(\omega) [\tilde{T}] + b_{adi}(\omega) [-\mathbf{n} \cdot (-\kappa_f \nabla \tilde{T})] = 0. \quad (6.39)$$

Portanto, foram alterados os limites da compressibilidade dinâmica  $\beta(\omega)$  proposta por Lafarge *et al.* (1997), de maneira que esta apresentasse uma faixa entre 1 e 0, em função da frequência, da seguinte maneira:

$$a_{iso}(\omega) = \text{Re} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\eta\phi}{\rho_o \text{Pr } q_o' \omega} \left( 1 - j \frac{4\rho_o \text{Pr } q_o'^2 \omega}{\eta\phi^2 \Lambda'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \right], \quad (6.40)$$

onde  $\text{Re}[\cdot]$  representa a parte real. A parcela adiabática é dada por :

$$b_{adi}(\omega) = 1 - a_{iso}(\omega). \quad (6.41)$$

Assim torna-se possível dosar nas devidas proporções o efeito da condição isotérmica e da condição adiabática. Observe que  $a_{iso}(\omega)$  é função dos parâmetros macroscópicos (porosidade,  $\phi$ , e comprimento característico térmico,  $\Lambda'$ ), sendo que a permeabilidade térmica é dada por  $q'_o = \phi \Lambda'^2/8$ , para poros de seção cilíndrica (axissimétrica).

Os parâmetros macroscópicos devem ser calculados previamente, utilizando o modelo de matriz de transferência a partir das equações (5.72) a (5.76), para a microgeometria que deseja-se simular no modelo numérico FLNS (Comsol 4.2a).

Como a condição de contorno térmica na forma da equação (6.39) não pode ser diretamente aplicada ao *software* Comsol 4.2a, optou-se por simular separadamente ambos os casos (isotérmico e adiabático) para então dosar a impedância de superfície da seguinte forma:

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{1}{\phi} [a_{iso}(\omega) \tilde{Z}_{o_{iso}}(\omega) + b_{adi}(\omega) \tilde{Z}_{o_{adi}}(\omega)], \quad (6.42)$$

e, assim, obter o coeficiente de absorção numérico viscotérmico. O termo  $\tilde{Z}_{o_{iso}}$  é a impedância de entrada do modelo isotérmico e  $\tilde{Z}_{o_{adi}}$  do modelo adiabático.

## 6.4 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO FLNS

Nesta seção serão analisados numericamente 5 casos de microgeometrias de poros capilares diferentes. Todos os casos são de geometrias axissimétricas periódicas, cujo comprimento do período é 100  $\mu\text{m}$  e comprimento total do poro capilar é 10 mm. Considerou-se uma porosidade média  $\phi = 0,6$  para todos os casos e foram aplicadas as condições de contorno de acordo com a Figura 6.2. Primeiramente será avaliado o coeficiente de absorção numérico e na seção 6.4.2 a resistividade ao fluxo.

### 6.4.1 Coeficiente de Absorção do Modelo FLNS

Os casos estudados e as suas dimensões básicas podem ser observados na Tabela 6.1.



Tabela 6.1: Tipos de variação de seção avaliados no modelo FLNS.

Caso	Seção (em $x$ )	Raio Maior	Raio Menor
1	Tubo Reto	50 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$
2	Retangular	100 $\mu\text{m}$	80 $\mu\text{m}$
3	Senoidal 1	200 $\mu\text{m}$	150 $\mu\text{m}$
4	Senoidal 2	30 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$
5	Triangular	250 $\mu\text{m}$	100 $\mu\text{m}$

O primeiro caso, o mais simples, é o tubo reto de raio 50  $\mu\text{m}$ . O tipo de malha utilizada foi "boundary layer" de elementos bidimensionais triangulares de três nós para a região interna e quadrangulares de 4 nós para as regiões mais próximas da fronteira. Outro tipo de malha ("mapped") também poderia ser utilizada. No entanto, esta malha "mapped" se adapta melhor para a curvas suaves, como os casos senoidais.

Pode-se observar a malha de parte do tubo reto na Figura 6.3.

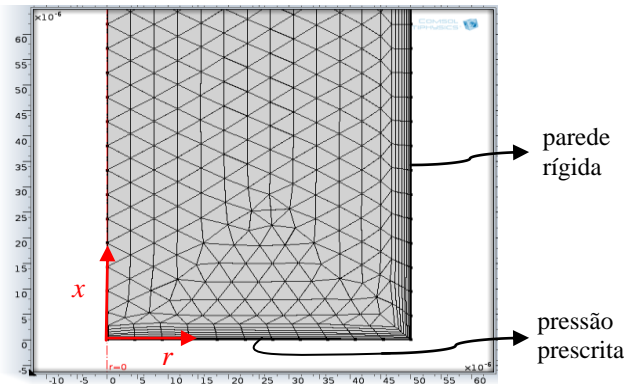


Figura 6.3: Malha de parte do tubo capilar reto no modelo FLNS do Comsol 4.2a.

Foram utilizados 71504 elementos com tamanho máximo de elemento de 4,77  $\mu\text{m}$  e tamanho mínimo 2,12  $\mu\text{m}$ , sendo utilizados 8 elementos na direção da camada limite. O número de graus de liberdade resolvidos neste problema numérico é 589780.

Em um computador modelo i7-3770k, processador de 3,50 GHz e 16Gb de memória RAM, o tempo médio de solução por frequência foi de 22 segundos.

Resolvendo ambos os casos de paredes isotérmicas e adiabáticas, pode-se calcular a velocidade média para a direção de propagação  $x$ , na

linha de aplicação de pressão unitária. Com pressão e velocidade, obtém-se a impedância e, portanto, o coeficiente de absorção.

O resultado do modelo FLNS (adiabático e isotérmico) é comparado com o resultado de absorção do modelo de matriz de transferência LRF, como pode ser observado na Figura 6.4.

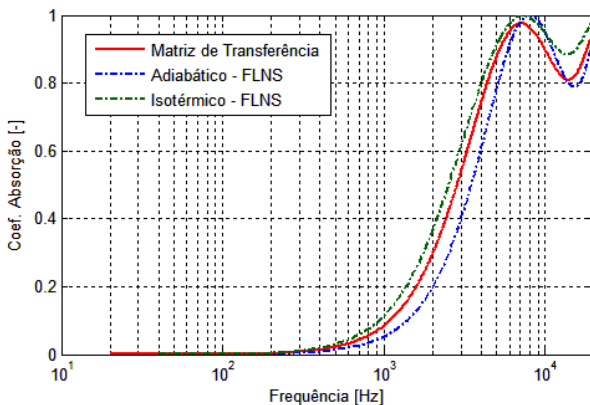


Figura 6.4: Comparação do modelo FLNS (adiabático e isotérmico) com o modelo LRF de matriz de transferência; ar atmosférico, 20°C.

Note que a solução do modelo analítico LRF apresenta-se entre a solução isotérmica e a solução adiabática do modelo numérico FLNS. Isto demonstra que o modelo LRF apresenta uma solução mista entre a condição adiabática e a condição isotérmica. Esta condição também ocorre para os modelos de fluido equivalente. A aplicação da condição essencialmente isotérmica geralmente é mais dissipativa (maior coeficiente de absorção). Isto ocorre pelo fato de que o efeito de trocas térmicas é ligeiramente superestimado e isto é perceptível no coeficiente de absorção.

Utilizando as equações (6.40) a (6.42), pode-se calcular a função de proporção entre as condições isotérmica e adiabática, e desta forma recalculer a impedância de superfície e o coeficiente de absorção. As funções analíticas adimensionais  $a_{iso}(\omega)$  e  $b_{adi}(\omega)$  são observadas na Figura 6.5, em função da frequência.

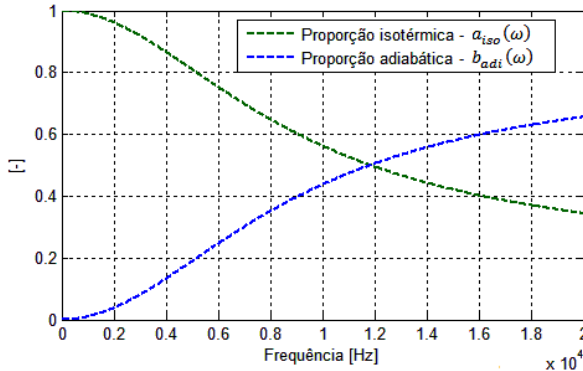


Figura 6.5: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática para tubo reto de raio 50  $\mu\text{m}$ .

Observando a Figura 6.5, note que a baixa frequência é praticamente isotérmica, havendo uma composição das duas condições com o aumento da frequência. A solução numérica mista é mostrada na Figura 6.6, comparada com o modelo de fluido equivalente Johnson-Lafarge e o modelo de matriz de transferência (LRF).

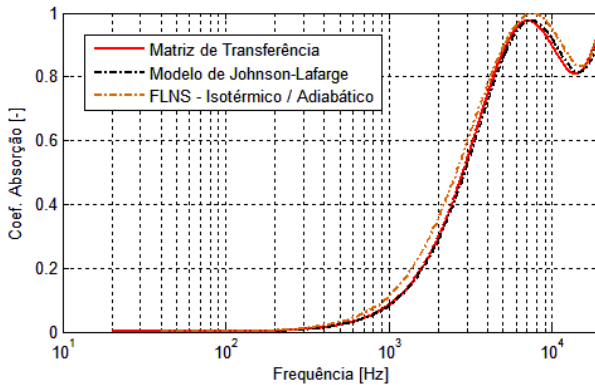


Figura 6.6: Comparação da absorção do modelo FLNS (misto) com o modelo de matriz de transferência e o modelo Johnson-Lafarge; ar atmosférico, 20°C.

A respectiva impedância de superfície é visualizada na Figura 6.7. O perfil de velocidade isotérmica na direção de propagação  $x$ , é observado para o modelo LRF (equação (5.45)) e para o modelo numérico FLNS na Figura 6.8, considerando uma frequência de 10 kHz.

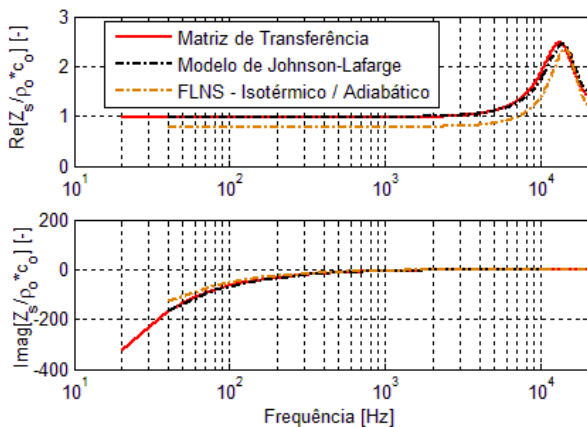


Figura 6.7: Comparação da impedância de superfície do modelo FLNS (misto) com o modelo de matriz de transferência e o modelo Johnson-Lafarge; ar atmosférico, 20°C.

Note que há ótima concordância entre os modelos numérico e analíticos (LRF e fluido equivalente) para o coeficiente de absorção e para a impedância de superfície.

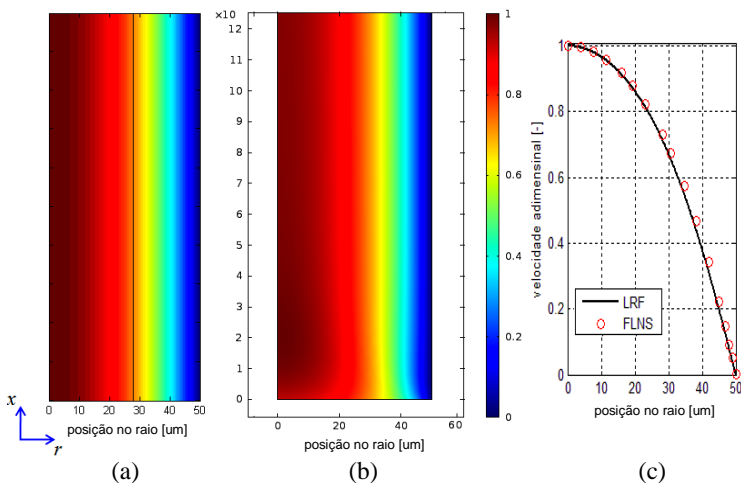


Figura 6.8: Comparação dos perfis de velocidade na direção  $x$  para do modelo LRF (— cam. limite viscosa) (a) e modelo FLNS (b) em contorno e forma gráfica (c) para 10 kHz; caso 1.

Para esta simulação numérica FLNS, tem-se utilizado 500 pontos na frequência até 20 kHz (passo de 40 Hz).

Ambos perfis de velocidade foram normalizados pelo valor máximo de velocidade. Observe que os resultados são muito semelhantes, para este caso de tubo reto. Os perfis de temperatura para as condições isotérmica e adiabática do modelo FLNS são mostrados nas Figuras 6.9 e 6.10, respectivamente, para a frequência de 10 kHz.

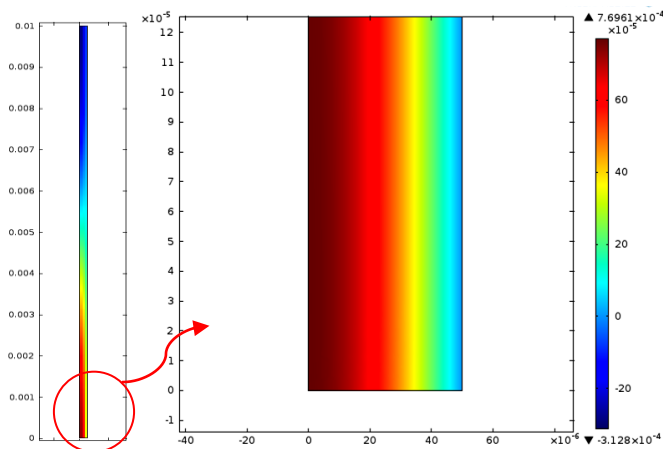


Figura 6.9: Perfis de temperatura [K] com parede isotérmica para o modelo FLNS, em 10 kHz; caso 1.

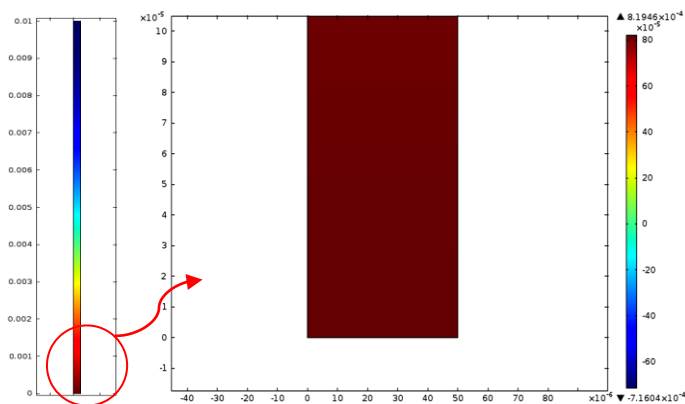


Figura 6.10: Perfis de temperatura [K] com parede adiabática para o modelo FLNS, em 10 kHz; caso 1.

O casos seguintes (segundo ao quinto), serão apresentados de forma comparativa, através de gráficos e tabelas. Primeiramente, na Figura 6.11, tem-se as formas dos poros capilares do modelo de matriz de transferência (LRF), utilizado para prever o coeficiente de absorção e as propriedades macroscópicas.

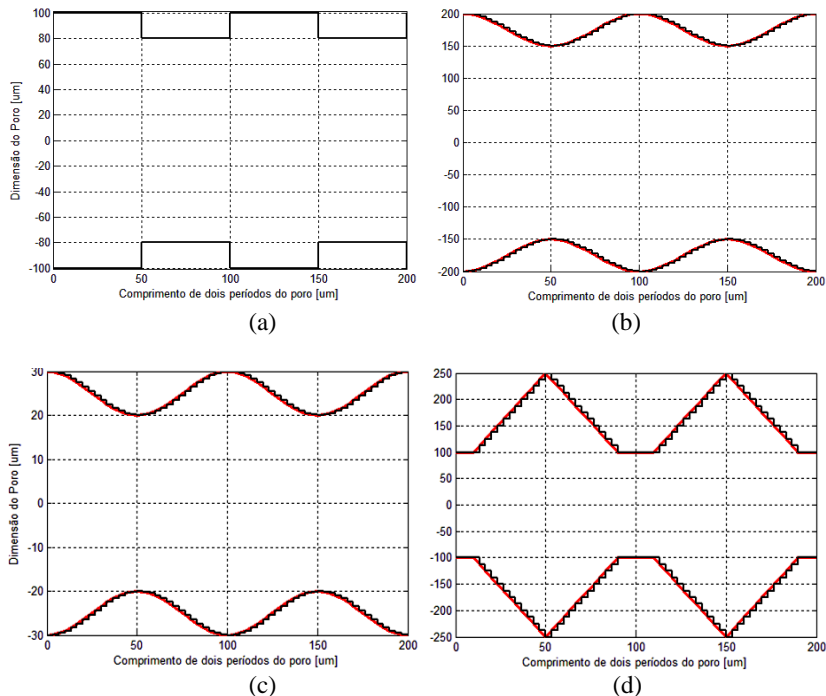


Figura 6.11: Forma dos poros e discretização unidimensional para os casos Retangular (a), Senoidal 1(b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d).

Para as formas senoidais e triangular foram utilizados 30 elementos por período no modelo de matriz de transferência, sendo este número de elementos suficiente para a convergência dos resultados de absorção e dos parâmetros macroscópicos. No entanto, para o caso retangular, foram utilizados apenas dois elementos por período para representar cada uma das variações de diâmetros.

No modelo FLNS do Comsol 4.2a, foram geradas as referidas geometrias axissimétrias de comprimento total 10 mm e suas respectivas malhas. As malhas destes casos podem ser observadas na Figura 6.12.

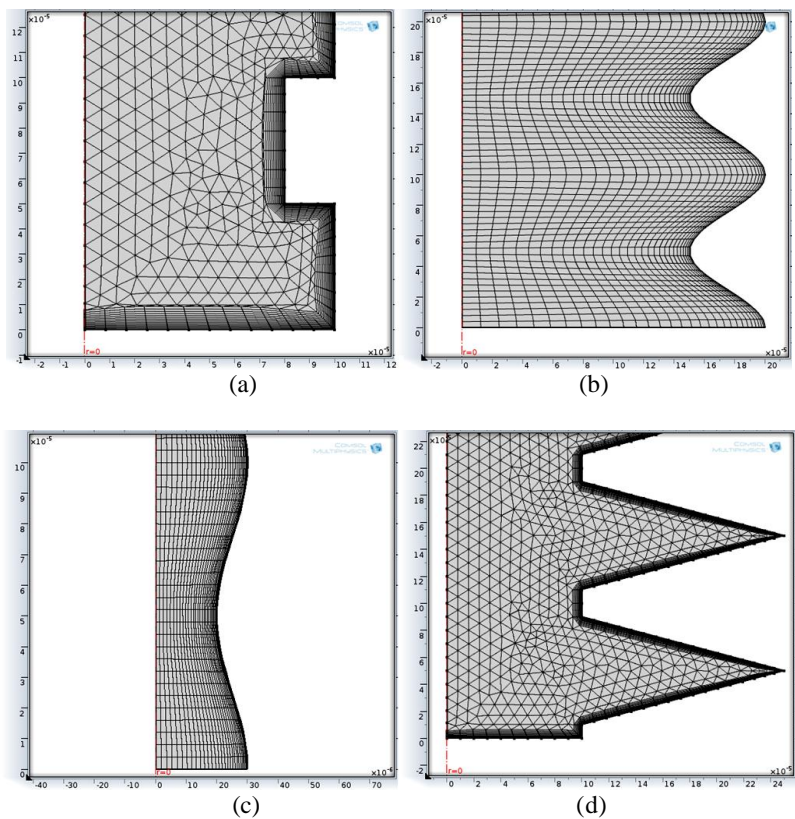


Figura 6.12: Malhas do modelo FLNS dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d).

Utilizou-se a malha chamada de "boundary layer" para os casos retangular e triangular, e uma malha chamada de "mapped" para os casos senoidais. Pode-se visualizar alguns dados de simulação do modelo numérico na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Dados de simulação do modelo FLNS.

Seção (em $x$ )	nº de elem.	Graus Liberd.	Tam. max. elem.	Tam. min. elem.	Tempo Simul.
Retangular	73018	700954	11 $\mu\text{m}$	0,2 $\mu\text{m}$	28 seg.
Senoidal 1	78000	1032422	17 $\mu\text{m}$	3,0 $\mu\text{m}$	48 seg.
Senoidal 2	75000	992714	5,0 $\mu\text{m}$	1,0 $\mu\text{m}$	43 seg.
Triangular	85412	818422	12 $\mu\text{m}$	2,9 $\mu\text{m}$	34 seg.

O tempo de simulação da Tabela 6.2 refere-se por passo de frequência. Para 500 pontos de frequência, o tempo médio de simulação em um computador modelo i7-3770k, processador de 3,50 GHz e 16Gb de memória RAM é de 4 a 6 horas. Evidentemente, quanto maior o número de graus de liberdade do problema numérico, maior o tempo de simulação.

Utilizando as equações (6.40) a (6.42), pode-se calcular a função analítica de proporção entre as condições isotérmica e adiabática para os quatro casos avaliados. Estas funções são observadas na Figura 6.13.

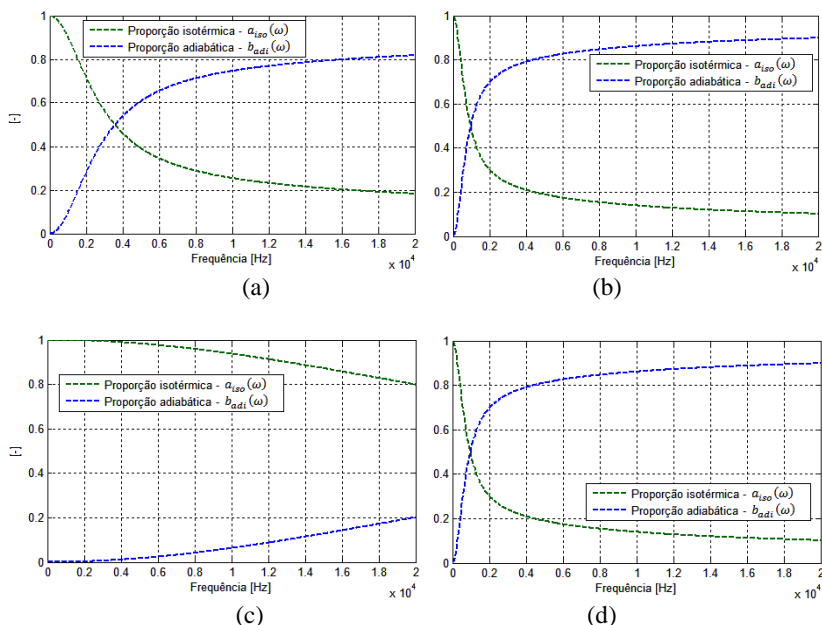


Figura 6.13: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d).

Note que o caso senoidal 2 apresenta o menor raio médio (25  $\mu\text{m}$ ) e a condição isotérmica tende a ser predominante ao longo da frequência. Com o aumento do diâmetro (ou raio hidráulico), a condição adiabática aumenta no sentido da baixa frequência pois a capacidade do fluido trocar calor com a parede do duto torna-se menor.

Realizando-se duas simulações para cada caso de acordo com a condição de contorno da Figura 6.2 (adiabática e isotérmica), foram utilizadas as funções da Figura 6.13 para encontrar as impedâncias de



superfície, considerando uma porosidade média de 60 %. Os respectivos coeficientes de absorção dos modelos FLNS, matriz de transferência e modelo de fluido equivalente Johnson-Lafarge podem ser visualizados na Figura 6.14.

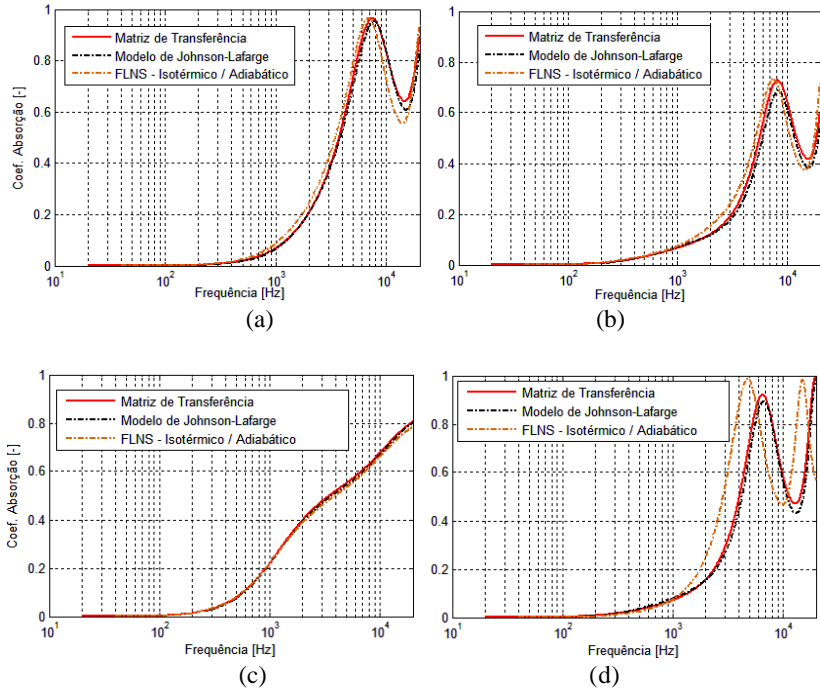


Figura 6.14: Comparação dos coeficientes de absorção dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d); ar atmosférico, 20°C.

Pode-se notar que os resultados de coeficiente de absorção apresentam grande concordância entre si. No entanto, quanto maior a descontinuidade do caminho do poro, ao longo da direção de propagação, maiores serão as divergências entre os modelos analíticos (matriz de transferência e Johnson-Lafarge) e o modelo numérico FLNS viscotérmico. Isto já é esperado, pois os perfis de velocidade do modelo analítico (assim como a velocidade média na seção para um perfil plenamente desenvolvido) não correspondem ao encontrado no modelo numérico, assim como os seus valores de impedância de superfície na entrada do poro.

Isto ocorre com maior evidência para o caso triangular, o qual apresenta uma microgeometria bastante descontínua. No entanto, nota-se que os resultados do modelo proposto (matriz de transferência) e do modelo clássico de fluido equivalente apresentam sempre ótima concordância entre si. Pode-se concluir que estes modelos são correspondentes, entretanto podem não representar a propagação em materiais porosos de estrutura rígida de forma adequada se estes possuírem descontinuidades acentuadas. Por outro lado, o modelo numérico FLNS tende a ser mais preciso.

A seguir, na Tabela 6.3, são apresentados os resultados encontrados para os parâmetros macroscópicos através do modelo de matriz de transferência analítico. A porosidade de superfície  $\phi_s$  é a porosidade (em área) na entrada do duto capilar onde é aplicada a excitação de pressão, considerando uma porosidade em volume média  $\phi = 0,6$ . Os parâmetros macroscópicos foram encontrados utilizando as equações (5.72) a (5.76), para a resistividade ao fluxo  $\sigma$ , porosidade na superfície  $\phi_s$ , tortuosidade  $\alpha_\infty$ , comprimento característico viscoso  $\Lambda$  e comprimento característico térmico  $\Lambda'$ .

Tabela 6.3: Parâmetros macroscópicos do modelo de matriz de transferência.

Seção	$\sigma$ [kNs/m <sup>4</sup> ]	$\phi_s$	$\alpha_\infty$	$\Lambda$ [ $\mu$ m]	$\Lambda'$ [ $\mu$ m]
Tubo reto	98133	0,600	1,000	50	50
Retangular	34616	0,468	1,050	86,77	91,11
Senoidal 1	8965	0,771	1,042	169,69	176,78
Senoidal 2	489591	0,840	1,0844	23,53	25,50
Triangular	25378	0,214	1,460	122,36	175,13

Deve-se comentar que a resistividade ao fluxo é proporcional ao inverso do quadrado do raio hidráulico. Quanto maior o raio hidráulico, menor a resistividade ao fluxo. Além disso, quanto mais sinuosas as descontinuidades dos poros capilares, ao longo da direção de propagação, maior o valor da tortuosidade. Note também que os comprimentos característicos apresentam dimensões os quais estão entre o raio maior e o raio menor do duto capilar.

A partir dos resultados numéricos do *software* Comsol 4.2a, visualiza-se o perfil de velocidade (na direção de propagação  $x$ ) com condição de contorno de paredes isotérmicas na Figura 6.15, considerando a frequência de 10 kHz. Estão mostrados os casos retangular, senoidal 1, senoidal 2 e triangular.

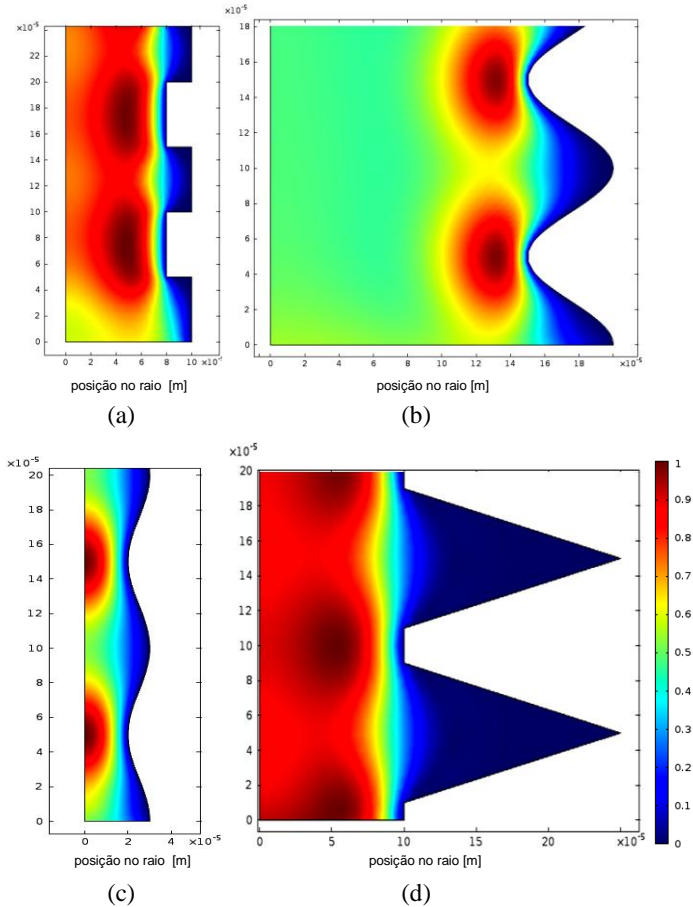


Figura 6.15: Perfis de velocidade numéricos na direção  $x$  em 10 kHz dos casos Retangular (a), Senoidal 1 (b), Senoidal 2 (c) e Triangular (d).

O perfil de campo de velocidade na descontinuidade dos poros não é solucionado com precisão pelo modelo de matriz de transferência. Este modelo é baseado apenas na continuidade de pressão e no fluxo médio de velocidade de volume na seção para acústica unidimensional viscotérmica.

Utilizando a solução LRF da velocidade de um duto com efeito viscotérmico, variando a área na direção de propagação, encontra-se um perfil de velocidade diferente do modelo numérico FLNS. Para representar este resultado, gerou-se o perfil de velocidade analítico LRF

para os casos senoidal 2 e triangular, os quais podem ser observados na Figura 6.16.

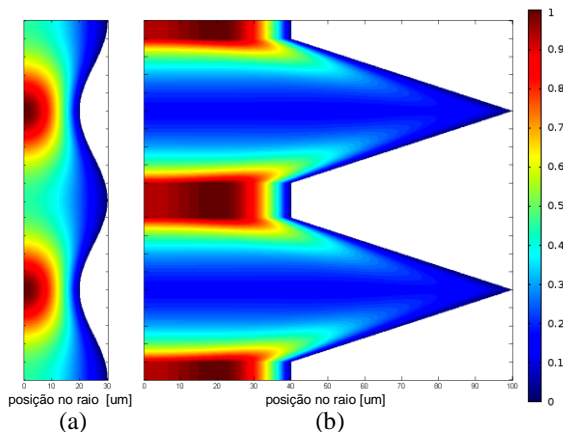


Figura 6.16: Perfis de velocidade analíticos (LRF) na direção  $x$  em 10 kHz dos casos Senoidal 2 (a) e Triangular (b).

O perfil analítico do caso Senoidal 2 é muito semelhante ao perfil numérico. Isto já não acontece para o caso triangular. A camada limite analítica é mais próxima da parede do duto, devido ao fluxo plenamente desenvolvido para os elementos de duto de seção reta. Apesar do perfil de velocidade ser diferente, comparado com a Figura 6.15 (b), o valor médio da velocidade de volume na seção de entrada ainda são próximos. Por isso, são observados os coeficientes de absorção muito semelhantes para esses casos, com menor concordância para o triangular. Por outro lado, se a descontinuidade apresentar-se muito acentuada, ao ponto da impedância de entrada ser alterada, os coeficientes de absorção do modelo numérico e analítico não serão mais próximos entre si.

As descontinuidades no modelo numérico favorecem a presença de ondas evanescentes, as quais alteram a característica de propagação reduzindo a frequência do primeiro máximo de absorção.

#### 6.4.2 Resistividade ao Fluxo pelo Modelo FLNS

Sabe-se que um dos parâmetros mais importantes que caracterizam os materiais porosos é a resistividade ao fluxo. Inclusive, alguns modelos empíricos como o de Delany e Bazley (1970) e Miki (1990), são praticamente baseados na porosidade e resistividade ao fluxo do material, apresentando razoável precisão para alguns tipos de

materiais fibrosos. Matematicamente, de acordo com a lei de Darcy, pode-se escrever a resistividade ao fluxo  $\sigma$  na forma:

$$\sigma \phi \tilde{u} = -\nabla \tilde{p}, \quad (6.43)$$

onde  $\nabla \tilde{p}$  é o gradiente de pressão acústica em um poro do material, considerado homogêneo de porosidade  $\phi$ , submetido a um fluxo de velocidade de partícula  $\tilde{u}$  através do mesmo.

Tem-se interesse em determinar a resistividade ao fluxo do modelo numérico FLNS para os casos avaliados e, desta forma, comparar com os dados obtidos analiticamente.

Primeiramente, seguindo a norma de medição de resistividade para um fluxo oscilatório ISO 9053 (1991), pode-se escrever este parâmetro de uma forma simplificada:

$$\sigma = -\frac{1}{\phi} \frac{\Delta \tilde{p}}{\bar{u}_x L_x}, \quad (6.44)$$

na qual a queda de pressão em uma parcela do comprimento  $L_x$  do poro é dado por  $\Delta \tilde{p} = |p_2 - p_1|$  e a velocidade média de fluxo oscilatório na seção (para a direção  $x$  do escoamento) é  $\bar{u}_x = |u_2 - u_1|/2$ . Como a resistividade ao fluxo caracteriza, em parte, os efeitos viscosos e inerciais para as baixas frequências (quando a camada limite viscosa é da ordem de grandeza do tamanho característico dos poros), então as grandezas de pressão e velocidade ( $p_1$ ,  $p_2$ ,  $u_1$  e  $u_2$ ) apresentam suas parcelas reais muito maiores que as parcelas imaginárias.

A partir do modelo numérico viscotérmico pode-se utilizar este procedimento para o cálculo da resistividade ao fluxo do poro e o material que o compõe (através da porosidade). Porém, necessita-se de uma condição numérica de radiação externa em sua extremidade, para permitir o fluxo oscilatório sem resistência de parede fechada. Deve-se também considerar uma frequência muito baixa (1,0 Hz, por exemplo). Desta forma, a velocidade  $\bar{u}_x$  ao longo do poro capilar mantém-se praticamente constante para esta baixa frequência.

Para a radiação da extremidade do poro aberto pode-se encontrar na literatura alguns modelos numéricos de domínios externos sem restrições. Para solucionar tais problemas, o domínio sem restrição D precisa ser truncado por uma condição artificial  $\Gamma_R$  para desta forma criar um domínio computacional limitado  $\Omega$ , como ilustrado na Figura 6.17 (Thompson, 2006).

O truncamento do modelo acústico deve ser realizado para reduzir o custo computacional, mas ao mesmo tempo esta condição deve evitar, ou minimizar, as reflexões espúrias de forma que este erro seja menor que o da própria discretização em elementos finitos. Dentre as técnicas de truncamento pode-se citar o modelo de condições de contorno absorventes (*Absorbing Boundary Condition* ou *Radiation Boundary Condition*), elementos infinitos e camadas absorventes. Em relação ao método de camadas absorventes, destaca-se o chamado PML (*Perfectly Matched Layer*) (Martins, 2011).

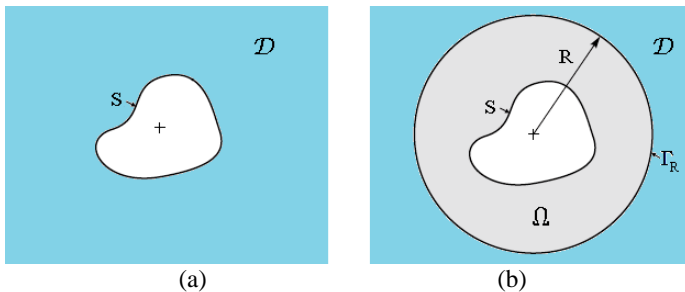


Figura 6.17: Domínio acústico sem restrições (a) e truncamento computacional limitado por  $\Gamma_R$  para problemas acústicos externos (b).

O domínio externo deve ser homogêneo e não deve conter objetos ou obstáculos. A condição de contorno de absorção local é aplicada sob a superfície da esfera do domínio externo. Esta condição de contorno de radiação é bastante funcional quando o domínio externo de radiação é uma continuação do domínio acústico interior, sendo este avaliado somente para problemas harmônicos. O raio do domínio externo deve ser maior que o raio do domínio de radiação ou da fonte acústica de superfície S.

Através da definição da posição da fonte, o modelo de condição de radiação é bastante preciso para os casos de:

- ondas planas;
- ondas cilíndricas;
- ondas esféricas (modelos 2D axissimétricos e 3D).

Desta forma, pode-se especificar uma condição de radiação de ondas esféricas para permitir que as ondas sonoras que partem do domínio acústico interior incidam sob a fronteira  $\Gamma_R$  do domínio  $\Omega$ , e apresentem o mínimo de reflexões.

A condição de radiação de ondas esféricas, do *software* Comsol 4.2a, baseia-se nas expressões diferenciais de segunda ordem do trabalho de Bayliss *et al.* (1982). Para o cálculo da resistividade ao fluxo do modelo numérico viscotérmico FLNS, pode-se observar na Figura 6.18 um esboço das condições de contorno utilizadas.

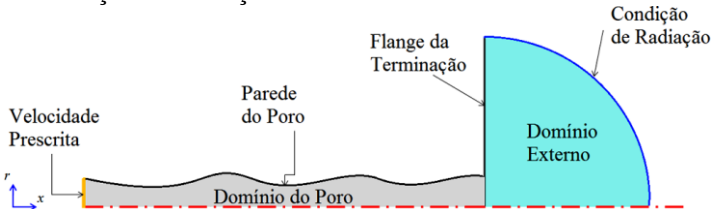


Figura 6.18: Domínio acústico viscotérmico do poro acoplado com o domínio de radiação externa e as condições de contorno aplicadas.

O domínio acústico do poro continua a utilizar as formulações de Navier-Stokes para o modelo de perdas viscotérmicas. No entanto, o modelo numérico do domínio externo utiliza as formulações da acústica clássica, acoplado com o modelo FLNS do poro. Desta forma, o custo computacional é reduzido apesar da solução do problema ser necessária apenas para uma única frequência (1 Hz). A condição de radiação é de onda esférica e a velocidade prescrita apresenta valor de 1,0 mm/s. A parede do poro apresenta condição de contorno essencialmente isotérmica.

O detalhe do perfil de velocidade (em  $x$ ) próximo do acoplamento entre o modelo FLNS e o modelo acústico clássico com radiação externa é visualizado na Figura 6.19, para os cinco casos estudados. Estes perfis foram normalizados pelo máximo valor de velocidade.

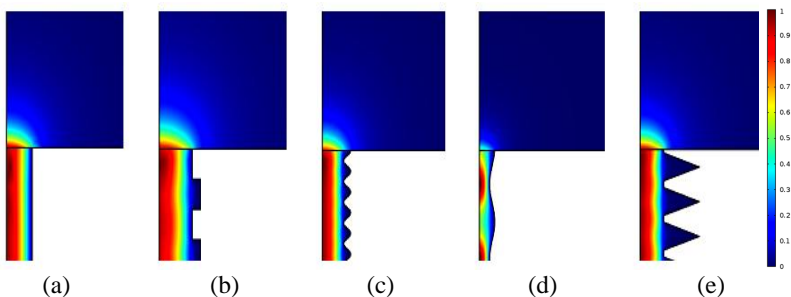


Figura 6.19: Perfis de velocidade em 1 Hz dos casos Tubo Reto (a), Retangular (b), Senoidal 1 (c), Senoidal 2 (d) e Triangular (e) para radiação externa.

Os valores médios de pressão e de velocidade no raio de seção do poro ( $p_1$ ,  $p_2$ ,  $u_1$  e  $u_2$ ) foram calculados a uma distância de 200  $\mu\text{m}$  a partir da entrada de excitação de velocidade ( $p_1$ ,  $u_1$ ) e a 200  $\mu\text{m}$  antes da terminação ( $p_2$ ,  $u_2$ ). Desta forma evitam-se as incertezas próximas das terminações pelo fato de a frente de onda plana tornar-se distorcida próxima destas posições (Dalmont *et al.*, 2001).

Os valores de resistividade ao fluxo do modelo analítico de matriz de transferência e do modelo numérico FLNS são comparados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Resistividade ao fluxo do modelo de matriz de transferência LRF e do modelo numérico FLNS.

Seção	$\sigma$ - LRF	$\sigma$ - FLNS	Erro Relativo [%]
Tubo reto	98133	98068	0,07
Retangular	34616	33675	2,71
Senoidal 1	8965	9597	7,05
Senoidal 2	489591	475026	2,97
Triangular	25378	15768	37,86

Nota-se que o maior erro relativo de resistividade ao fluxo (37,86%) está relacionado com o caso que apresenta maior erro na comparação do coeficiente de absorção, ou seja, o caso triangular. É justamente a geometria que apresenta uma descontinuidade muito acentuada. Os outros casos apresentam erros relativos menores do que 7,05 %, o que é aceitável para este tipo de simulação e comparação analítico-numérica.

### 6.4.3 Extração da Matriz de Transferência Numérica Viscotérmica

A extração de matrizes de transferência a partir de modelos numéricos é comum no estudo de filtros acústicos e cavidades (Kadam, 2005; Wu *et al.*, 2008). Em relação à modelagem numérica viscotérmica de geometrias de poros, tem-se duas vantagens neste procedimento. Caso estas geometrias sejam periódicas, conforme apresentado até o momento, pode-se simular apenas uma parte do comprimento do poro e realizar o concatenamento desta matriz extraída numericamente, até que se obtenha o comprimento desejado. Neste contexto, pode-se observar as seguintes vantagens:



- 1) redução do tempo computacional;
- 2) melhor discretização da malha em elementos finitos.

De maneira semelhante conforme apresentado no capítulo 5, o sistema de matriz de transferência, o qual será extraído numericamente, pode ser escrita na forma:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^u & T_{12}^u \\ T_{21}^u & T_{22}^u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ u_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.45)$$

sendo  $\mathbf{T}_p$  a matriz de quatro polos numérica, dada por:

$$\mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} T_{11}^u & T_{12}^u \\ T_{21}^u & T_{22}^u \end{bmatrix}. \quad (6.46)$$

Seja um modelo numérico composto de uma entrada e uma saída, como por exemplo a forma de poro observada na Figura 6.20. Para a obtenção dos coeficientes da matriz  $\mathbf{T}_p$  através de um método numérico, deve-se ter obrigatoriamente duas condições de contorno (Wu *et al.*, 2008):

$$T_{11}^u = p_1/p_2|_{p_1=1, u_2=0}; \quad (6.47)$$

$$T_{21}^u = u_1/p_2|_{p_1=1, u_2=0}; \quad (6.48)$$

$$T_{12}^u = p_1/u_2|_{p_1=1, p_2=0}; \quad (6.49)$$

$$T_{22}^u = u_1/u_2|_{p_1=1, p_2=0}, \quad (6.50)$$

ou seja, uma condição de terminação fechada,  $u_2 = 0$ , e uma condição de terminação aberta com pressão nula prescrita,  $p_2 = 0$ . A excitação de pressão  $p_1 = 1$  nas equações acima pode ser substituída por velocidade,  $u_1 = 1$ . Após a extração da matriz de parte poro acústico periódico, pode-se obter a matriz total de transferência, através do produtório:

$$\mathbf{T}_t = \prod_{n=1}^{Np} \mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix}. \quad (6.51)$$

na qual  $Np = L_t/L_p$  é um número inteiro dado pela razão do comprimento total do poro  $L_t$ , que deseja ser encontrado, pelo comprimento de parte da geometria simulada no método numérico. Observa-se que, preferencialmente,  $L_t$  deve ser um múltiplo inteiro de

$L_p$ , no entanto é possível manipular as matrizes e obter este resultado para  $Np$  sendo um número racional.

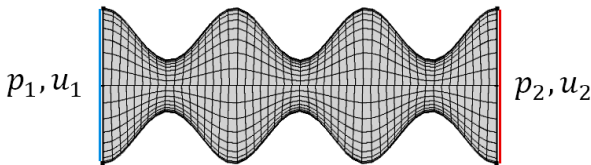


Figura 6.20: Modelo numérico do domínio acústico de parte do poro periódico.

E, finalmente, a impedância de superfície é dada em função dos termos da matriz de transferência final e da porosidade, como:

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{1}{\phi} \frac{A_t}{C_t}. \quad (6.52)$$

Como o modelo de matriz de transferência é unidimensional, deve-se comentar que são tomados os valores médios espaciais da pressão e velocidade na área de seção transversal do poro. Além disso, a utilização do modelo numérico viscotérmico FLNS, evidencia grande variação de velocidade para uma condição de não-eskorregamento, assim como a variação de temperatura, sendo que esta última não é considerada no modelo quatro-polos ( $p - u$ ).

Portanto, a partir de testes e simulações, concluiu-se que o modelo numérico viscotérmico deve apresentar no mínimo 3 períodos da geometria total em questão para que o erro associado seja minimizado. Observa-se que quanto menor a razão  $L_t/L_p$ , mais próximo será o resultado da solução do problema viscotérmico total.

Com o intuito de apresentar a verificação do erro associado à redução do domínio numérico, realizou-se a simulação viscotérmica axissimétrica de 3 períodos do poro Senoidal 1. Esta nova malha apresenta apenas 2250 elementos (29989 graus de liberdade), cujo comprimento da geometria é de 300  $\mu\text{m}$ . Por outro lado, a malha do poro original, de comprimento 10 mm, apresentou 75000 elementos (992714 graus de liberdade).

A redução do tempo computacional pode ser de até 16 vezes, dependendo obviamente do número de períodos e do número de elementos da malha. No entanto, como são necessárias duas condições de contorno, ou seja, duas simulações independentes, pode-se considerar uma redução de tempo total computacional de até 8 vezes. A malha de 3

períodos do poro Senoidal 1 está mostrada na Figura 6.21. O respectivo coeficiente de absorção é comparado na Figura 6.22,

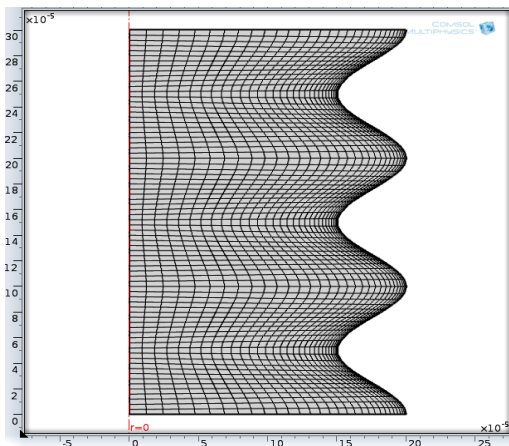


Figura 6.21: Malha do modelo FLNS para o caso Senoidal 1 com 3 períodos.

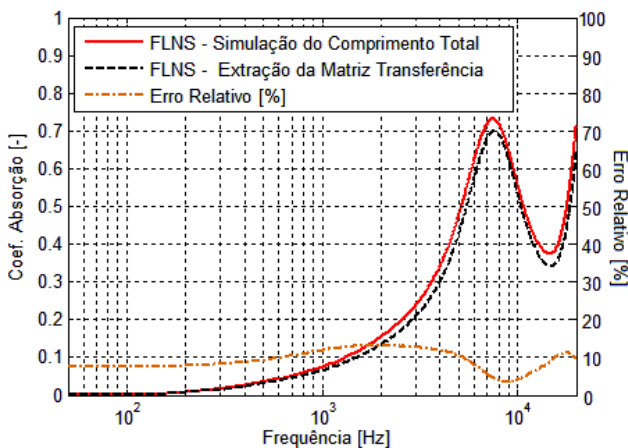


Figura 6.22: Comparação do modelo viscotérmico FLNS com extração da matriz de transferência.

Nota-se que o erro relativo está abaixo de 13 %, o qual é satisfatório para esta simulação numérica. Se o número de períodos for maior, este erro relativo será ainda menor.

Desta forma, tem-se o domínio de ferramentas de simulação analítica e numérica das propriedades acústicas de materiais porosos de

estrutura rígida, a partir das suas características microestruturais. Portanto, é possível avaliar casos práticos e tentar reconstruir a geometria dos poros de uma forma simplificada unidimensional ou até mesmo tridimensional a partir de imagens obtidas em microscópios ópticos.

No capítulo 7, serão apresentados resultados de aplicação deste procedimento de reconstrução e a predição dos parâmetros macroscópicos, assim como coeficientes de absorção e impedância de superfície. Ferramentas de otimização tornam-se bastante viáveis nestes casos de microgeometria. Portanto, também serão apresentados exemplos de otimização aplicados ao modelos analíticos, com o intuito de encontrar a microgeometria ótima de acordo com a função objetivo e as condições do fluido no qual preenche os poros do material.

## 6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas as formulações base de métodos numéricos viscotérmicos observados na literatura, sendo adotado como ferramenta o modelo completo FLNS presente no *software* Comsol 4.2a. Foram apresentadas as condições de contorno necessárias para a simulação de geometrias de poros de materiais de absorção idealizados. Em comparação com o modelo de matriz de transferência, obteve-se uma validação satisfatória em relação ao coeficiente de absorção e a resistividade ao fluxo. No entanto, variações de seção pouco suaves apresentam maior divergência de resultados. O modelo de matriz de transferência considera um perfil de propagação plenamente desenvolvido em ondas planas e as descontinuidades no modelo numérico favorecem a presença de ondas evanescentes, as quais alteram a característica de propagação reduzindo a frequência do primeiro máximo de absorção.

A influência da condição de contorno térmica aplicada ao modelo FLNS é importante na dissipação acústica. Por isso, a compressibilidade isotérmica/adiabática deve ser avaliada antes da simulação numérica. A extração da matriz numérica viscotérmica é importante na redução do custo computacional, sem grandes perdas de precisão para no mínimo três períodos da geometria avaliada.

## CAPITULO 7

### RECONSTRUÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE MICROGEOMETRIAS DE MATERIAIS POROSOS

Os modelos de fluido equivalente que caracterizam o desempenho acústico de um material poroso são também conhecidos como modelos semi-fenomenológicos. Como já visto, estes modelos são baseados em parâmetros macroscópicos que representam o comportamento médio da estrutura porosa. No entanto, estes parâmetros podem ser interdependentes.

A busca por um ótimo desempenho acústico através da combinação dos parâmetros macroscópicos é ineficiente, pois pode ser fisicamente impossível a sua construção. Por isso, a relação entre a microestrutura, os parâmetros macroscópicos e as propriedades acústicas é extremamente pertinente. Para obter uma maior robustez, o processo de otimização deve ser diretamente relacionado com as propriedades microgeométricas.

Este capítulo apresenta a caracterização de materiais porosos com poros interconectantes, através da reconstrução da microgeometria utilizando modelos de matriz de transferência e elementos finitos viscotérmicos. Além disso, faz-se a aplicação de algoritmos de otimização aos modelos de matriz de transferência, para encontrar a microgeometria ótima para máxima absorção.

#### 7.1 REVISÃO SOBRE MÉTODOS DE RECONSTRUÇÃO

Apesar de modelos sofisticados serem encontrados na literatura, engenheiros de projeto geralmente utilizam uma abordagem de tentativa e erro, ou ajustes sucessivos para a construção de um material. Por um lado tem-se a morfologia do material e, por outro, apenas parâmetros acústicos medidos, sem a conexão direta entre eles.

A caracterização microgeométrica necessita de dois passos importantes: o primeiro passo é a determinação da geometria local do material que seja representativa. A partir de imagens bidimensionais de microscópios ópticos, é definida uma região axissimétrica que descreve a forma do poro. Em outro caso, a extrusão tridimensional da imagem superficial também é considerada. No entanto deve-se encontrar um valor de profundidade de extrusão que realmente represente o fenômeno acústico viscotérmico local do material. O segundo consiste em solucionar a configuração geométrica através das equações que

governam os fenômenos de propagação de campo e dissipação acústica. Para o primeiro caso de geometrias bidimensionais axissimétricas, serão utilizados os modelos de matriz de transferência apresentados no capítulo 5. Para o caso de extrusão tridimensional, utilizar-se-á o modelo de FLNS termoacústico 3D, presente no *software* Comsol 4.2a. Esta abordagem numérica torna-se possível devido ao advento de computadores de alta performance.

Nos últimos anos, tem-se encontrado trabalhos abordando modelos que buscam representar a microgeometria do material. Talvez os pesquisadores mais importantes nesta linha sejam Perrot *et al.* (2006). Os desenvolvimentos apresentados em sua tese e os artigos publicados na sequência são de grande relevância científica (Perrot *et al.*, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2012).

Os primeiros trabalhos, como o de Cortis *et al.* (1999), constituem um modelo numérico bidimensional de cilindros rígidos paralelos os quais são colocados de uma forma homogênea para representar as fibras do material. Resolve-se o problema viscoso oscilatório a partir das equações de Navier-Stokes em elementos finitos assim como o problema numérico de fluxo de calor. A partir destas simulações, Cortis *et al.* (1999) encontram os parâmetros macroscópicos  $\alpha_\infty$ ,  $\alpha_o$ ,  $\alpha'_o$ ,  $q'_o$ ,  $q_o$ ,  $\Lambda$ ,  $\Lambda'$ , os quais são aplicados ao modelo de Pride-Lafarge (Lafarge, 1993; Pride *et al.*, 1993). Resultados normalizados de relaxação térmica e viscosa são comparados com precisão entre o modelo numérico e analítico.

Perrot *et al.* (2007a) analisaram estruturas de alumínio reticulado de poros abertos, através do modelo numérico bidimensional de células tetraédricas. Os ligamentos triangulares das secções transversais foram reconstruídos utilizando imagens de microtomografia computadorizada. Esta célula periódica idealizada representa um volume elementar do material. Os trabalhos de Perrot *et al.* (2007a, 2008a) apresentam resultados de permeabilidade térmica e viscosa e os parâmetros macroscópicos encontrados são implementados em modelo de fluido equivalente (Pride-Lafarge, por exemplo), encontrando assim o coeficiente de absorção.

Seguindo esta proposta de Perrot *et al.* (2006), Venegas e Umnova (2008) utilizaram o *software* comercial Comsol 3.3a para implementar em elementos finitos o problema viscotérmico. Neste trabalho, os autores modelaram um meio poroso bidimensional como um conjunto de dutos periodicamente idealizados. Tais dutos também representam a seção de área da aresta do poro, e são avaliados as formas cilíndrica, quadrangular e elíptica. Apresentaram a comparação do

módulo de compressibilidade e tortuosidade dinâmica, bem como a velocidade do som e coeficiente de absorção.

O método de redes de Boltzmann também tem sido utilizado para solucionar o problema viscoso dinâmico. Apesar de ser uma abordagem em regime de fluxo estático, pode-se encontrar a resistividade ao fluxo e calcular o coeficiente de absorção através de um modelo empírico, como o de Delany e Bazley (1970), por exemplo. O módulo *Acoustodict* do *software* Geodict, comercializado pelo instituto Fraunhofer, utiliza este princípio, com o qual imagens tridimensionais de tomografia computadorizada são pós-processadas. Neste contexto, pode-se citar os trabalhos de Lautensack e Kabel (2008), Maysenhölder (2009) e Fallet *et al.* (2013), os quais estão relacionados com a caracterização microestrutural e a utilização de modelos empíricos e semi-fenomenológicos.

Recentemente, Perrot *et al.* (2012) simularam numericamente um volume elementar tridimensional de um material poroso metálico reticulado. Foram comparados resultados experimentais com o modelo 3D, e dados macroscópicos computacionais foram atribuídos aos modelos semi-fenomenológicos. A técnica de homogeneização (Sanchez-Palencia, 1980) é utilizada neste caso assim como no caso proposto por Cortis *et al.* (1999). Pode-se notar que esta é uma ferramenta eficaz de caracterização acústica de materiais porosos reticulados, a partir de sua microestrutura. Uma predição das propriedades de transporte e os parâmetros macroscópicos são apresentados nesse trabalho.

Através de uma abordagem semi-empírica, Doutres e Atalla (2012) correlacionam dados da estrutura de materiais de poliuretano, como espessura da aresta e dimensões de poros, com os parâmetros macroscópicos. Os autores utilizam as expressões do modelo semi-fenomenológico de Johnson-Champoux para comparar os resultados experimentais e empíricos. Pequenas discrepâncias são encontradas, no entanto são consideradas aceitáveis.

Observa-se no trabalho de Chevillotte *et al.* (2010) que porosos metálicos de células parcialmente fechadas são modelados numericamente, no entanto com uma abordagem diferente. A simulação tende a representar o caminho dos poros ao longo do material utilizando uma solução numérica viscotérmica. É apresentado um modelo bidimensional com variações de seção ao longo do poro e outro modelo tridimensional com rugosidades não simétricas. É evidenciada a influência da perfuração dos poros no coeficiente de absorção, assim como a apresentação dos parâmetros macroscópicos.

A proposta de reconstrução microgeométrica da presente tese é inspirada no trabalho descrito por Chevillotte *et al.* (2010). No entanto, utiliza-se o método de matriz de transferência analítico viscotérmico como principal ferramenta para descrever o caminho e as imperfeições do poro ao longo do material. As imagens dos materiais são obtidas a partir da utilização de um microscópio óptico de reflexão, o qual encontra-se no Laboratório de Materiais da UFSC.

Estas imagens serão tomadas como base para encontrar as dimensões e variações de seção ao longo do caminho de propagação sonora, modelada unidimensionalmente e tridimensionalmente.

## 7.2 RESULTADOS DE CARACTERIZAÇÃO

Os resultados de caracterização serão apresentados para três tipos de materiais. Primeiramente, para um alumínio poroso reticulado (poros abertos) e em seguida um material constituído de óxido de ferro sinterizado. Este segundo foi produzido pelo Laboratório de Materiais da UFSC (LabMat). Em relação ao terceiro material, composto de polietileno, utilizou-se apenas a abordagem numérica em elementos finitos tridimensional devido à complexidade da estrutura porosa.

### 7.2.1 Alumínio Poroso

Este material apresenta uma porosidade razoavelmente elevada (84 %) e baixa resistividade ao fluxo ( $\approx 5 \text{ kNs/m}^4$ ), devido aos poros de grandes dimensões. Estes poros apresentam tamanhos da ordem de 500  $\mu\text{m}$ , totalmente interconectantes. Não existem poros isolados ou fechados. A sua microgeometria ao longo do material é consideravelmente uniforme. Isto facilitou bastante a análise da estrutura utilizando um modelo analítico de geometria axissimétrica.

Para este material, foram analisadas três abordagens de obtenção da microgeometria. Para a primeira situação, foi utilizada uma imagem ampliada em 50 vezes, focalizada em alguns poros. Esta imagem pode ser observada na Figura 7.1.



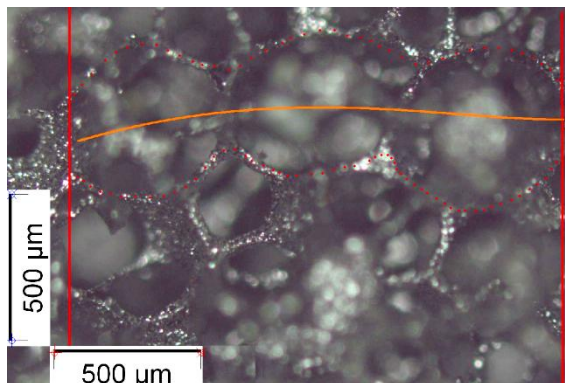
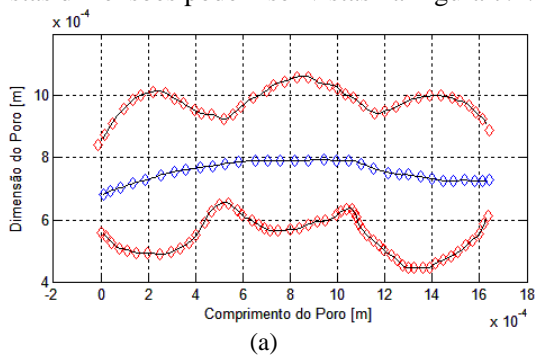
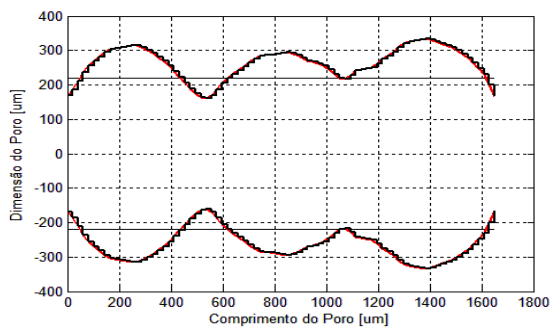


Figura 7.1: Imagem ampliada do alumínio poroso para a primeira configuração.

A partir da calibração da imagem e proporcionalidade, pôde-se obter as dimensões de três poros conectados entre si e uma linha média de simetria. Estas dimensões podem ser vistas na Figura 7.2.



(a)



(b)

Figura 7.2: Poro de alumínio não simétrico (a) e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a primeira configuração (b).

Curvas denominadas *splines* foram utilizadas na extração das dimensões dos poros. Nota-se na Figura 7.2 (b), o modelo geométrico axissimétrico, o qual é avaliado analiticamente com 80 elementos no comprimento extraído. Este material apresenta fisicamente a espessura de 25 mm e o resultado de comparação do coeficiente de absorção em tubo de impedância pode ser visto na Figura 7.3.

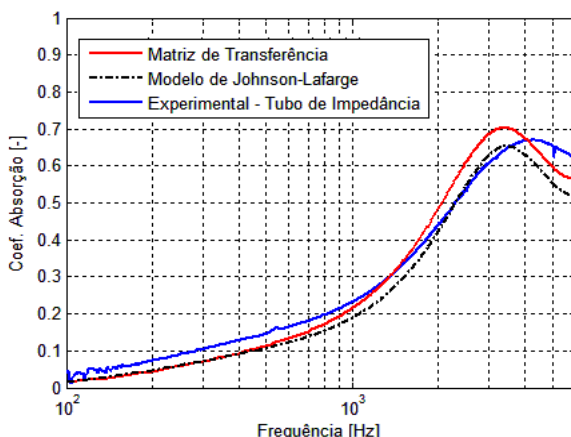


Figura 7.3: Comparação dos coeficientes de absorção experimental, do modelo de matriz de transferência e Johnson-Lafarge para primeira configuração; material de alumínio poroso.

Os parâmetros macroscópicos encontrados pela análise da microgeometria serão comparados posteriormente com dados de caracterização experimental direta e inversa.

Para a segunda configuração, efetuou-se um procedimento de injeção de polímero no interior do material poroso e em seguida realizou-se o polimento de uma das faces. Desta maneira, obtém-se uma superfície bastante plana e uma visualização diferente do material no microscópio óptico. Esta imagem, ampliada em 50 vezes está mostrada na Figura 7.4.

Selecionou-se um dos caminhos dos poros interconectantes para extrair a geometria na qual tinha-se interesse. Observa-se a geometria ainda não simétrica obtida na Figura 7.5 (a) e a mesma manipulada para tornar-se axissimétrica, na Figura 7.5(b).

Para a reconstrução deste caminho microgeométrico, foram utilizados 100 elementos por período no modelo de matriz de transferência.

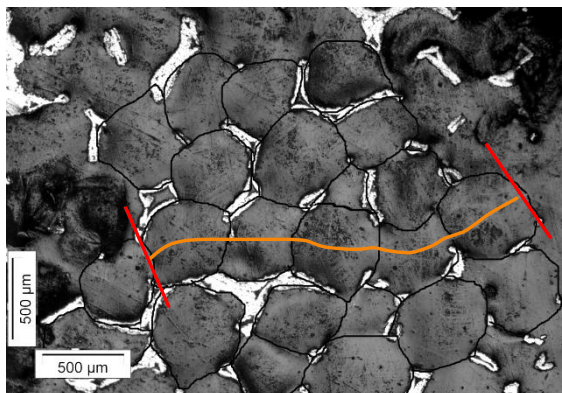


Figura 7.4: Imagem ampliada do alumínio poroso para a segunda configuração.

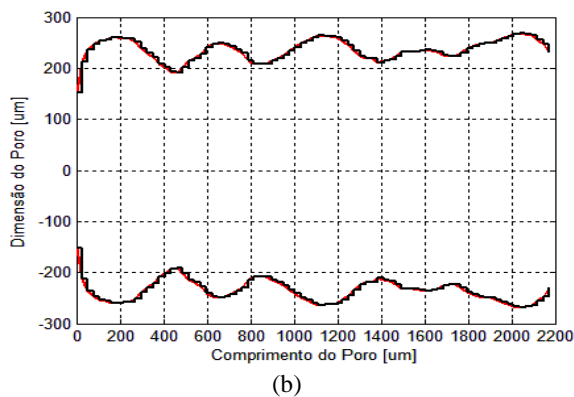
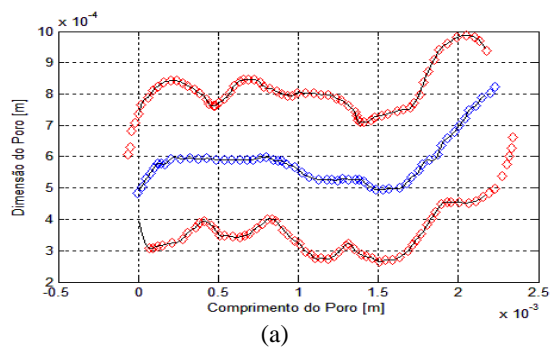


Figura 7.5: Poro de alumínio não simétrico (a) e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a segunda configuração (b).

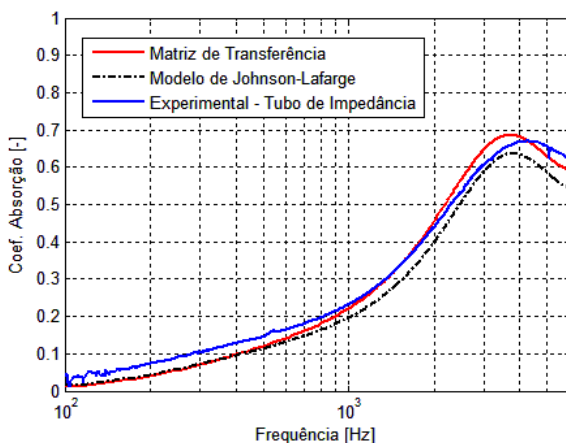


Figura 7.6: Comparação dos coeficientes de absorção experimental, do modelo de matriz de transferência e Johnson-Lafarge para a segunda configuração; material de alumínio poroso.

Nota-se uma melhor concordância entre os resultados para a segunda configuração, pelo fato da geometria selecionada ser mais representativa em relação ao volume total da amostra.

Para a terceira configuração, utilizou-se uma imagem de uma maior porção do material e realizou-se um mapeamento do valor médio das dimensões dos poros e suas interconexões. A imagem utilizada pode ser vista na Figura 7.7.

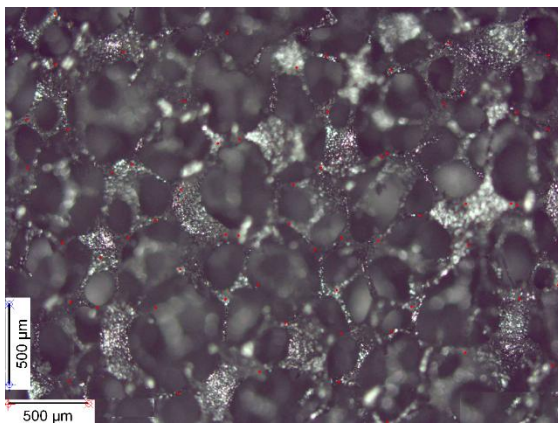


Figura 7.7: Imagem ampliada do alumínio poroso para a terceira configuração.

Para esta configuração, uma forma padrão de esferas conectadas foi utilizada no modelo de matriz de transferência. O raio médio do poro encontrado apresenta valor de  $237,2\ \mu\text{m}$  e a dimensão de interconexão apresenta raio médio no valor de  $173,3\ \mu\text{m}$ . A forma do poro encontrada é observada na Figura 7.8. No comprimento de um período do poro, foram utilizados 25 elementos para descrever a microgeometria.

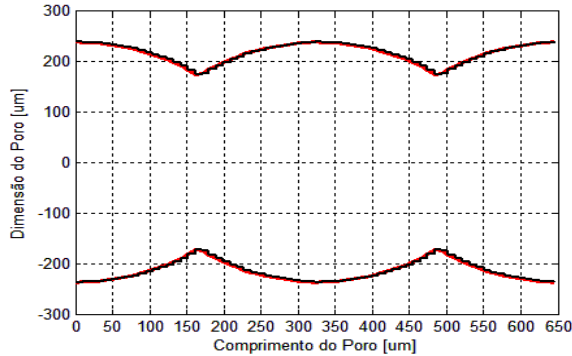


Figura 7.8: Modelo axissimétrico de matriz de transferência para a terceira configuração.

Neste caso, realizou-se também a simulação no *software* Comsol 4.2a (FLNS) do coeficiente de absorção numérico, de acordo com o procedimento apresentado no capítulo 6. Os resultados são comparados na Figura 7.9.

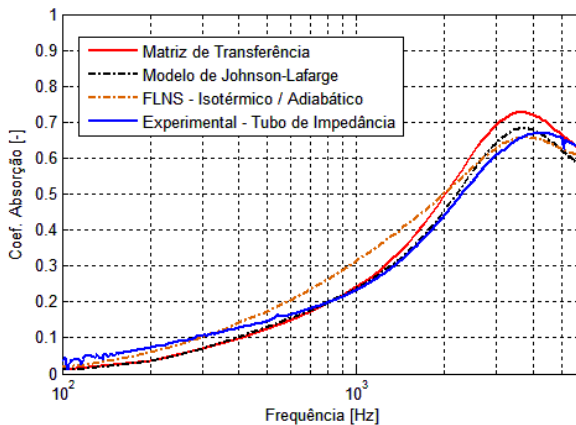


Figura 7.9: Comparação dos coeficientes de absorção para a segunda configuração.

A partir dos resultados numéricos termoacústicos, pode-se obter os perfis de velocidade na direção de propagação (z) e o campo de temperaturas, para a parede do poro com condição de contorno isotérmica. Tais perfis são mostrados na Figura 7.10.

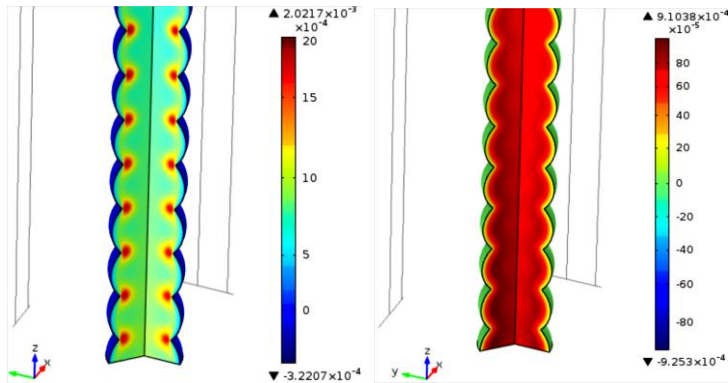


Figura 7.10: Campo de velocidade em (z) [m/s] e campo de Temperatura [K], para a frequência de 5 kHz (condição de parede isotérmica).

Dentre os resultados obtidos, as configurações 2 e 3 apresentaram concordâncias melhores com o resultado experimental. Estas apresentam maior representatividade global da estrutura microgeométrica do alumínio poroso.

A comparação dos resultados macroscópicos são observados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Comparação dos resultados macroscópicos do alumínio poroso.

Parâmetros	Caract. Direta	Caract. Inversa	Config. 1	Config. 2	Config. 3
$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	4715	4002	4547	3686	4188
$\alpha_\infty$	1,090	1,031	1,146	1,027	1,036
$\Lambda$ [μm]	194,6	215,6	215,1	231,4	209,3
$\Lambda'$ [μm]	217,9	258,8	249,0	237,9	227,2

O erro relativo entre a caracterização direta e inversa são apresentados na Tabela 7.2. A caracterização direta corresponde ao parâmetros medidos experimentalmente, de forma independente. A caracterização inversa corresponde ao parâmetros obtidos através do ajuste do modelo Johnson-Lafarge com as medições em tubo de impedância.

Tabela 7.2: Erro relativo dos resultados macroscópicos para o alumínio poroso.

	Configuração 1		Configuração 2		Configuração 3	
Par.	Direta	Inversa	Direta	Inversa	Direta	Inversa
$\sigma$	3,5%	13,6%	21,8%	7,9%	11,1%	4,6%
$\alpha_{\infty}$	5,1%	11,1%	5,8%	0,4%	4,9%	4,8%
$\Lambda$	10,5%	0,2%	18,9%	7,3%	7,5%	2,9%
$\Lambda'$	14,3%	3,8%	9,2%	8,1%	4,3%	12,2%

O valor médio dos erros relativos encontrados é da ordem de 8%. Este erro encontrado é considerado aceitável para uma caracterização acústica de materiais porosos devido às incertezas de medição dos parâmetros assim como erros inerentes ao próprio experimento do coeficiente de absorção em tubo de impedância (Giesbrecht, 2007).

### 7.2.2 Poroso Sinterizado CP-08

O processo de fabricação do material poroso sinterizado foi realizado no Laboratório de Materiais da UFSC (Magnabosco, 2012).

O processo consiste basicamente em compactar um pó metálico juntamente com um aglomerante. Durante o processo de aquecimento, ocorre a degradação do aglomerante, formando assim os poros no interior do material e a redução da matriz metálica. O aglomerante é comumente chamado de fase de sacrifício ou *space holder*.

Para este material, utilizou-se 60 g de mistura, sendo a proporção de 30 g de aglomerante e 30 g de pó metálico. O pó utilizado é óxido de ferro ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ). Ambos foram compactados na embutidora sob uma pressão de 1,5 MPa, sem ciclo de aquecimento.

O óxido de ferro compactado apresenta tamanho de partícula menor que 70  $\mu\text{m}$ . A grafita, composta de carbono, pode ser utilizada como fase de sacrifício. No entanto, para a produção deste material, utilizou-se parafina.

Para a retirada da parafina, as amostras foram submetidas a um ciclo de aquecimento com um longo tempo de patamar final. Este processo foi realizado em um forno tubular.

A etapa de redução foi realizada em outro forno em atmosfera controlada de ar comprimido. Durante o processo há a troca de gás, a qual é normalmente realizada a 780°C para o hidrogênio ( $\text{H}_2$ ). Esta troca favorece a retirada do excesso de umidade formado.

A Tabela 7.3 fornece a composição do material produzido e sua porosidade. Observa-se na Figura 7.11 o ciclo de retirada da fase de sacrifício e a redução do óxido metálico (acima de 780°C).

Tabela 7.3: Composição e porosidade da amostra.

Amostra	Composição	Massa (g)		Densidade (g/cm³)	Porosidade (%)	
		Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Parafina		Compactada	Reduzida
CP-08	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + 85% vol de parafina	30	30	1,230	19,9	84,2

Um exemplo de amostra produzida (CP-08), pode ser visualizada na Figura 7.12.

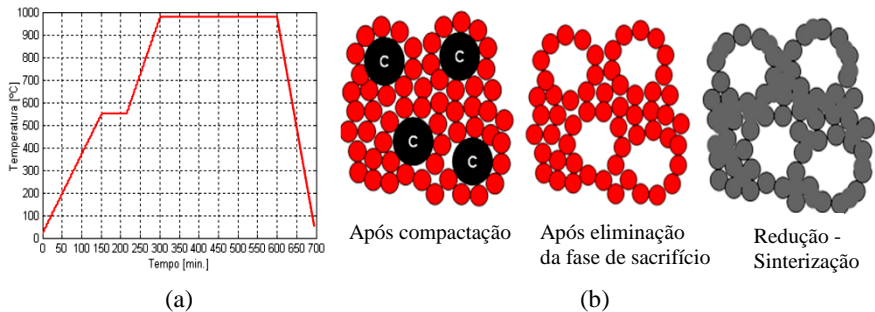


Figura 7.11: Ciclo de aquecimento (a) e processo de compactação, retirada do *space holder* e redução do óxido metálico (b).

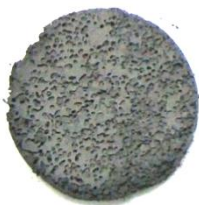


Figura 7.12: Amostra CP-08 produzida no LabMat.

A imagem em microscópio óptico da Figura 7.13, apresenta uma das superfícies polidas desta amostra em particular.



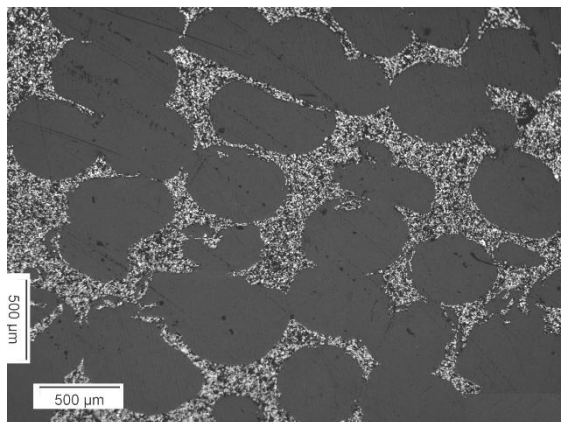


Figura 7.13: Imagem ampliada em 50 vezes do material poroso CP-08.

Semelhante à reconstrução do alumínio poroso para a configuração 3, realizou-se um mapeamento médio das dimensões dos poros. Tomando como geometria base, esferas parcialmente superpostas, o raio médio encontrado dos poros é  $292,8 \mu\text{m}$  e o raio médio das aberturas no contato entre elas é  $45,2 \mu\text{m}$ .

A forma do poro utilizada pode ser visualizada na Figura 7.14. No comprimento de um período de poro foram utilizados 100 elementos para melhor descrever a microgeometria nas discontinuidades. Sua espessura é de  $7,5 \text{ mm}$ . A comparação do coeficiente de absorção para os métodos utilizados pode ser vista na Figura 7.15.

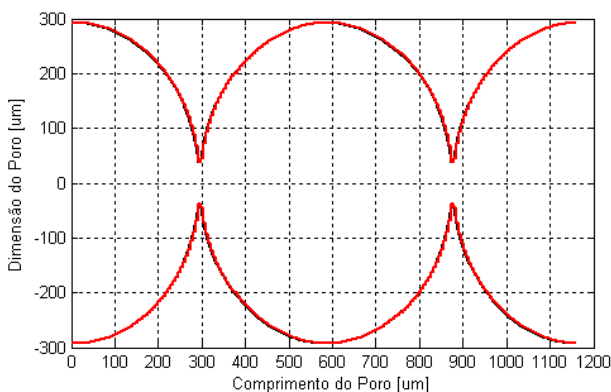


Figura 7.14: Forma do poro e modelo axissimétrico de matriz de transferência para a amostra CP-08.

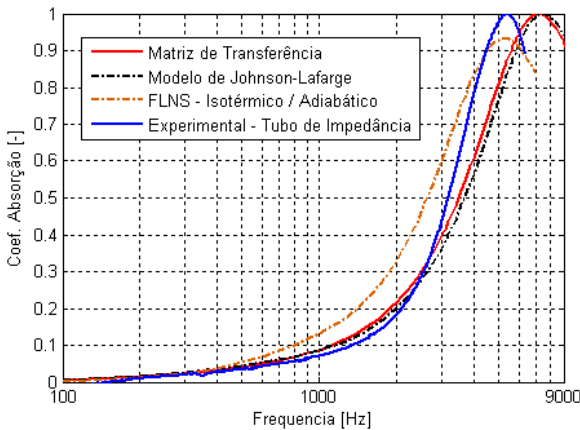


Figura 7.15: Comparação dos coeficientes de absorção para a amostra CP-08.

Nota-se uma maior discrepância entre os resultados analíticos e numérico FLNS. O valor de absorção experimental está aproximadamente compreendido entre os valores calculados numericamente e analiticamente. Devido à grande variação da dimensão do poro entre o raio máximo e a interconexão (razão de 6,5 vezes), observa-se esta maior diferença entre o modelo FLNS e de matriz de transferência. Resultados com erros aceitáveis serão encontrados para variações de seção cuja razão máxima entre a dimensão do poro e sua interconexão é da ordem de 2 a 3 vezes. Caso contrário, a absorção do modelo de matriz de transferência desloca o valor de máxima absorção para frequências mais altas em relação ao modelo numérico FLNS. Isto ocorre pois a tortuosidade real é maior que aquela considerada no modelo, sendo esta associada à redução da velocidade de propagação da onda. Os resultados macroscópicos desta caracterização experimental inversa e analítica estão comparados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Comparação dos resultados macroscópicos para CP-08.

Parâmetros	Caract. Inversa	Matriz de Transferência	Erro Relativo
$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	113115	121541	7,4%
$\alpha_{\infty}$	2,89	2,22	23,2%
$\Lambda$ [μm]	77,9	77,8	0,1%
$\Lambda'$ [μm]	194,9	247,9	27,2%

Outro ponto é a maior variação da microgeometria ao longo do volume da amostra. Encontrar uma estrutura representativa torna-se uma tarefa muito mais complexa. No entanto, os coeficientes de absorção apresentam um envelope semelhante. O maior erro relativo está relacionado à tortuosidade e ao comprimento característico térmico. Justamente, o aumento do valor da tortuosidade desloca o primeiro máximo da curva de absorção para frequências mais baixas, sendo assim coerente com o gráfico da Figura 7.15.

Os perfis de velocidade na direção de propagação ( $z$ ) e o campo de temperaturas são vistos na Figura 7.16. A parede do poro nesta visualização apresenta condição de contorno isotérmica.

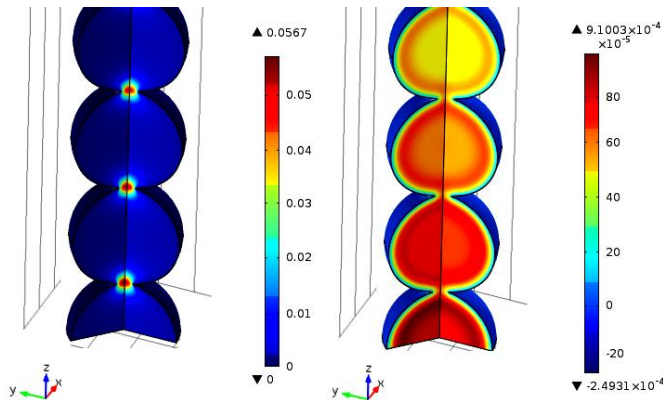


Figura 7.16: Campo de velocidade em ( $z$ ) [m/s] e campo de Temperatura [K], para a frequência de 5 kHz.

É importante comentar que quanto maior a complexidade da estrutura que constitui a forma dos poros, maior será a dificuldade de encontrar um padrão de geometria axissimétrica, cuja solução seja satisfatória analiticamente. Materiais constituídos de estruturas fibrosa, como lãs de vidro e lãs de rocha, ou de estrutura rígida como o polietileno e cerâmicas, possuem poros e canais com uma variabilidade dimensional muito grande. Desta forma, uma aproximação numérica da geometria real tridimensional pode-se tornar uma solução viável, como será visto no item a seguir.

### 7.2.3 Poroso de Polietileno EG-50-70

Amostras de polietileno de alta densidade ( $385 \text{ kg/m}^3$ ) foram produzidas pelo fabricante EG-Filtros, cujo tamanho de partícula

utilizado no processo apresenta dimensões da ordem de 50 a 70  $\mu\text{m}$ . A caracterização apresentada neste caso é um misto de medidas experimentais e procedimentos numéricos. A porosidade deste material é 58,6 %, obtida através de caracterização direta experimental. Os demais parâmetros foram obtidos através de caracterização inversa com tubo de impedância e também a partir de uma análise numérica, que será apresentada adiante. A imagem de uma amostra cilíndrica deste material em questão é vista na Figura 7.17. Seu diâmetro é de 27 mm e a espessura é de 10 mm.



Figura 7.17: Amostra EG-50-70 produzida pela EG-Filtros.

Pode-se visualizar na Figura 7.18 (a) a complexidade da estrutura porosa. Esta imagem foi obtida através de microscópio óptico de reflexão, encontrado no Laboratório de Materiais da UFSC, com ampliação de 125 vezes. O procedimento numérico proposto consiste primeiramente na binarização e amostragem de uma região da imagem de microscópio planificada, preservando-se as suas devidas dimensões. Assim, pode-se definir com exatidão os canais interconectantes, preenchidos com fluido, neste caso ar atmosférico à 20°C. A imagem binarizada da região a ser simulada numericamente é vista na Figura 7.18 (b).

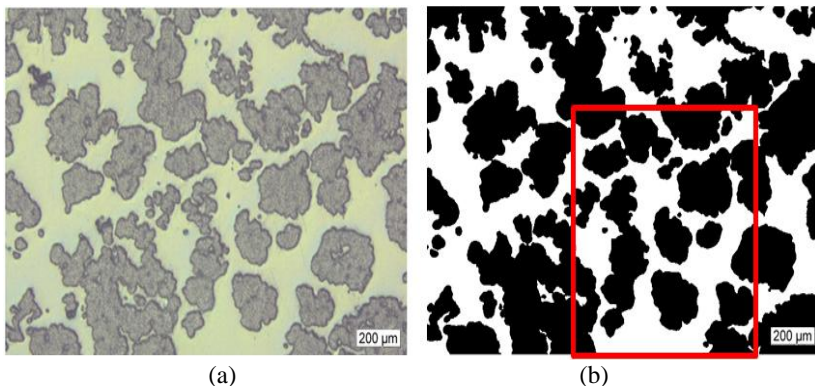


Figura 7.18: Ampliação da amostra EG-50-70 (a) e binarização da imagem (b).

As regiões negras na Figura 7.18 (b) representam as estruturas sólidas do material e as regiões brancas são preenchidas com ar. Nota-se que imagem plana não apresenta informação da geometria logo abaixo e logo acima desta posição, ou seja, o ideal seria obtenção da imagem tomográfica tridimensional do material. No entanto, não houve esta possibilidade no Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC durante a realização deste trabalho. Para contornar esta dificuldade e ter uma estimativa da simulação viscotérmica com o modelo FLNS tridimensional (Comsol 4.2a), fez-se necessária a extrusão da geometria plana na direção de sua profundidade. Esta dimensão extrudada corresponde à média dos diâmetros dos canais, ou seja,  $248 \mu\text{m}$ .

A malha da geometria obtida é visualizada na Figura 7.19, sendo que esta apresenta 205885 elementos tetraédricos. A dimensão máxima de elemento é de  $70 \mu\text{m}$  e a mínima  $1 \mu\text{m}$ . O comprimento desta geometria é  $L_p = 1,38 \text{ mm}$ , no entanto deseja-se o coeficiente de absorção para uma amostra de  $10 \text{ mm}$  de espessura. Por isso, utilizou-se o procedimento de extração da matriz de transferência numérica o qual foi apresentado no fim do capítulo 6. As faces que apresentam condições de contorno de pressões ou velocidades são observados em azul na Figura 7.19.

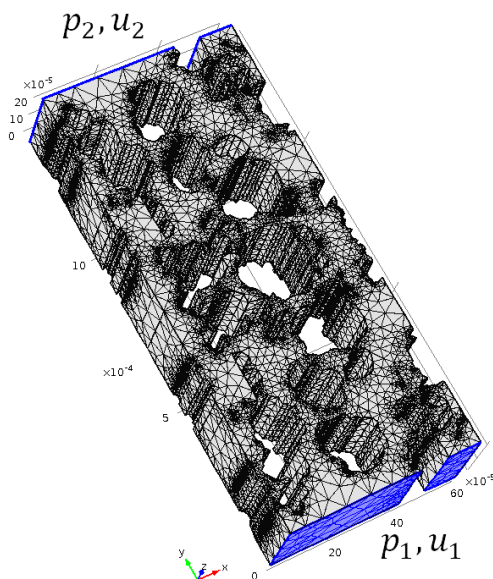


Figura 7.19: Malha tridimensional da geometria porosa extrudada.

Este modelo numérico possui 1476754 graus de liberdade e o tempo de simulação por passo de frequência é de aproximadamente 143 segundos. A princípio, em relação à condição de contorno térmica das paredes, este modelo tende a ser predominantemente isotérmico, como pode ser visto na Figura 7.20. Esta dedução é baseada no modelo analítico de Lafarge *et al.* (1997), através das equações (6.40) e (6.41). No entanto, ambas condições foram simuladas para realizar a devida proporção na impedância de superfície e coeficiente de absorção.

Após a simulação de ambos os casos (aberto,  $p_2 = 0$  e fechado,  $u_2 = 0$ ), pode-se observar o perfil de velocidade para o caso aberto na Figura 7.21 e o perfil de temperatura para o caso fechado na Figura 7.22.

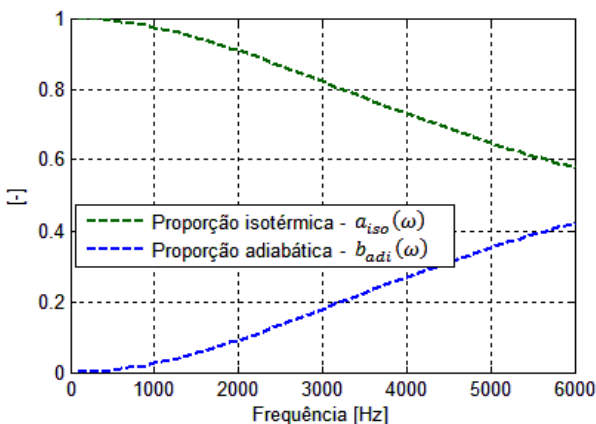


Figura 7.20: Função adimensional de proporção isotérmica e adiabática.

Pode-se notar que existem regiões ou canais preferenciais de oscilação acústica com maior velocidade, devido à própria tortuosidade e forma microgeométrica dos poros. Pode-se concluir que a camada viscosa cisalhante dos canais menores impedem um fluxo oscilatório de maior velocidade. A comparação do coeficiente de absorção obtido em tubo de impedância é comparado com o resultado encontrado pelo método numérico, como pode ser observado na Figura 7.23.

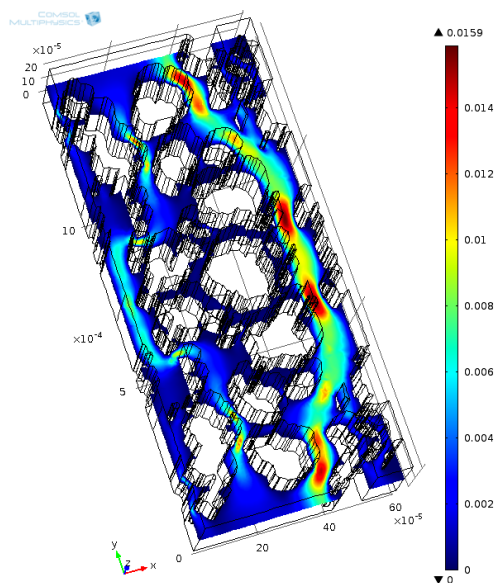


Figura 7.21: Perfil de velocidade (m/s) em 5 kHz na direção de propagação ( $y$ ) para condição de parede isotérmica (caso aberto).

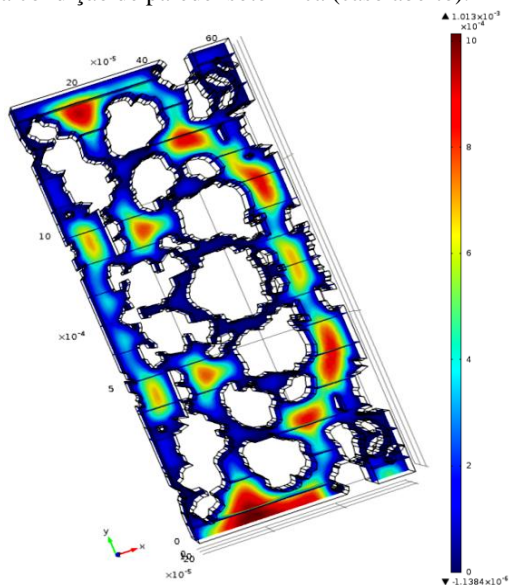


Figura 7.22: Perfil de temperatura acústica [K] em 5 kHz para condição de parede isotérmica (caso fechado).

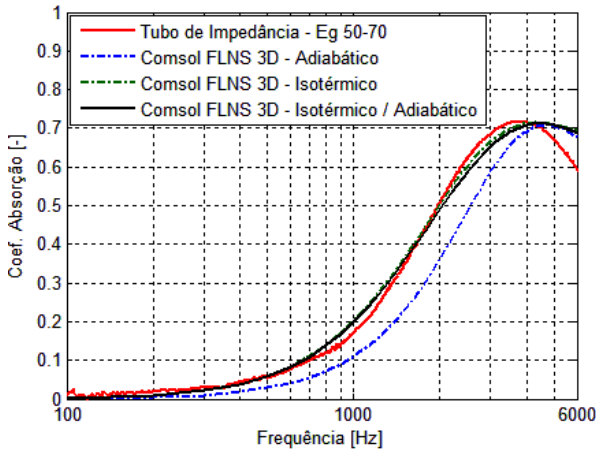


Figura 7.23: Comparação da absorção experimental e numérica tridimensional para amostra EG-50-70.

Observa-se boa concordância entre os resultados obtidos. Provavelmente a amostragem de certa região do material assim como o efeito da extrusão da imagem plana possa ter contribuído para a diferença obtida acima de 4 kHz, em relação ao modelo numérico. E claramente a condição de parede isotérmica se aproxima mais do resultado experimental.

Para a obtenção dos parâmetros macroscópicos, são apresentadas duas possibilidades: 1) caracterização inversa utilizando a medição em tubo de impedância; 2) caracterização através da simulação numérica.

Esta segunda caracterização numérica é baseada em uma adaptação do trabalho de Doutres *et al.* (2010). Este apresenta a caracterização experimental de materiais porosos utilizando um tubo de impedância com três microfones, cujo terceiro é posicionado logo atrás da superfície apoiada da amostra porosa. A representação numérica deste experimento para o caso fechado ( $u_2 = 0$ ), permite o cálculo dos parâmetros da seguinte maneira: primeiramente calcula-se o número de onda complexo dado por:

$$\tilde{k}_c = \frac{1}{L_p} \text{acos}(p_1/p_2), \quad (7.1)$$

e a impedância característica,

$$\tilde{Z}_c = \frac{j}{\phi} \frac{p_1}{u_1} \tan(\tilde{k}_c L_p). \quad (7.2)$$



Em seguida, pode-se calcular a densidade efetiva e a compressibilidade dinâmica, dados respectivamente por:

$$\tilde{\rho}_{ef} = \phi \tilde{Z}_c \tilde{k}_c / \omega; \quad (7.3)$$

$$\tilde{K}_{ef} = \phi \omega \tilde{Z}_c / \tilde{k}_c. \quad (7.4)$$

Os parâmetros macroscópicos são dados pelas equações (7.5) a (7.8) a seguir, sendo que a resistividade ao fluxo é calculada no limite de baixa frequência, sob condição de paredes isotérmicas, ou seja:

$$\sigma = -\frac{1}{\phi} \lim_{\omega \rightarrow 0} [\text{Im}(\omega \tilde{\rho}_{ef})], \quad (7.5)$$

$$\alpha_\infty = \frac{1}{\rho_o} \left( \text{Re}(\tilde{\rho}_{ef}) - \sqrt{\text{Im}(\tilde{\rho}_{ef})^2 - \left(\frac{\sigma \phi}{\omega}\right)^2} \right), \quad (7.6)$$

$$\Lambda = \alpha_\infty \sqrt{\frac{2\rho_o \eta}{\omega \text{Im}(\tilde{\rho}_{ef}) (\rho_o \alpha_\infty - \text{Re}(\tilde{\rho}_{ef}))}}, \quad (7.7)$$

$$\Lambda' = \sqrt{4\eta/\rho_o \omega \text{Pr}} \left( -\text{Im} \left( \left( \frac{\phi - \tilde{K}_{ef}/\gamma P_o}{\phi - \tilde{K}_{ef}/P_o} \right)^2 \right) \right)^{-1/2}, \quad (7.8)$$

na qual  $\text{Im}(\cdot)$  a parte imaginária. Por praticidade, a frequência selecionada para o cálculo deste parâmetro é de 1 Hz. Os parâmetros seguintes (tortuosidade e comprimentos característicos) são calculados no limite de alta frequência e, por isso, escolheu-se a frequência de 100 kHz para esta avaliação. Considerando 10 elementos por comprimento de onda, o tamanho mínimo de elemento necessário para esta frequência seria 343  $\mu\text{m}$ . Nota-se que este valor é maior do que o tamanho máximo de elemento da malha (70  $\mu\text{m}$ ) sendo assim adequada para esta análise numérica.

Finalmente, os parâmetros macroscópicos são apresentados na Tabela 7.5, utilizando o método de caracterização inversa assim como os resultados obtidos pelo método numérico, com base no trabalho experimental de Doutres *et al.* (2010).

Tabela 7.5: Comparação dos parâmetros macroscópicos para EG-50-70.

Parâmetros	Experimental Inversa	Numérico FLNS	Erro Relativo
$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	263234	274541	4,3%
$\alpha_{\infty}$	2,96	2,29	22,6%
$\Lambda$ [ $\mu$ m]	42,2	36,5	13,5%
$\Lambda'$ [ $\mu$ m]	63,3	50,6	20,0%

A maior discrepância está associada ao parâmetro tortuosidade e comprimento característico térmico. A possibilidade de simulação de uma geometria de maiores dimensões com melhor representatividade talvez pudesse favorecer a redução do erro relativo encontrado. No entanto, a limitação e o custo computacional deste tipo de problema viscotérmico ainda necessitam de aprimoramento.

No próximo item, serão apresentados resultados de otimização. O objetivo é encontrar a microgeometria que leve a uma máxima absorção para determinada faixa de frequência, utilizando os modelo axissimétrico unidimensional.

### 7.3 RESULTADOS DE OTIMIZAÇÃO AXISSIMÉTRICA

Serão avaliados dois tipos de fluido. Primeiramente o ar atmosférico à temperatura ambiente e em seguida o gás de refrigeração R134a.

#### 7.3.1 Ar Atmosférico

Utilizando o modelo de matriz de transferência, o qual possui rápido processamento, é possível descrever a geometria de otimização através da posição de alguns pontos e o uso de curvas denominadas *splines*.

Para esta otimização, o método de algoritmos genéticos foi implementado. As variáveis de otimização são as posições verticais de cada um dos nós que descrevem a geometria, de acordo com a

Figura 7.24. Quanto maior o número de nós, maior será a quantidade de variáveis de otimização.

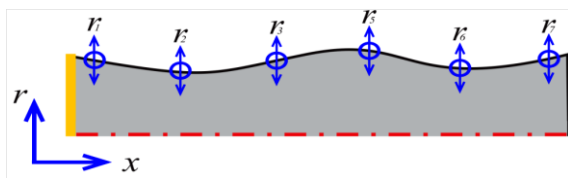


Figura 7.24: Variáveis de otimização da geometria axissimétrica.

Dois casos serão avaliados. Para o primeiro, a faixa de frequências de aplicação do algoritmo de otimização está entre  $f_i = 100$  Hz e  $f_f = 10$  kHz. A função objetivo é dada na forma:

$$obj_3 = \sum_{n=1}^{n_f} [1 - \alpha(f_n)]^2, \quad (7.9)$$

a qual deseja-se minimizar, encontrando assim o máximo coeficiente de absorção para esta faixa de frequências.

O critério de parada estabelecido é a diferença absoluta do valor da função objetivo entre o melhor indivíduo de duas gerações consecutivas, sendo este menor do que 0,05. A convergência é observada na Figura 7.25. Utilizou-se uma população de 30 indivíduos e 100 gerações, com uma probabilidade de mutação de 5 % e fator de cruzamento 0.8.

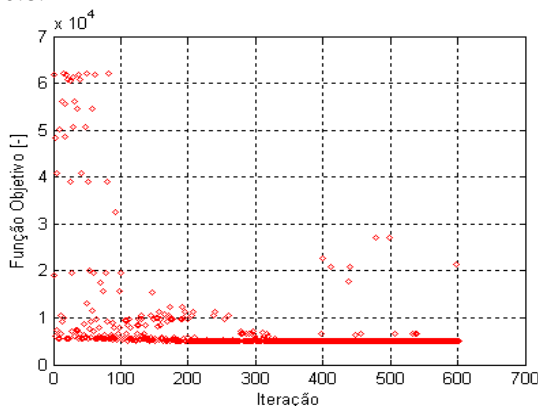


Figura 7.25: Convergência da função objetivo para o primeiro caso.

A espessura de material é de 10 mm e apoiado em uma parede rígida. A porosidade média considerada é de 80 %. A forma do poro ótima encontrada é observada na Figura 7.26. Para este caso, foram utilizados 9 nós e 8 variáveis de otimização. Como se deseja manter a continuidade da geometria, o primeiro e o último nó devem apresentar o mesmo valor, ou seja, a mesma variável. As restrições laterais são a posição mínima vertical de 10  $\mu\text{m}$  e posição máxima vertical de 200  $\mu\text{m}$ , para cada uma das variáveis.

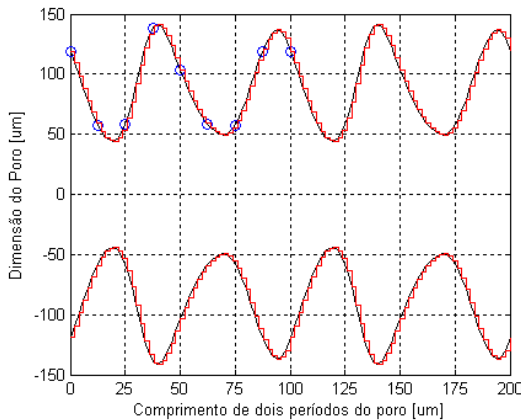


Figura 7.26: Dois períodos da forma otimizada do poro com 8 variáveis.

Estas são dimensões típicas dos poros de materiais de absorção. O coeficiente de absorção otimizado é visto na Figura 7.27, em comparação com a absorção do alumínio poroso original, caracterizado experimentalmente e avaliado pelo modelo de Johnson-Lafarge.

Nota-se que o coeficiente de absorção apresentou valor máximo próximo da frequência de 5 kHz devido à pequena espessura de material. Em um período de 100  $\mu\text{m}$ , o algoritmo de otimização buscou criar maiores descontinuidades para elevar o coeficiente de absorção, evitando que a curva de absorção se tornasse mais pontual e estreita.

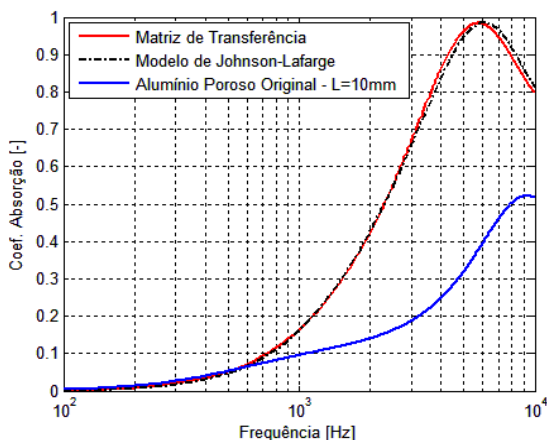


Figura 7.27: Coeficiente de absorção otimizado para o primeiro caso; ar atmosférico, espessura 10 mm.

Para o segundo caso, utilizaram-se os mesmos critérios do primeiro, no entanto com menor número de variáveis, apenas três. A faixa de frequência de otimização é de 100 Hz a 10 kHz.

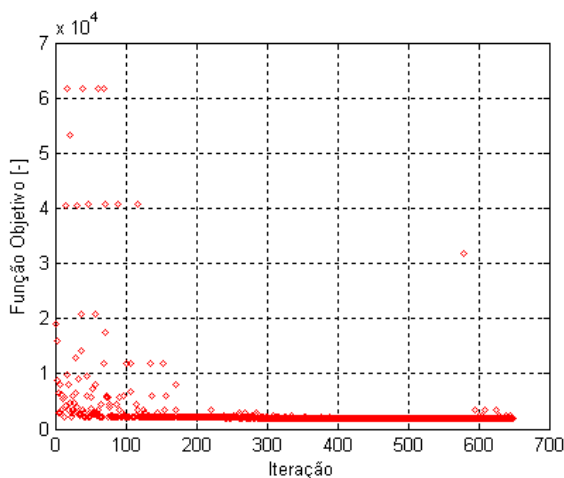


Figura 7.28: Convergência da função objetivo para o segundo caso.

A microgeometria otimizada para este caso é visualizada na Figura 7.29.

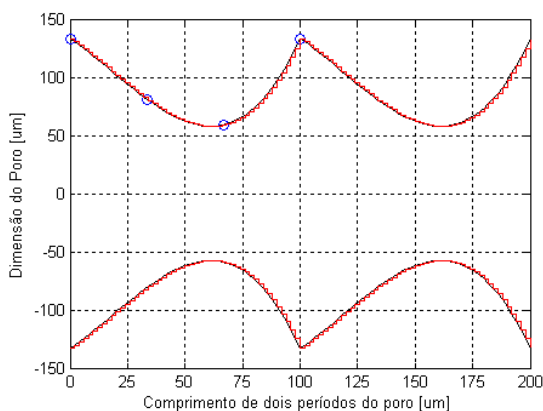


Figura 7.29: Dois períodos da forma otimizada do poro com 3 variáveis.

O respectivo coeficiente de absorção otimizado é visto na Figura 7.30. Este também é comparado com a absorção do alumínio poroso original, agora com espessura de 20 mm.

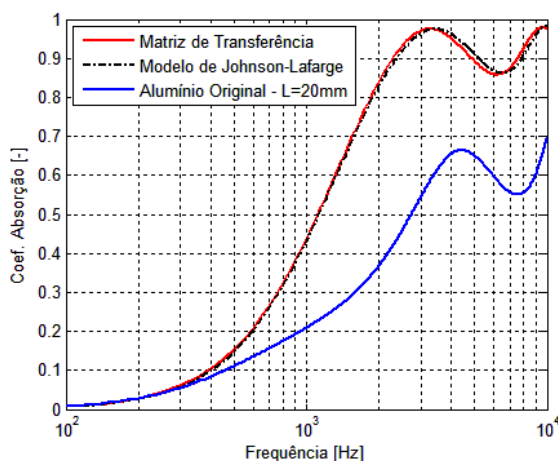


Figura 7.30: Coeficiente de absorção otimizado para o segundo caso; ar atmosférico, espessura 20 mm.

Os parâmetros macroscópicos encontrados para as geometrias otimizadas podem ser conferidos na Tabela 7.6.

Tabela 7.6: Parâmetros obtidos a partir da otimização da forma.

Parâmetros	Caso 1	Caso 2
Espessura [mm]	10	20
$\sigma$ [Ns/m <sup>4</sup> ]	91311	50553
$\alpha_{\infty}$	1,71	1,32
$\Lambda$ [ $\mu$ m]	60,96	70,91
$\Lambda'$ [ $\mu$ m]	100,82	92,26

Nota-se que a redução da espessura do material foi compensada pelo aumento da resistividade ao fluxo e da tortuosidade. Isto foi causado pelo fato da geometria apresentar maior número de variações ao longo da espessura do material.

Já no segundo caso, como o material apresenta uma maior espessura para acomodar um quarto de comprimento de onda, observou-se um menor valor de tortuosidade e resistividade. Obtém-se assim uma curva de absorção mais suave ao longo da frequência.

Estes são poros ótimos idealizados, no entanto, condições e restrições de projeto, estas aplicadas ao algoritmo de otimização, podem auxiliar na produção de um material factível. Note que, de acordo com a Figura 7.31, comparada com os dados da Figura 4.20, o aumento da espessura tende a provocar uma redução da resistividade e da tortuosidade, associadas com a microgeometria ótima para cada espessura.

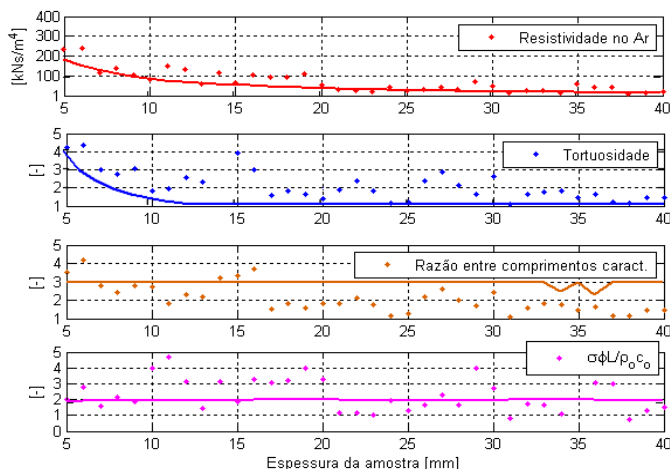


Figura 7.31: Variação dos parâmetros otimizados em função da espessura; otimização com modelo macroscópico (linhas) e microgeométrico (pontos).

Os poros tendem a apresentar uma estrutura mais simples com o aumento da espessura para a otimização do modelo microgeométrico, devido a razão dos comprimentos característicos tenderem à unidade. A condição ótima de Rayleigh continua sendo válida ( $1 \leq \sigma\phi L/\rho_o c_o \leq 4$ ). No item a seguir, este processo de otimização será avaliado para o gás R134a.

### 7.3.2 Gás de Refrigeração R134a

Alterando o gás e a condições termodinâmicas conforme a Tabela 7.7, o processo de otimização foi realizado novamente.

Tabela 7.7: Propriedades do gás R134a.

Gás R134a	
$P_o$ [MPa]	1,491
$T_o$ [ $^{\circ}$ C]	65
$c_o$ [m/s]	138,29
$\rho_o$ [kg/m <sup>3</sup> ]	72,85
$\gamma$	1,34
$c_p$ [J/kg K]	1242,9
$\eta$ [Pa s]	1,364e-5
$k$ [W/mK]	0,0176
Pr	0,963

Este material apresenta espessura de 10 mm e uma porosidade média de 60 % foi considerada. Esta porosidade foi selecionada por ser uma condição mais crítica de otimização e, além disso, obtêm-se uma maior facilidade de produção de um material com uma estrutura robusta. A faixa de frequência de otimização continua sendo de 100 Hz a 10 kHz. A curva de convergência é vista na Figura 7.32 e a forma otimizada do poro é observada na Figura 7.33.



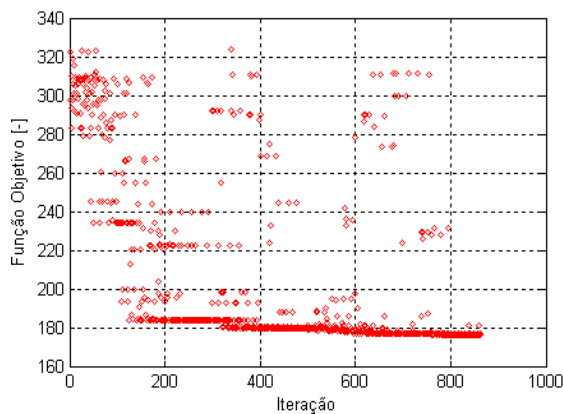


Figura 7.32: Convergência da função objetivo para o R134a.

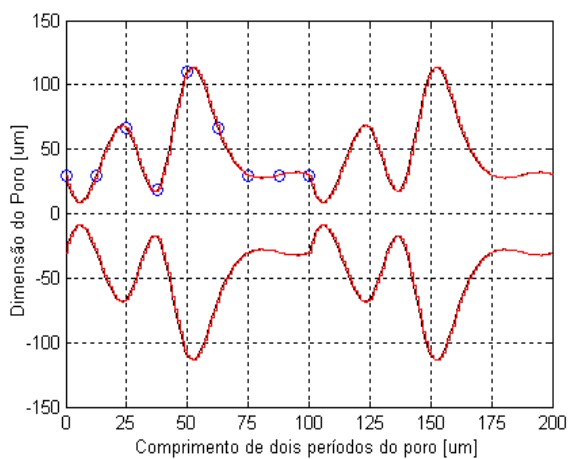


Figura 7.33: Dois períodos da forma otimizada do poro com 8 variáveis.

A respectiva curva de absorção pode ser visualizada na Figura 7.34.

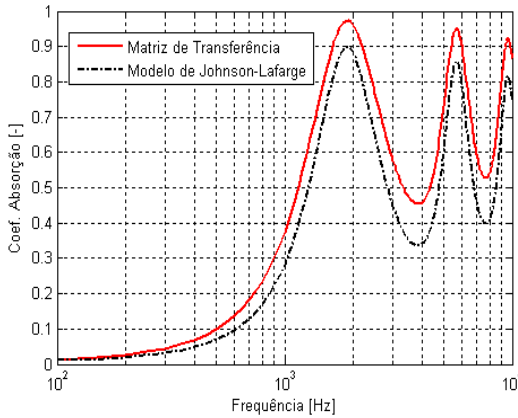


Figura 7.34: Coeficiente de absorção otimizado para o R134a.

O importante neste caso é obter resistividades ao fluxo bastante elevadas. Devido ao fato da viscosidade dinâmica do gás ser 26 % menor e a pressão ser quase 15 vezes maior que no ar atmosférico, todo o mecanismo de absorção é alterado. O algoritmo busca encontrar geometrias de poros com menores dimensões de abertura. O raio médio neste exemplo é 46  $\mu\text{m}$ . Note que a curva de absorção apresenta maiores diferenças entre os picos e vales, causadas pela maior instabilidade do mecanismo de dissipação térmica/viscosa. Os valores dos parâmetros macroscópicos encontrados são:

$$\sigma = 3545856 \text{ Ns/m}^4;$$

$$\alpha_{\infty} = 4,05;$$

$$\Lambda = 16,18 \text{ } \mu\text{m};$$

$$\Lambda' = 63,33 \text{ } \mu\text{m}.$$

Até o momento, os modelos propostos são baseados na propagação unidimensional. O poro idealizado não apresenta conexão com o seu poro adjacente. No entanto, para a maioria dos materiais, os poros são interconectantes em várias direções. O capítulo a seguir, propõe a modelagem de dutos e poros com variação de secção conectados entre si, através da aproximação acústica multiporta das variáveis de estado. Além disso, apresenta a otimização dos parâmetros de forma que compõem esta estrutura.

## 7.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Apresentou-se uma revisão dos modelos de microestrutura de materiais porosos encontrados na literatura. A abordagem de reconstrução da geometria de materiais absorvedores com poros interconectantes aplicada é bastante prática e inovadora. Materiais de poros celulares, como o alumínio poroso avaliado, têm a possibilidade de apresentar boa concordância com dados experimentais, utilizando o método de matriz de transferência. Materiais como o CP-08, os quais possuem interconexões entre poros muito estreitas, podem apresentar maiores discrepâncias, como foi observado.

A análise da amostra EG-50-70 apresentou resultados satisfatórios para o modelo em elementos finitos FLNS tridimensional, apesar da aproximação da geometria através de uma extrusão da imagem bidimensional. A possibilidade da extração de uma imagem tridimensional do material, a partir de tomografia computadorizada, seria mais adequado e realístico para este caso.

O procedimento de otimização, aplicado ao modelo axissimétrico de matriz de transferência, apresentou convergência para as soluções encontradas com ar atmosférico e gás R134a. O segundo caso com ar atmosférico apresentou dimensões e formas possivelmente factíveis, as quais poderiam ser obtidas através de materiais granulares. Apesar da maior complexidade obtida com a otimização para o gás R134a, nada impede de gerar restrições ao modelo de otimização mais adequadas para o processo de fabricação desejado.

Observa-se que os parâmetros macroscópicos, que correspondem ao material otimizado geometricamente para o ar atmosférico, estão de acordo com o processo de otimização cujas variáveis são os próprios parâmetros, apresentado no capítulo 4. O parâmetros obtidos na Figura 7.31 apresentam certa semelhança com os da Figura 4.20, de acordo com a espessura de material. Por isso, nota-se que a otimização aplicada a um modelo analítico de parâmetros macroscópicos, como no capítulo 4, não é totalmente equivocada.

Por fim, percebe-se que as dimensões geométricas de poro necessárias em um ambiente com R134a sob elevada pressão devem ser bem mais estreitas, em comparação com o ar atmosférico. Isto induz a uma elevada resistividade e tortuosidade do material. A microgeometria do material deve compensar os efeitos das propriedades termodinâmicas do novo gás para manter os níveis de absorção desejados.



## CAPITULO 8

### MODELOS E OTIMIZAÇÃO DE POROS CONECTADOS EM REDE

Os modelos clássicos de fluido equivalente assim como a proposta de modelagem geométrica da estrutura porosa vista no capítulo 5, são baseados na propagação unidimensional viscotérmica da onda acústica, para uma incidência normal. O modelo de matriz de transferência é adequado para este segundo caso.

No entanto, o caminho fluídico de uma estrutura porosa pode ser avaliado acusticamente de uma forma mais complexa, ou seja, com poros interconectados em rede. Além disso, pode-se otimizar os parâmetros geométricos envolvidos, como dimensão e forma. Neste caso, será avaliada como variável, o diâmetro dos poros capilares, distribuídos e interconectados no plano.

#### 8.1 MODELO DE REDES PARA MATERIAIS POROSOS

De maneira prática, um material poroso pode ser visto como um múltiplo ressonador, que apresenta pequenos dutos, capilares e volumes conectados entre si. Isto pode ocorrer de maneira rearranjada ou complexamente desorganizada.

Em suas devidas proporções, a aplicação de ressonadores de Helmholtz e tubos laterais em um sistema acústico ou duto principal, apresenta efeito semelhante em relação ao mecanismo de dissipação. Como são dimensões muito maiores que os poros de um material acústico, por exemplo, o efeito reativo é muito mais pronunciado.

Imagine um conjunto de ressonadores acoplados em uma cavidade acústica. Em seguida, reduza as dimensões destes dutos até a ordem de grandeza dos poros de materiais de absorção. Mantenha uma certa espessura e comece a conectar os microdutos uns aos outros, de forma arranjada ou complexa. Considerando o efeito viscotérmico destes canais, o amortecimento acústico da cavidade estará associada à dissipação provocada por este conjunto múltiplo ressonador, o qual pode ser visto como um material poroso de estrutura plana ou espacial.

Este conceito de reproduzir a absorção de materiais porosos por meio de dutos de mesmo diâmetro e comprimento em rede, foi primeiramente introduzido por Eerden (2000). Para representar a aleatoriedade da amostra, foi retirada uma porcentagem dos elementos

distribuídos no plano, de uma forma randômica. Obtém-se assim um labirinto em relação ao caminho de propagação acústica.

Esta teoria foi inicialmente desenvolvida por Craggs (1989) e Craggs *et al.* (1990), aplicada à dutos de ventilação conectados entre si. Os resultados de perda de transmissão experimental são bastante concordantes com o modelo, até a frequência de corte dos dutos.

Para desenvolver esta proposta, serão utilizados elementos de dutos unidimensionais. Devido ao pequeno diâmetro dos poros, a frequência de corte é extremamente elevada. Os maiores desvios podem ocorrer nas conexões e descontinuidades, na qual comprimentos equivalentes e ondas evanescentes podem alterar o resultado predito.

Esta abordagem é bastante semelhante ao modelo de matriz de transferência (uma entrada e uma saída). No entanto, a partir de uma pequena manipulação algébrica, pode-se estender as entradas e saídas das variáveis de estado para múltiplas portas.

O vetor de pressões nodais, as quais são as variáveis desconhecidas, e o vetor de forças nodais (fluxo de massa) são ordenados separadamente. Estes vetores estão relacionados através de uma matriz de mobilidade (inverso da impedância), conforme a Figura 8.1. Outros autores ainda nomeiam esta como matriz de rigidez acústica (Craggs *et al.*, 1990), devido à analogia estrutural força-rigidez-deslocamento. Quando comparado à um elemento estrutural 1D, as pressões nodais são equivalentes ao deslocamento, o fluxo de massa equivale às forças e a matriz de mobilidade corresponde à matriz de rigidez da estrutura.

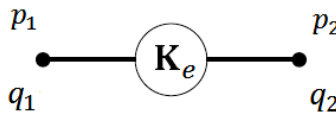


Figura 8.1: Matriz de mobilidade do elemento acústico de dois nós.

O sistema que apresenta a matriz  $\mathbf{K}_e$  contém a "mobilidade" do elemento acústico, que pode conter elementos de dutos, volumes ou impedâncias. O fluxo de massa é dado por  $q_j = \rho_o S_e u_j$ , sendo  $Q_j = S_e u_j$  a velocidade de volume do elemento de área de seção reta  $S_e$ . Neste caso, tem-se interesse nos elementos de dutos e na respectiva matriz de mobilidade acústica. Para elementos de dois nós, pode-se escrever a relação entre a matriz de mobilidade e as variáveis acústicas de uma forma geral, como sendo:

$$\mathbf{K}_e \begin{Bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_j \\ q_{j+1} \end{Bmatrix}. \quad (8.1)$$

Para um elemento de duto circular de área  $S_e$  e comprimento  $L_e$ , Eerden (2000) apresenta a matriz de mobilidade conforme a equação (8.2), onde é considerada a dissipação viscotérmica LRF analítica,

$$\mathbf{K}_e = \frac{S_e G_e}{c_o \sinh(\Gamma_e k_o L_e)} \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma_e k_o L_e) & -1 \\ -1 & \cosh(\Gamma_e k_o L_e) \end{bmatrix}. \quad (8.2)$$

A matriz de mobilidade elementar  $\mathbf{K}_e$  normalmente depende da frequência de análise ( $k_o = \omega/c_o$ ), como observado na equação (8.2).

Este método pode ser visto com um método híbrido o qual combina o método de matriz de transferência para o desenvolvimento das matrizes elementares e a solução do sistema de acoplamentos pelo método de elementos finitos. As funções de forma lineares ou quadráticas, comuns no método de elementos finitos, são substituídas por expressões analíticas para a propagação sonora em um duto. Observe que o vetor de pressões e o vetor de fluxo estão isolados. Isto ocorre semelhantemente ao sistema matricial em elementos finitos da acústica clássica linear isentrópica, conforme a equação  $[\mathbf{H} + i\omega\mathbf{D} - \omega^2\mathbf{Q}]\mathbf{p} = \mathbf{q}$ . No entanto, as matrizes de massa  $\mathbf{Q}$ , rigidez  $\mathbf{H}$  e amortecimento  $\mathbf{D}$  do sistema, estarão condensadas em uma única matriz em função da frequência, chamada matriz de mobilidade  $\mathbf{K}(\omega)$ . Pode-se, então, escrever de forma global,

$$\mathbf{K}(\omega)\mathbf{p} = \mathbf{q}. \quad (8.3)$$

Em mecânica estrutural, este método também é conhecido como método de elementos finitos de transferência ("*Finite Element Transfer Method*" ou simplesmente FETM, Tesar e Fillo, 1988).

A técnica de montagem da matriz global em elementos finitos ocorre exatamente da mesma forma que o método de rede de dutos acústicos. Os nós dos elementos independentes são acoplados respeitando a continuidade de pressão e a respectiva velocidade de volume.

Seja o sistema de quatro elementos e cinco nós, como mostrado na Figura 8.2. Cada elemento possui dois nós, sendo que cada nó apresenta apenas um grau de liberdade (pressão acústica).

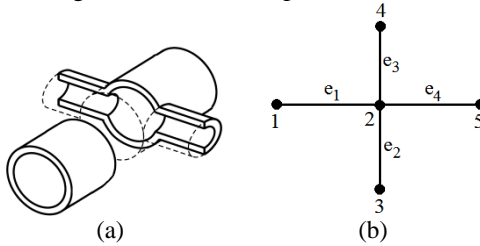


Figura 8.2: Esboço de dutos acoplados (a) e sistema unidimensional (b).

Observe que os elementos podem apresentar diâmetros e comprimentos diferentes entre si, durante a indexação. Os nós isolados apresentam condição de contorno de parede rígida, ou seja, velocidade nula. A relação ou matriz de conectividade pode ser escrita conforme a Tabela 8.1

Tabela 8.1: Conectividade dos elementos de dutos.

Número do Elemento	Conectividade	
	Nó 1	Nó 2
1	1	2
2	2	3
3	2	4
4	2	5

A matriz de mobilidade global apresenta dimensão 5x5, pois são 5 nós, multiplicados por 1 grau de liberdade por nó. O sistema completo é dado por:

$$\begin{bmatrix}
 K_{11}^{e_1} & K_{12}^{e_1} & 0 & 0 & 0 \\
 K_{21}^{e_1} & (K_{22}^{e_1} + K_{11}^{e_2} + K_{11}^{e_3} + K_{11}^{e_4}) & K_{12}^{e_2} & K_{12}^{e_3} & K_{12}^{e_4} \\
 0 & K_{21}^{e_2} & K_{22}^{e_2} & 0 & 0 \\
 0 & K_{21}^{e_3} & 0 & K_{22}^{e_3} & 0 \\
 0 & K_{21}^{e_4} & 0 & 0 & K_{22}^{e_4}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3 \\
 p_4 \\
 p_5
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 q_1 \\
 q_2 \\
 q_3 \\
 q_4 \\
 q_5
 \end{Bmatrix}, \quad (8.3)$$

onde o subíndice representa a posição na matriz elementar e o superíndice indica o número do elemento. Outros detalhes para o procedimento de montagem de matrizes globais são apresentados por



Fahy e Gardonio (2007). Se houver uma excitação de velocidade  $u_j$ , apenas no nó 1, então o sistema matricial ficará na forma:

$$\mathbf{K} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho_o S_{e1} u_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (8.4)$$

A solução das pressões acústicas nodais é dada pela inversão da matriz de mobilidade, multiplicada pelo vetor de forças nodais, conforme:

$$\mathbf{p} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{q}. \quad (8.5)$$

A aplicação de uma excitação de pressão também é possível. Deve-se manipular a matriz global retirando as linhas e colunas relacionadas aos graus de liberdade dos nós de excitação de pressão. Este procedimento também é usado em elementos finitos (Fahy e Gardonio, 2007).

Tem-se interesse em obter a impedância de entrada do sistema de dutos pois assim pode-se calcular o coeficiente de reflexão e o coeficiente de absorção do mesmo. Com uma excitação de velocidade nos nós da superfície de entrada do sistema,  $ns$ , soluciona-se o problema e guardam-se as pressões nestes mesmos nós. A impedância média da superfície é dada por:

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{1}{\phi ns} \sum_j^{ns} \frac{p_j}{u_j}. \quad (8.6)$$

Para realizar uma primeira validação deste modelo, reproduziu-se um dos resultados apresentados por Eerden (2000). Neste caso, os dutos são todos iguais, cujo comprimento é 2 mm e diâmetro 200  $\mu\text{m}$ . A malha apresenta comprimento de 38 mm e largura 30 mm, conforme visto na Figura 8.3.

O efeito viscotérmico foi implementado através das constantes de propagação complexa  $\Gamma_e$  e o fator de correção da impedância característica  $G_e$ , conforme a equação (8.2), para cada elemento de duto.

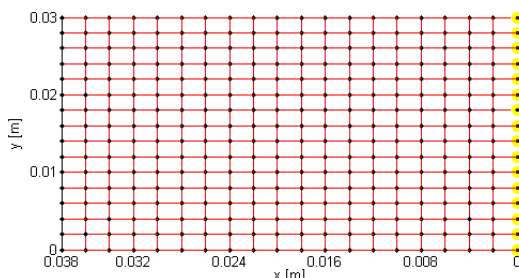


Figura 8.3: Reprodução da malha de dutos apresentada por Eerden (2000).

A excitação de velocidade unitária é vista nos pontos ou nós amarelos da Figura 8.3. Esta é considerada a configuração "*full network*", pois nenhum duto foi retirado de forma randômica da malha, de acordo com Eerden (2000). O respectivo coeficiente de absorção é comparado na Figura 8.4.

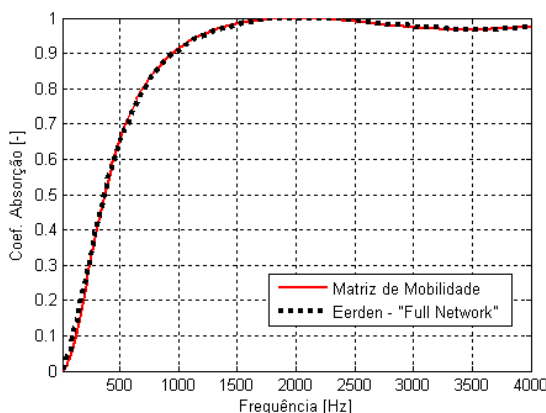


Figura 8.4: Comparação do coeficiente de absorção apresentada por Eerden, 2000; ar atmosférico.

Nota-se grande exatidão do modelo de matriz de mobilidade implementado, comparado com o mesmo exemplo proposto por Eerden (2000). Outra importante comparação, foi através da utilização do *software* comercial Virtual.Lab rev10, em elementos finitos unidimensionais. Cada elemento de barra, possui 2 nós e 1 grau de liberdade por nó. Os dutos apresentam as mesmas dimensões, onde o comprimento de cada elemento é de 1 mm e diâmetro 200  $\mu\text{m}$ . A malha pode ser vista na figura 8.5 e esta apresenta comprimento total de

25 mm, largura 10 mm e 286 nós. A implementação das perdas viscotérmicas ocorreram através da densidade efetiva e da velocidade do som complexa, ambos em função da frequência, sendo estes apresentados na Figura 8.6.

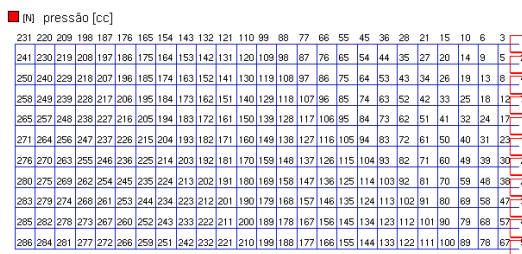


Figura 8.5: Malha FEM de dutos e respectivos nós no Virtual.Lab rev10.

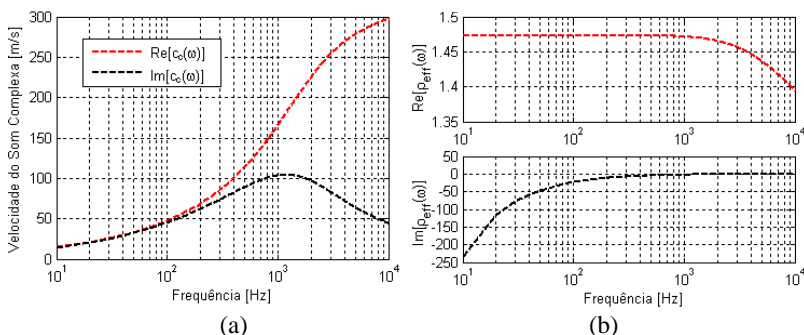


Figura 8.6: Velocidade do som (a) e densidade efetiva (b) para duto cilíndrico de diâmetro 200 µm; ar atmosférico, 20°C.

É importante lembrar que o comprimento do elemento de 1 mm satisfaz a condição de 12 elementos por comprimento de onda, até a frequência de 10 kHz. A comparação do coeficiente de absorção é visualizada na Figura 8.7.

Neste exemplo, assim como no anterior, os coeficientes de absorção mantiveram-se muito próximos. Isto demonstra que a utilização de elementos finitos unidimensionais, com perdas viscotérmicas LRF, seria outra possibilidade para uma simulação computacionalmente rápida e eficiente. É importante observar a discretização da malha FEM e a frequência de corte, se forem considerados dutos de dimensões maiores.

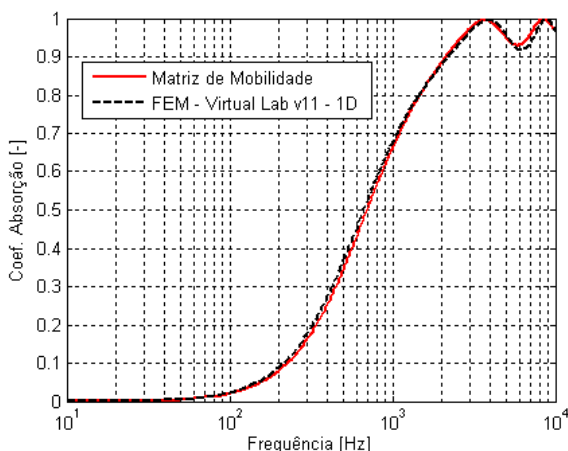


Figura 8.7: Comparação com o coeficiente de absorção em FEM - 1D; ar atmosférico, 20°C.

Outra simulação numérica, semelhante à malha da Figura 8.3, foi realizada no módulo Termoacústico do *software* Comsol 3D (FLNS). Houve interesse de validar este caso para uma geometria tridimensional real de dutos acoplados. Desta forma poder-se verificar se existem grandes influências acústicas e dissipativas na posição de cruzamento entre os dutos. A malha construída e a respectiva geometria são observadas na Figura 8.8.

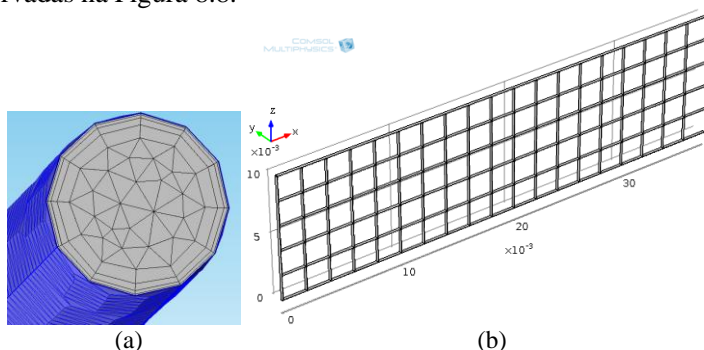


Figura 8.8: Detalhe da malha (a) e geometria tridimensional de dutos (b).

Esta geometria possui comprimento de 38 mm e largura de 10 mm. Devido ao elevado custo computacional, utilizou-se esta geometria reduzida. Foram utilizados aproximadamente 300 mil

elementos, com aproximadamente 2,1 milhões de graus de liberdade. A malha apresenta 4 elementos na direção da camada limite e os demais são elementos tetraédricos. As dimensões máximas dos elementos são da ordem de 50  $\mu\text{m}$  e utilizou-se uma excitação de pressão unitária na face de entrada.

Para esta simulação foi utilizado o *Cluster* do Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC. Para maior velocidade de processamento, realizou-se o paralelamento computacional com distribuição na frequência em 4 nós da máquina. A faixa de frequência de análise ocorreu de 100 Hz até 5 kHz, com passo de 50 Hz. A simulação total realizou-se em aproximadamente 5 horas. A comparação do resultado obtido com o modelo de matriz de mobilidade é vista na Figura 8.9.

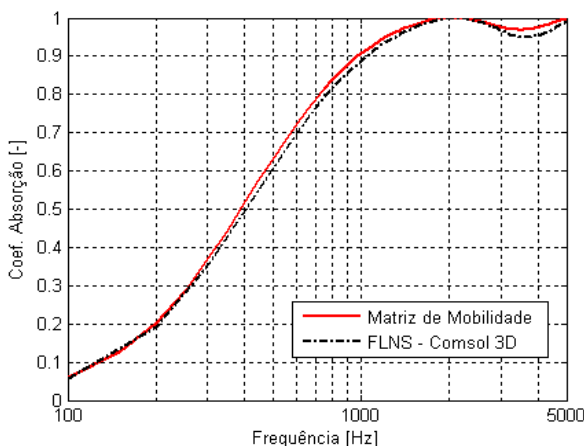


Figura 8.9: Comparação com o coeficiente de absorção do Comsol 3D; ar atmosférico, 20°C.

É importante comentar sobre o ajuste do comprimento equivalente dos dutos adjacentes conectados aos dutos principais. Bies e Hansen (2009) apresentam várias relações empíricas de correção de terminação, sendo que para dutos aplicados à tubos principais, pode-se utilizar a relação:

$$l_o = a \left( \frac{1,27}{1 + 1,92 \xi_r} - 0,086 \right); \quad 0,2 \leq \xi_r \leq 5, \quad (8.7)$$

onde  $a$  é o raio do duto adjacente para o qual deseja-se encontrar o comprimento equivalente e  $\xi_r$  é a relação entre o raio do duto adjacente e o raio do duto principal. Caso ambos os dutos apresentem o mesmo raio, uma aproximação razoável é  $l_o = 0,35a$ . Caso sejam ainda consideradas as duas terminações do duto transversal, então  $L'_e = L_e + 2l_o$ . Deve-se lembrar que os dutos transversais devem apresentar um comprimento reduzido, descontando ao raio dos dois dutos principais o qual o mesmo encontra-se conectado.

O perfil de velocidade de partícula na direção de propagação  $x$ , obtido através da simulação numérica FLNS pode ser visto na Figura 8.10. A frequência considerada neste caso é de 100 Hz.

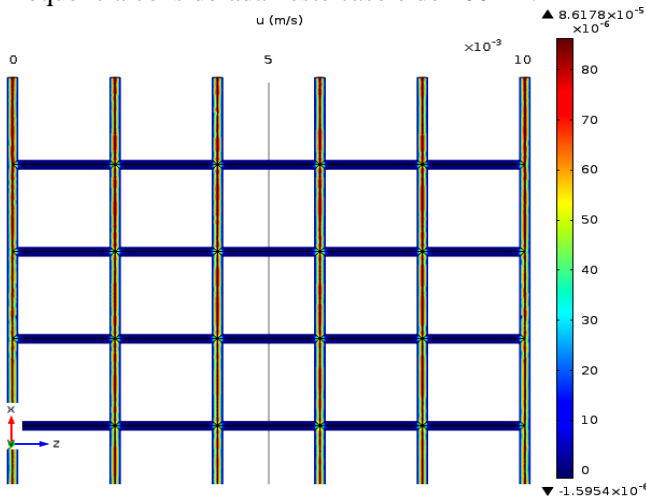


Figura 8.10: Campo de velocidade de partícula dos dutos acoplados em 100 Hz.

Nota-se que a velocidade é quase nula nos dutos transversais. A propagação acústica tende a priorizar o caminho que seja mais favorável, ou seja, na mesma direção da excitação. A velocidade na direção  $z$ , aqui não apresentada, mostra-se quase nula, exceto em alguns pontos de conexão. Por isso, a maior parcela de dissipação ocorre nos dutos principais, os quais apresentam a mesma direção da onda incidente. Por isso os modelos de fluido equivalente baseiam-se na dissipação apenas dos dutos principais.

Apesar disso, o campo de pressão ao longo dos dutos tende a ser plano devido à própria continuidade nos dutos. O fato dos dutos estarem conectados favorecem um pequeno acréscimo no coeficiente de absorção total, comparado com um modelo de fluido equivalente.

Se os elementos de dutos adjacentes estiverem desconectados, conforme Figura 8.11 (a), o resultado da impedância e do coeficiente de absorção devem ser idênticos para o modelo matriz de mobilidade e para o modelo matriz de transferência. Esta comparação do coeficiente de absorção pode ser constatada na Figura 8.13.

Quando o caminho de propagação apresenta mais elementos reativos e dissipativos, conforme a Figura 8.11 (b), o coeficiente de absorção apresenta um ligeiro aumento. Nota-se que a largura tende a apresentar uma influência mais importante, como se a amostra porosa idealizada se tornasse não-localmente reativa. Isto é mais observável em medições *in situ* (Carneiro, 2011).

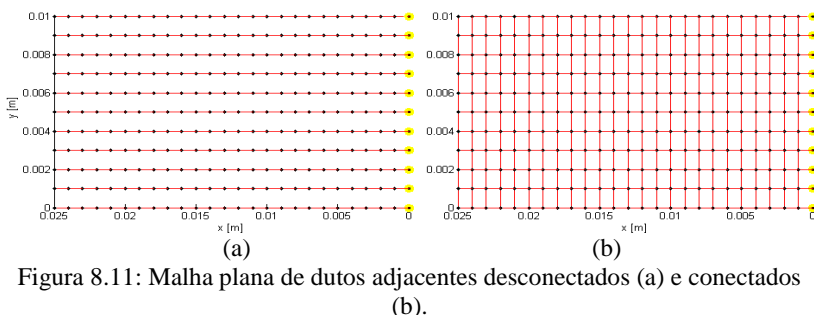


Figura 8.11: Malha plana de dutos adjacentes desconectados (a) e conectados (b).

Pode-se observar o acréscimo de absorção na Figura 8.13 com a presença dos dutos adjacentes para a malha de dutos distribuídos no plano e no espaço. Neste exemplo, a malha espacial de dutos apresenta espessura de 25 mm, largura 10 mm e profundidade 10 mm, conforme a Figura 8.12.

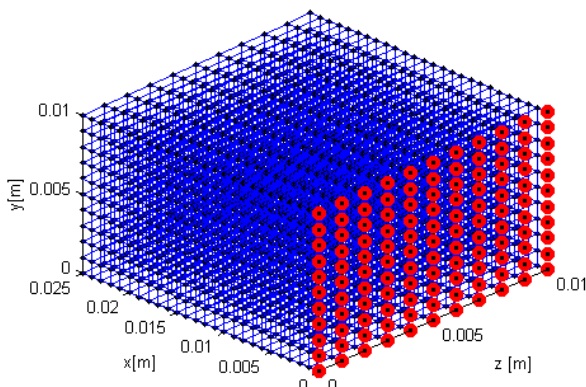


Figura 8.12: Malha de dutos conectados distribuídos no espaço.

Cada elemento de duto possui comprimento 1 mm e diâmetro 200  $\mu\text{m}$ . São ao todo 8305 elementos e 3146 nós. A porosidade considerada é de 95 %.

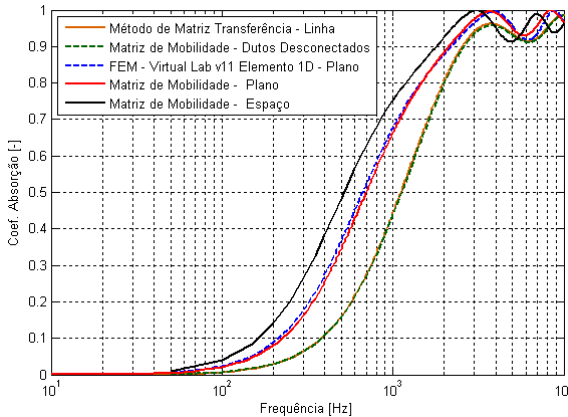


Figura 8.13: Aumento do coeficiente de absorção de acordo com a maior conectividade entre os dutos; ar atmosférico, 20°C.

Um aspecto importante do método matriz de mobilidade é a possibilidade da variação da seção de área do elemento de duto. Cada elemento de duto é analisado de forma independente e sua geometria é descrita através de subelementos. As matrizes elementares de mobilidade, as quais compõem o sistema global, são modificadas e encontradas a partir da matriz de transferência final, realizada através do produto das matrizes dos subelementos de dutos, conforme a malha e a concatenação de subelementos da Figura 8.14.

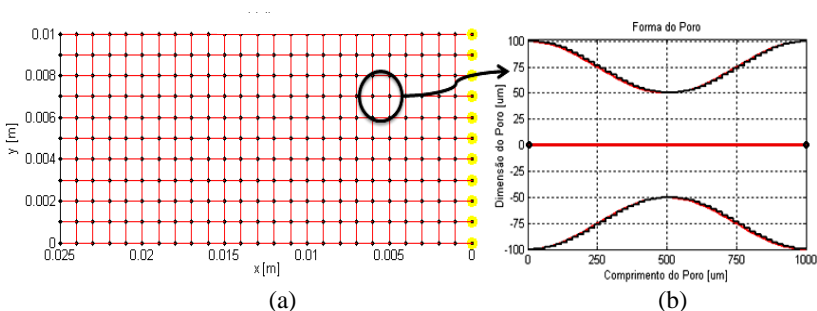


Figura 8.14: Malha do modelo de matriz mobilidade (a) e geometria elementar construída com 50 subelementos de dutos (b).



Para isto, deve-se encontrar uma relação entre a matriz de transferência do conjunto de subelementos de dutos e a matriz de mobilidade elementar. O sistema de matriz de transferência, conforme o capítulo 5, pode ser apresentado na forma da equação (8.8),

$$\begin{Bmatrix} p_j \\ q_j \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_g \begin{Bmatrix} p_{j+1} \\ q_{j+1} \end{Bmatrix}, \quad (8.8)$$

onde  $\mathbf{T}_g = \prod_{n=1}^{N_e} \mathbf{T}_{e_n}$ , ou seja,

$$\mathbf{T}_g = \begin{bmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{bmatrix}. \quad (8.8)$$

O índice  $j$  representa a porta de entrada do primeiro subelemento e  $(j + 1)$  representa a porta de saída do último subelemento de duto. Estes coincidem com os nós do elemento de mobilidade. O sistema matriz de mobilidade elementar deve apresentar a forma da equação (8.1),  $\mathbf{K}_e \begin{Bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_j \\ q_{j+1} \end{Bmatrix}$ . A partir de manipulações algébricas, obtém-se:

$$\mathbf{K}_e = \rho_o \begin{bmatrix} D_g/B_g & C_g - \frac{A_g D_g}{B_g} \\ -1/B_g & A_g/B_g \end{bmatrix}. \quad (8.9)$$

Para verificar o efeito da variação de seção ao longo do elemento, realizou-se a simulação da malha plana vista na Figura 8.14(a). Foram utilizados dutos de raio constante, cujas dimensões são 100  $\mu\text{m}$ , 75  $\mu\text{m}$  e 50  $\mu\text{m}$ . Para esta mesma malha, modificou-se o elemento para uma geometria senoidal cujo raio varia de 50  $\mu\text{m}$  até 100  $\mu\text{m}$ .

Os quatro resultados de coeficiente de absorção são comparados na Figura 8.15, para o ar atmosférico. A porosidade considerada para estes casos é de 95 % e espessura 25 mm.

Observe que a estrutura de poros de raio máximo e o raio médio (100 e 75  $\mu\text{m}$ ) apresentam, em média, menor coeficiente de absorção em relação ao menor raio e a variação senoidal. O efeito da variação de seção ao longo do elemento é único, e não pode ser substituído por um duto de seção constante.

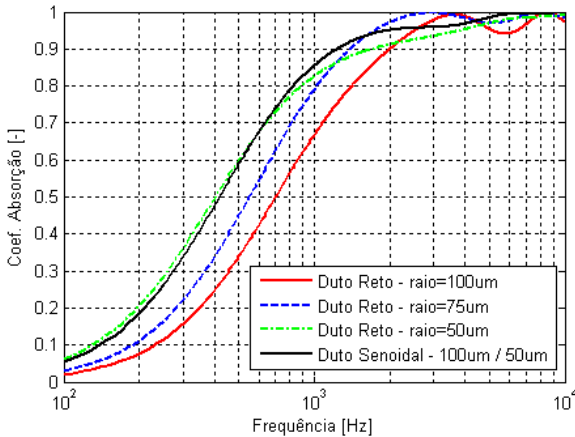


Figura 8.15: Coeficiente de absorção de acordo com a dimensão e tipo de geometria dos elementos distribuídos no plano; ar atmosférico, 20°C.

Quando o diâmetro do elemento possui dimensões da ordem de seu comprimento, o modelo espacial de dutos apresenta formas porosas interessantes, condizentes com alguns tipos de materiais de estrutura metálica encontrados. Considere que a geometria apresentada na Figura 8.14 (b) possua diâmetro 5 vezes maior. Utilizando o agrupamento espacial da Figura 8.12, tem-se as seguintes formas microgeométricas idealizadas, conforme pode ser observado na Figura 8.16.

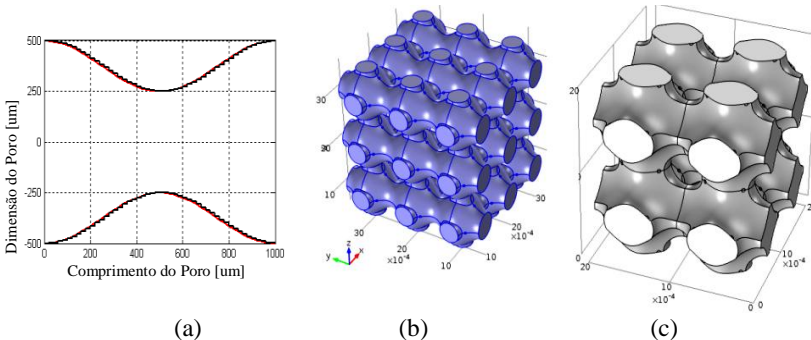


Figura 8.16: Forma axissimétrica do poro (a), caminhos acústicos agrupados (b) e estrutura do material constituinte (c).

Para este rearranjo acústico de poros distribuídos no espaço, assim como as formas mais simples de distribuição em linha e no plano,

foi calculada a absorção de acordo com as malhas das Figuras 8.11 e 8.12. Estes coeficientes de absorção são apresentados na Figura 8.17, para a forma do poro mostrada na Figura 8.16(a).

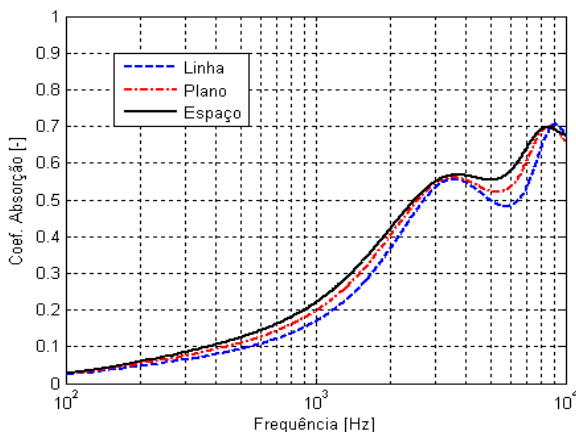


Figura 8.17: Coeficiente de absorção para distribuição de elementos senoidais em linha, no plano e no espaço; ar atmosférico, 20°C.

Note que como neste caso os diâmetros são da ordem do comprimento, os elementos adjacentes quase desaparecem, no entanto, a conexão acústica ainda existe entre todos estes elementos. Portanto, a direção de propagação normal à direção de incidência da onda ainda é o caminho mais importante. Observe que a diferença entre uma distribuição em linha e a distribuição no espaço tornou-se menor.

Por isso, os modelos de fluido equivalente, até mesmo o modelo em linha de matriz de transferência, apresentam sua importância e validade para materiais localmente reativos. Obviamente que quando a largura do material torna-se muito maior que a própria espessura, materiais porosos de baixa resistividade ao fluxo permitem maior índice de refração. Para estes materiais, os quais são considerados não-localmente reativos, os efeitos das bordas causam uma influência na absorção, e outras técnicas devem ser avaliadas (Carneiro, 2011).

Outros rearranjos podem ser encontrados utilizando malhas de redes de dutos em formas mais complexas como, por exemplo, tetraedros, octaedros e dodecaedros.

Para a malha plana (Figura 8.11(b)) é possível plotar a parte real do campo de pressão e observar o primeiro quarto de comprimento de onda para a frequência de 3530 Hz. Esta é relacionada ao primeiro

máximo de absorção. Já o segundo máximo de absorção apresenta a formação de meio comprimento de onda, em 8600 Hz. Estes campos de pressões são visualizados na Figura 8.18.

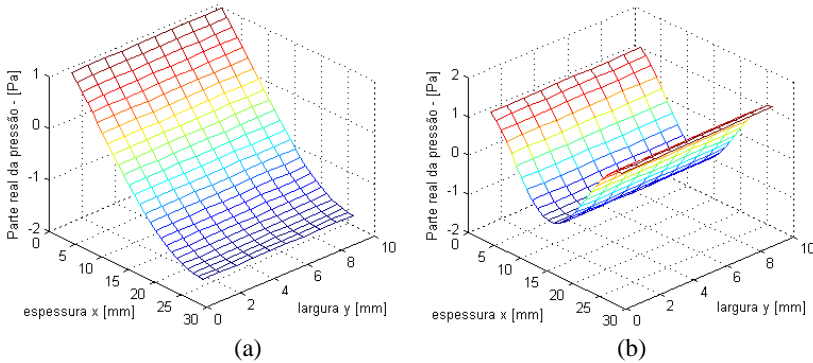


Figura 8.18: Parte real do campo de pressão para um quarto, 3530 Hz (a) e meio comprimento de onda, 8600 Hz (b); ar atmosférico, 20°C.

Como os elementos de dutos são todos idênticos, isto provoca um campo de pressão praticamente plano ao longo da largura do material idealizado.

A estrutura porosa idealizada pode ser otimizada, cujos elementos devem apresentar dimensões que levem a um máximo coeficiente de absorção, para uma determinada faixa de frequência. Ferramentas de otimização podem ser aplicadas neste tipo de problema. No entanto, Eerden (2000) propôs apenas um sistema randômico de caminhos de dutos de mesma dimensão, com o intuito de modificar a curva de absorção.

Aprofundando-se neste conceito, o próximo item apresenta os procedimentos de otimização assim como a derivação dos gradientes da função objetivo em relação às variáveis de otimização. Conforme comentado, o objetivo é encontrar um metamaterial ou múltiplo ressonador acústico o qual apresente máximo coeficiente de absorção para determinadas frequências. Esta é a terceira e última abordagem de otimização, apresentada nesta tese.

## 8.2 OTIMIZAÇÃO DA REDE DE DUTOS

O primeiro passo consiste na definição da função objetivo, a qual deseja-se otimizar. Inicialmente, pode-se definir a função objetivo conforme conceitos apresentados no capítulo 7. Esta análise será realizada apenas para uma frequência, por facilidade de demonstração. Pode-se apresentar a função objetivo como:

$$F_o = [1 - \alpha]^2, \quad (8.10)$$

sendo  $\alpha$  a absorção para uma determinada frequência, selecionada para maximização.

O coeficiente de absorção, conforme equação (8.11), pode ser escrito em função da impedância de superfície,  $\tilde{Z}_s = Z_R + jZ_I$ , que é um número complexo de parte real  $Z_R$  e imaginária  $Z_I$ , da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{4Z_R/\rho_o c_o}{(1 + Z_R/\rho_o c_o)^2 + (Z_I/\rho_o c_o)^2}. \quad (8.11)$$

A excitação acústica é definida como um fluxo de massa para uma velocidade de partícula de valor real conhecido, normalmente unitário. Esta excitação ocorre somente nos nós de uma das superfícies de entrada da malha. Estes serão os mesmos nós utilizados para cálculo da impedância. A partir da solução dos valores de pressão média nos nós desta superfície, calcula-se a impedância e o coeficiente de absorção.

Seja então  $\mathbf{p}$  o vetor linha das soluções de pressões em todos os nós na malha e  $\mathbf{q}$  o vetor linha de excitação de velocidade. Cada vetor possui dimensão  $m \times 1$  ( $m$  = número de nós  $\times$  graus de liberdade por nó), sendo que cada nó possui um grau de liberdade (pressão). O vetor  $\mathbf{q}$  possui valores reais iguais a  $q_v$  apenas nos respectivos nós de excitação da superfície. Os demais são nulos. Pode-se separar o vetor complexo  $\mathbf{p}$  em parte real e imaginária, como  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_R + j\mathbf{p}_I$ .

Portanto, o coeficiente de absorção pode ser escrito em função dos valores de pressão dos nós, como:

$$\alpha = \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2}, \quad (8.12)$$

onde  $\mathbf{t}$  é um vetor auxiliar, responsável por tornar a expressão do coeficiente de absorção uma função explícita de  $\mathbf{p}_R$  e  $\mathbf{p}_I$  e, assim, fazer

a média nos nós de interesse através do produto escalar para, desta forma, obter a impedância na superfície. Este vetor é dado por:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_u / (\phi n_{ex} \rho_o c_o q_v), \quad (8.13)$$

onde  $n_{ex}$  é o número de nós que possuem excitação de velocidade. O vetor  $\mathbf{t}_u$  possui as mesmas dimensões de  $\mathbf{q}$ , no entanto seus respectivos valores não nulos devem ser unitários, ou seja,  $\mathbf{t}_u = \mathbf{q}/q_v$ . Portanto, este vetor  $\mathbf{t}$  auxiliará no cálculo do valor médio da impedância de superfície.

A função objetivo será um valor real escalar, em função do vetor de pressão. Esta função pode ser escrita como:

$$F_o = \left[ 1 - \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} \right]^2. \quad (8.14)$$

Conforme a equação (8.5), o vetor de pressão é solução do sistema  $\mathbf{p} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{q}$ . A simbologia T, superescrita, representa a transposição do vetor ou da matriz.

Neste caso de otimização, o número de variáveis está relacionado ao número de elementos. Quanto maior o número de elementos, maior será o número de variáveis que, a princípio, podem ser os diâmetros e comprimentos destes elementos. Problemas com mais de 5 ou 10 mil variáveis serão encontrados, e por isso as técnicas que utilizam o gradiente da função objetivo são mais adequadas para a otimização.

### 8.2.1 Análise de Sensibilidade

Uma das considerações mais importantes no projeto de otimização é a determinação da influência da alteração das variáveis de projeto, ou seja, a determinação da sensibilidade à variação de seus parâmetros. Duas abordagens são possíveis: desenvolver as expressões dos gradientes em relação às equações de sistemas já discretizados ou obtê-las diretamente das equações do meio contínuo, as quais são então discretizadas para efeito de cálculo.

Considere um sistema acústico com número finito de graus de liberdade e comportamento linear para pequenas amplitudes, como no

caso da rede de dutos, discretizados pelo método semi-analítico com solução semelhante aos elementos finitos.

A solução do problema discretizado envolve a solução de um sistema linear de equações descrito de forma resumida como,  $\mathbf{K}(\mathbf{a}_i)\mathbf{p}(\mathbf{a}_i) = \mathbf{q}$ , sendo  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{p}$  dependentes do vetor das variáveis de projeto  $\mathbf{a}_i$ .

A função objetivo definida na equação (8.14) depende tanto de forma explícita das variáveis de projeto quanto de forma implícita, através da solução de  $\mathbf{p}$  da equação de estado. O objetivo da análise de sensibilidade é determinar a dependência total da função objetivo em relação às variáveis de projeto parametrizadas.

Para a rede acústica de dutos, considere que as variáveis de projeto sejam somente os diâmetros  $D_e$  dos elementos. Primeiramente, será descrita a porosidade em função dos diâmetros. Para uma malha plana de dutos, a porosidade em área transversal, pode ser definida como:

$$\phi = \frac{1}{L_a L_b} \sum_{e=1}^{N_e} L_e D_e, \quad (8.15)$$

onde  $L_a$  é a espessura e  $L_b$  a largura total da placa de dutos. O comprimento de cada elemento é dado por  $L_e$ , sendo que esta não é uma variável de projeto. Observe que o índice  $e$  representa o elemento e  $j$  o número complexo  $\sqrt{-1}$ .

Para o cálculo das sensibilidades, pode-se escrever a função objetivo na forma geral,

$$F = F_o(D_e, \mathbf{p}_R, \mathbf{p}_I), \quad (8.16)$$

sendo  $F$  uma função real. Para a análise de sensibilidades pelo método adjunto, normalmente adicionam-se à função objetivo os termos relacionados ao problema dinâmico em equilíbrio da seguinte maneira (Jensen, 2007):

$$F = F_o(D_e, \mathbf{p}_R, \mathbf{p}_I) + \lambda_1^T (\mathbf{K}\mathbf{p} - \mathbf{q}) + \lambda_2^T (\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{p}} - \bar{\mathbf{q}}), \quad (8.17)$$

onde  $\lambda_1^T$  e  $\lambda_2^T$  são dois vetores multiplicadores, ou variáveis adjuntas, e a barra representa o complexo conjugado. Nota-se que são dois métodos adjuntos no mesmo problema devido à parte real e imaginária do vetor

$\mathbf{p} = \mathbf{p}_R + j\mathbf{p}_I$ . Pode-se calcular a sensibilidade da função objetivo em relação à variável  $D_e$ , dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dD_e} = & \frac{\partial F_o}{\partial D_e} + \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} \frac{\partial \mathbf{p}_R}{\partial D_e} + \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I} \frac{\partial \mathbf{p}_I}{\partial D_e} + \dots \\ & + \lambda_1^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p}_R + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{p}_R}{\partial D_e} + j \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p}_I + j \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{p}_I}{\partial D_e} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial D_e} \right) \\ & + \lambda_2^T \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial D_e} \mathbf{p}_R + \bar{\mathbf{K}} \frac{\partial \mathbf{p}_R}{\partial D_e} - j \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial D_e} \mathbf{p}_I - j \bar{\mathbf{K}} \frac{\partial \mathbf{p}_I}{\partial D_e} - \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial D_e} \right). \end{aligned} \quad (8.18)$$

É possível reorganizar os termos, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dD_e} = & \frac{\partial F_o}{\partial D_e} + \lambda_1^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial D_e} \right) + \lambda_2^T \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial D_e} \bar{\mathbf{p}} - \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial D_e} \right) + \dots \\ & + \left( \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} + \lambda_1^T \mathbf{K} + \lambda_2^T \bar{\mathbf{K}} \right) \frac{\partial \mathbf{p}_R}{\partial D_e} \dots \\ & + \left( \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I} + j \lambda_1^T - j \lambda_2^T \bar{\mathbf{K}} \right) \frac{\partial \mathbf{p}_I}{\partial D_e}. \end{aligned} \quad (8.19)$$

Com a intenção de eliminar os termos que envolvem  $\partial \mathbf{p}_R / \partial D_e$  e  $\partial \mathbf{p}_I / \partial D_e$ , anulam-se as duas últimas expressões entre parênteses da equação (8.19),

$$\lambda_1^T \mathbf{K} + \lambda_2^T \bar{\mathbf{K}} = - \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R}, \quad (8.20)$$

$$j \lambda_1^T \mathbf{K} - j \lambda_2^T \bar{\mathbf{K}} = - \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I}. \quad (8.21)$$

Estas duas equações serão utilizadas para encontrar  $\lambda_1^T$  e  $\lambda_2^T$ . Multiplicando a equação (8.21) por  $j$  e subtraindo da equação (8.20), encontra-se:

$$2\lambda_1^T \mathbf{K} = - \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} + j \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I}. \quad (8.22)$$

Realizando a transposição da equação (8.22), obtém-se:



$$\mathbf{K}\boldsymbol{\lambda}_1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} - j\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I}\right)^T, \quad (8.23)$$

sendo  $\mathbf{K}^T = \mathbf{K}$ . Em outro caso, considere a equação (8.21) multiplicada por  $j$ , e adicionada à equação (8.20). Então:

$$2\boldsymbol{\lambda}_2^T \bar{\mathbf{K}} = -\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} - j\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I}. \quad (8.24)$$

Tomando o complexo conjugado da equação (8.24) e comparando o resultado com a equação (8.22) é possível concluir que  $\boldsymbol{\lambda}_2 = \bar{\boldsymbol{\lambda}}_1$ . Considerando  $\boldsymbol{\lambda}_2 = \boldsymbol{\lambda}$ , a expressão final de sensibilidade torna-se:

$$\frac{dF}{dD_e} = \frac{\partial F_o}{\partial D_e} + \boldsymbol{\lambda}^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial D_e} \right) + \bar{\boldsymbol{\lambda}}^T \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial D_e} \bar{\mathbf{p}} - \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial D_e} \right), \quad (8.25)$$

ou alternativamente, pode-se escrever esta equação de uma forma mais simplificada, conforme equação (8.26),

$$\frac{dF}{dD_e} = \frac{\partial F_o}{\partial D_e} + 2\text{Re} \left[ \boldsymbol{\lambda}^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p} - \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial D_e} \right) \right]. \quad (8.26)$$

Como o vetor de forças nodais é apenas imposto, este não depende da variável  $D_e$ , então tem-se:

$$\frac{dF}{dD_e} = \frac{\partial F_o}{\partial D_e} + 2\text{Re} \left[ \boldsymbol{\lambda}^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p} \right) \right], \quad (8.27)$$

sendo que  $\text{Re}[\cdot]$  representa a parte real e  $\boldsymbol{\lambda}$  é solução do problema adjunto dado por:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\lambda} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} - j\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I}\right)^T. \quad (8.28)$$

A função objetivo  $F = F_o(D_e, \mathbf{p}_R, \mathbf{p}_I)$ , dada pela equação (8.14), é uma função explícita da variável diâmetro (através da porosidade) e implícita em relação às pressões, pois  $\mathbf{p} = \mathbf{p}(D_e)$ .

O primeiro termo explícito da equação (8.27) é o mais simples de ser encontrado e pode ser escrito como:

$$\frac{\partial F_o}{\partial D_e} = \frac{\partial F_o}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial D_e}. \quad (8.29)$$

Conforme definida a porosidade na equação (8.15), pode-se encontrar  $\partial \phi / \partial D_e$ ,

$$\frac{\partial \phi}{\partial D_e} = \frac{L_e}{L_a L_b}. \quad (8.30)$$

Para facilitar a notação, é importante ressaltar que os vetores foram denotados em negrito, como por exemplo  $\mathbf{p}_R$ ,  $\mathbf{p}_I$  e  $\mathbf{t}$ . Portanto, a derivada parcial explícita da função objetivo em relação aos diâmetros, é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_o}{\partial D_e} = 2 \frac{L_e}{L_a L_b} \left[ 1 - \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} \right] & \left[ \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t} / \phi}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} + \dots \right. \\ & \left. + \frac{8\mathbf{p}_R^T \mathbf{t} \left( (1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t})(-\mathbf{p}_R^T \mathbf{t} / \phi) + (\mathbf{p}_I^T \mathbf{t})(-\mathbf{p}_I^T \mathbf{t} / \phi) \right)}{([1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (8.31)$$

O segundo termo da equação (8.27) deve ser encontrado através do método adjunto, o qual utiliza as matrizes de mobilidade elementares do problema dinâmico. Antes de encontrar  $\lambda$ , a partir do sistema da equação (8.28), deve-se obter analiticamente  $\partial F_o / \partial \mathbf{p}_R$  e  $\partial F_o / \partial \mathbf{p}_I$ , as quais são as derivadas parciais da função objetivo em relação às partes real e imaginária do vetor pressão  $\mathbf{p}$ . Desta forma, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_R} = 2 \left[ 1 - \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} \right] & \left[ \frac{-4\mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} + \dots \right. \\ & \left. + \frac{8(\mathbf{p}_R^T \mathbf{t})(1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t})\mathbf{t}}{([1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2)^2} \right], \end{aligned} \quad (8.32)$$

$$\frac{\partial F_o}{\partial \mathbf{p}_I} = 2 \left[ 1 - \frac{4\mathbf{p}_R^T \mathbf{t}}{[1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2} \right] \left[ \frac{8(\mathbf{p}_R^T \mathbf{t})(\mathbf{p}_I^T \mathbf{t})\mathbf{t}}{([1 + \mathbf{p}_R^T \mathbf{t}]^2 + [\mathbf{p}_I^T \mathbf{t}]^2)^2} \right]. \quad (8.33)$$

A partir da obtenção de  $\lambda$ , através da equação (8.28), o único termo que resta ser encontrado na equação (8.27) é  $\partial \mathbf{K} / \partial D_e$ . Como esta derivada parcial da matriz global é em relação a um parâmetro do elemento  $e$ , os termos da derivada da matriz que estão relacionados a outros elementos serão todos nulos. Por isso, esta derivada parcial pode ser realizada ao nível do elemento, obtendo-se:

$$\text{Re} \left[ \lambda^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial D_e} \mathbf{p} \right) \right] = \text{Re} \left[ \lambda_e^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial D_e} \mathbf{p}_e \right) \right], \quad (8.34)$$

na qual  $\mathbf{p}_e$  e  $\lambda_e$  são vetores de 2 linhas e  $\partial \mathbf{K}_e / \partial D_e$  é uma matriz de 2 linhas por 2 colunas.

Para um elemento de área de seção reta constante é possível obter  $\partial \mathbf{K}_e / \partial D_e$  analiticamente, diferenciando a equação (8.2) em relação ao diâmetro do elemento. Na equação (8.2), note que a constante de propagação  $\Gamma_e$  é uma função de várias outras equações, as quais dependem do diâmetro através do número de onda de cisalhamento  $s$  (número de Stokes). Por isso, esta derivada analítica apresenta uma quantidade enorme de termos. Desta forma, optou-se por realizar o cálculo de  $\partial \mathbf{K}_e / \partial D_e$  utilizando diferenças finitas. Portanto, tem-se que

$$\frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial D_e} = \frac{\mathbf{K}_e(D_e + \Delta d) - \mathbf{K}_e(D_e)}{\Delta d}, \quad (8.35)$$

na qual  $\Delta d$  é o incremento no valor do diâmetro de cada elemento. O valor utilizado para este incremento é  $\Delta d = 5 \times 10^{-5} D_e$ .

Como este método utiliza derivadas analíticas para algumas equações, assim como diferenças finitas para  $\partial \mathbf{K}_e / \partial D_e$ , este é considerado um método semi-analítico. Desta forma é possível encontrar o gradiente da função objetivo, dada pela equação (8.27).

Toda esta análise de sensibilidade foi desenvolvida para a otimização em uma única frequência, ou seja,  $F = F(\omega_1)$ . Para  $n_f$  frequências, o problema de otimização torna-se multiobjetivo, sendo que esta nova função pode ser normalizada e descrita da seguinte forma:

$$F_m = \frac{100}{F(\omega_r)} \sum_{m=1}^{n_f} a_m F(\omega_m), \quad (8.36)$$

na qual  $F(\omega_r)$  é o valor da função objetivo original para uma frequência de referência  $\omega_r$  e  $a_m$  é o fator de peso para cada frequência. Observa-se que a soma de  $a_m$  deve ser unitária, sujeita à:

$$\sum_{m=1}^{n_f} a_m = 1, \quad (0 < a_m < 1). \quad (8.37)$$

O gradiente da nova função será a soma dos gradientes das funções objetivo originais, para as respectivas frequências, ou seja:

$$\frac{dF_m}{dD_e} = \frac{100}{F(\omega_r)} \sum_{m=1}^{n_f} a_m \frac{dF(\omega_m)}{dD_e}. \quad (8.38)$$

### 8.2.2 Otimização por Programação Sequencial Convexa.

Na resolução de problemas de programação não-linear, a dimensão do problema ou sua estrutura pode constituir um obstáculo difícil de ser transposto. Muitos algoritmos foram desenvolvidos para programação não-linear e a maioria utiliza a informação das derivadas segundas (matrizes hessianas). Por isso as suas aplicabilidades são limitadas a problemas de médio porte. Algoritmos que utilizam basicamente a informação das derivadas primeiras (gradientes), normalmente são mais fáceis de serem implementados e reduzem consideravelmente o custo computacional.

Neste trabalho, será utilizada uma metodologia de otimização baseada em programação não-linear onde a cada passo do processo iterativo um subproblema estritamente convexo é gerado por aproximação e posteriormente resolvido. A geração destes subproblemas é controlada por assíntotas móveis, segundo proposta de Svanberg (1987), que originou o Método das Assíntotas Móveis.

O Método das Assíntotas Móveis (MMA) é uma das mais recentes estratégias desenvolvidas no final da década de 80 a partir de

uma série de aprimoramentos e estudos nas técnicas de otimização, cuja data de motivação inicial coincide com o surgimento da era digital na década de 40.

Os métodos baseados no gradiente da função objetivo surgiram na década de 60 como critério de programação e otimalidade, e pode-se citar nesta linha a programação sequencial linear (SLP), os métodos de direção viável e técnicas de minimização sequencial irrestritas (Kelley, 1960; Zoutendijk, 1960).

A programação sequencial quadrática (SQP) tornou-se popular no final da década de 70 como uma generalização do método de Newton para otimização irrestrita, na qual minimiza-se sequencialmente um modelo quadrático local da função objetivo (Wilson, 1963).

O Método de Assíntotas Móveis apresenta princípio semelhante aos métodos SLP e SQP pois soluciona problemas suaves de otimização não-linear, através de uma sequência de simples aproximações da função objetivo. No entanto, o método MMA introduz uma curvatura tanto na função objetivo quanto nas funções de restrição do subproblema. Esta curvatura é atualizada durante as iterações internas uma vez que as funções aproximadoras são conservativas, não sendo assim necessária a execução de nenhuma busca em linha como nos métodos SLP e SQP. O MMA desenvolve e soluciona um subproblema aproximando estritamente convexo a cada passo do processo iterativo. A geração destes subproblemas é controlada através das chamadas assíntotas móveis, as quais podem estabilizar e acelerar a convergência do processo geral (Svanberg, 1987). A solução de uma sequência de subproblemas deve convergir em direção à solução do problema original.

Deve-se mencionar que o MMA pode ser aplicado com sucesso aos problemas com um grande número de variáveis e restrições de desigualdade, sem a necessidade do cálculo das matrizes hessianas (segunda derivada) da função objetivo.

Em cada iteração ( $k$ ), um novo ponto de partida é obtido. Em seguida, um subproblema aproximando explícito é gerado. Neste subproblema, a função objetivo exata é substituída pela aproximação de uma função convexa. Esta aproximação é baseada principalmente em informações do gradiente no ponto de iteração atual, mas também implicitamente nas informações dos pontos iterativos anteriores.

A cada ponto de iteração o subproblema é resolvido por um método dual ou por um algoritmo de ponto interior (algoritmo primal-dual). A partir da solução local do subproblema, obtém-se um ponto ótimo atual, o qual torna-se o ponto inicial da iteração seguinte. Em

seguida, um novo subproblema é gerado até que atinja-se o critério de convergência. O desenvolvimento da teoria do MMA tem como base uma expansão em série de Taylor de primeira ordem, da função objetivo e das funções de restrição. Basicamente, um subproblema convexo explícito é gerado para aproximar um problema não linear implícito. Portanto, o problema de otimização pode ser estruturado de uma forma geral, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && F_0(x) \\ &\text{Sujeito a:} && F_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, Nc; \\ & && 0 < x_{\min} \leq x_e \leq x_{\max}, \quad e = 1, \dots, Nv, \end{aligned} \quad (8.39)$$

onde  $Nc$  é o número de restrições e  $Nv$  o número de variáveis, o qual pode ser igual ou maior que o número de elementos.

As funções  $F_i$  representam as restrições delimitadas pela desigualdade e as variáveis de projeto terão como restrições laterais  $x_{\min}$  e  $x_{\max}$ . As funções implícitas  $F_i$  são aproximadas pelas funções explícitas  $\tilde{F}_i^{(k)}$ , os quais são caracterizadas por serem separáveis e convexas. A escolha dessas funções aproximadoras é baseada em cálculos prévios dos valores das funções objetivo e seus gradientes. Pode-se, então, modificar o problema anterior de otimização para:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && \tilde{F}_0^{(k)}(x) \\ &\text{Sujeito a:} && \tilde{F}_i^{(k)}(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, Nc; \\ & && 0 < x_{\min} \leq x_e \leq x_{\max}, \quad e = 1, \dots, Nv, \end{aligned} \quad (8.40)$$

em que o superíndice  $(k)$  é o número da iteração atual e o vetor  $x^k$  são as variáveis no ponto atual do problema de otimização. No MMA, cada função de aproximação  $\tilde{F}_i^{(k)}(x^k)$  é obtida pela linearização de  $F_i(x)$ , através de variáveis na forma  $1/(U_e - x_e)$  e  $1/(x_e - L_e)$ . Estas dependem do sinal das derivadas em  $x^{(k)}$ , sendo que  $U_e$  e  $L_e$  são parâmetros denominados assíntotas móveis que devem satisfazer  $L_e < x_e^k < U_e$ . A função de aproximação das restrições é dada por:

$$\tilde{F}_i^{(k)}(x) = \sum_{e=1}^{Nv} \left( \frac{\alpha_i}{U_e - x_e} + \frac{\beta_i}{x_e - L_e} \right) + \gamma_i; \quad (i = 0, \dots, Nc), \quad (8.41)$$

É importante comentar que  $\gamma_i$  é escolhido de tal forma que  $\tilde{F}_i^{(k)}(x^k) = F_i^{(k)}(x^k)$ , para  $i = 0, \dots, Nc$ . Os valores de  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são escolhidos da seguinte maneira:

$$\text{Se } \frac{\partial F_i}{\partial x_e} > 0, \text{ em } x^k, \text{ então } \begin{cases} \alpha_i = (U_e - x_e^k)^2 \frac{\partial F_i}{\partial x_e}(x^k) \\ \beta_i = 0 \end{cases}; \quad (8.42)$$

$$\text{Se } \frac{\partial F_i}{\partial x_e} < 0, \text{ em } x^k, \text{ então } \begin{cases} \alpha_i = 0 \\ \beta_i = -(x_e^k - L_e)^2 \frac{\partial F_i}{\partial x_e}(x^k) \end{cases}, \quad (8.43)$$

na qual as aproximações convexas de uma função exemplo são apresentadas na Figura 8.19, considerando  $i = 0, \dots, Nc$ .

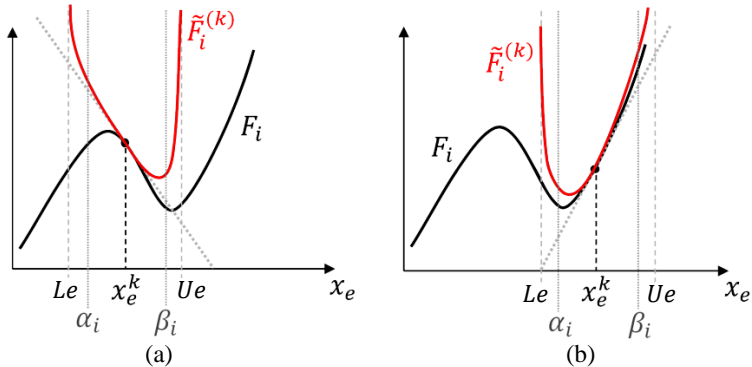


Figura 8.19: Aproximação convexa para derivada negativa,  $\partial F_i / \partial x_e < 0$ , (a) e positiva,  $\partial F_i / \partial x_e > 0$ , (b).

As fronteiras representadas pelas assíntotas  $L_e$  e  $U_e$  são dadas por valores finitos, atualizados a cada iteração ( $k$ ). Assim que o procedimento de otimização aproxima-se do ponto ótimo do problema original, estas assíntotas tornam-se cada vez mais próximas, até o momento da convergência da solução, e obtenção do ponto ótimo. Pode-se observar que quando  $L = 0$  e  $U \rightarrow \infty$ , esta aproximação torna-se a mesma empregada no método de linearização convexa, conhecida como CONLIN (Fleury, 1993). Caso  $L \rightarrow \infty$  e  $U = 0$ , as aproximações tornam-se lineares, como no método SLP. A grande vantagem da utilização do método MMA é que as funções  $\tilde{F}_i(x)$  são convexas, e desta forma, aproximam-se de maneira fechada do comportamento da

função objetivo, assim como as funções de restrição. Cada subproblema possui uma solução passível de ser encontrada, sem grande custo computacional.

Para a otimização da rede de dutos, tem-se interesse em desenvolver um problema com restrição pelo fato de que a porosidade máxima da rede de dutos deve ser menor do que 1. Basicamente, esta é uma restrição de volume, dada por:

$$F_i(D_e) = \sum_{e=1}^{N_e} L_e D_e - V_{max}, \quad i = 1, \quad (8.44)$$

na qual tem-se o volume máximo dado por:  $V_{max} = L_a L_b$ . Além disso, deve-se considerar as restrições laterais das variáveis de cada elemento. Pode-se, então, formular o problema de otimização da seguinte maneira, cujas variáveis são o diâmetro dos dutos, ou seja:

Minimizar  $F_m(D_e)$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a: } & F_i(D_e) \leq 0, \quad i = 1; \\ & 0 < D_{min} \leq D_e \leq D_{max}, \quad e = 1, \dots, N_v. \end{aligned} \quad (8.45)$$

Neste caso, o número de variáveis é igual ao número de elementos,  $N_v = N_e$ , e o número de restrições de desigualdade é igual a um.

Em relação aos resultados de otimização obtidos, serão apresentados no item a seguir duas configurações utilizando o ar atmosférico e uma configuração utilizando o gás R134a.

### 8.2.3 Resultados de Otimização

Será apresentada a primeira configuração considerando o ar atmosférico como fluido, cujo domínio de projeto é dado pela malha plana de elementos de dutos observada na Figura 8.20.



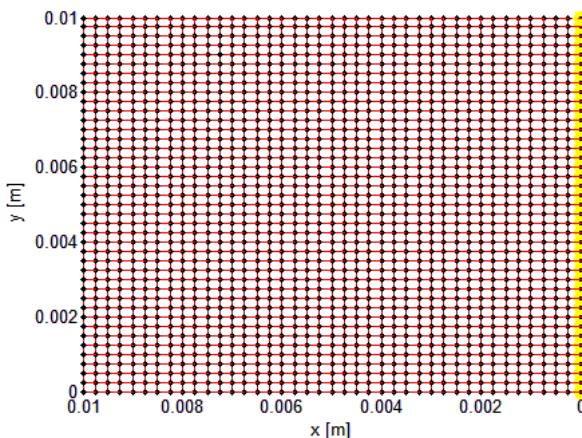


Figura 8.20: Primeiro domínio de projeto para o ar atmosférico.

Observa-se que esta é uma malha quadrada de dimensões 10 mm de largura por 10 mm de espessura. Cada elemento possui comprimento  $L_e = 250 \mu\text{m}$  considerando que os dutos adjacentes apresentam comprimento equivalente  $L'_e$ , os quais dependem dos diâmetros dos dutos principais, conforme comentado no item 8.1. Ao todo são 3240 elementos sendo que cada elemento possui apenas uma variável, o diâmetro. Logo, no total serão então  $Nv = 3240$  variáveis. A indexação dos elementos inicia-se próximo dos nós de excitação (pontos amarelos), com elemento de número 1 até 3240.

O método de diferenças finitas pleno, para análise de sensibilidade, é eficaz somente para um pequeno número de variáveis (menor que 10), considerando rápida avaliação computacional da função objetivo (segundos, ou poucos minutos). No entanto, neste caso, seria necessário avaliar a função objetivo no mínimo 3241 vezes ( $Nv + 1$ ) para obter a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto, sem considerar a avaliação das funções de restrição. Isto torna-se totalmente inviável nesta aplicação. Para validar o método semi-analítico desenvolvido, é comum avaliar o gradiente e comparar com o método de diferenças finitas pleno, conforme a Figura 8.21.

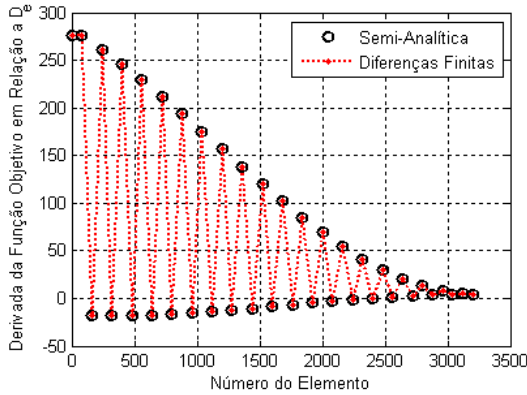


Figura 8.21: Comparação do gradiente da função objetivo pelo método semi-analítico e por diferenças finitas para alguns elementos.

Nota-se grande concordância entre os resultados obtidos para o gradiente da função objetivo, dada pela equação (8.38), pelo método de diferenças finitas e pelo método semi-analítico. A função objetivo dada pela equação (8.36) é avaliada neste caso para duas frequências,  $f_1 = 500$  Hz e  $f_2 = 5$  kHz, sendo que o peso de cada frequência é respectivamente  $a_1 = 0,6$  e  $a_2 = 0,4$ . O critério de parada é tal que:

$$\left| \left( \left\| \frac{dF_m^{(k)}}{dD_e} + \frac{dF_i^{(k)}}{dD_e} \right\| / \left\| \frac{dF_{mref}}{dD_e} \right\| \right) \right| \leq \epsilon \quad \text{ou} \quad (k) > It_{max}, \quad (8.46)$$

na qual a norma de um vetor  $f$  qualquer é dado por  $\|f\| = \sqrt{f_1^2 + \dots + f_n^2}$ .  $It_{max}$  é o número máximo de iterações,  $\epsilon$  o valor do critério de convergência e  $dF_{mref}/dD_e$  a derivada da função objetivo para um conjunto de variáveis de referência, pertencente ao domínio viável. Como geometria inicial no projeto de otimização, considerou-se  $D_e = 200$   $\mu\text{m}$  para todos os elementos. É importante comentar que tem-se utilizado  $It_{max} = 1000$  iterações e  $\epsilon = 0,001$ . Para o primeiro caso, com ar atmosférico, a curva de convergência é observada na Figura 8.22. Observa-se que houve convergência após 493 iterações e que a função objetiva apresenta resultado praticamente constante nas ultimas 100 iterações.

A variáveis diâmetro estão sujeitas a restrições laterais dadas por  $1 \mu\text{m} \leq D_e \leq 250 \mu\text{m}$ , para  $e = 1, \dots, Nv$ . O diâmetro máximo está atrelado ao próprio espaço físico possível em uma geometria real.

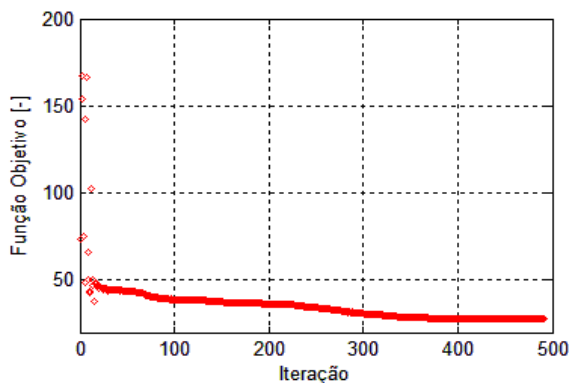


Figura 8.22: Primeira curva de convergência para ar atmosférico.

O coeficiente de absorção otimizado, assim como a curva de absorção para a estimativa inicial são vistos na Figura 8.23. O tempo total de processamento é de aproximadamente 60 minutos.

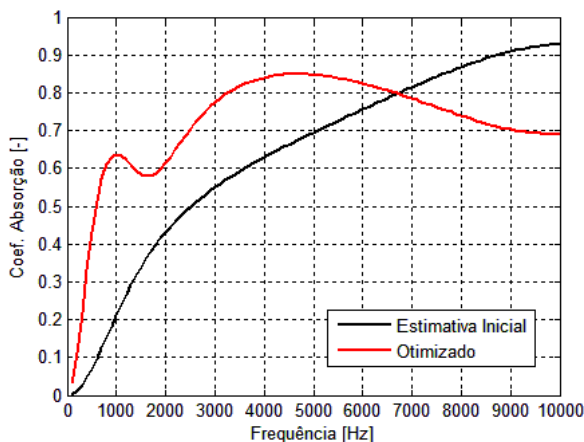


Figura 8.23: Coeficiente de absorção otimizado para a primeira configuração com ar atmosférico.

É importante ressaltar que a função objetivo considerou a maximização da absorção para as frequências de 500 Hz e 5 kHz, cujos valores de absorção encontrados são respectivamente 0,43 e 0,85. A solução do problema de otimização é dado pelo conjunto de diâmetros final, cujas dimensões podem ser visualizadas na Figura 8.24.

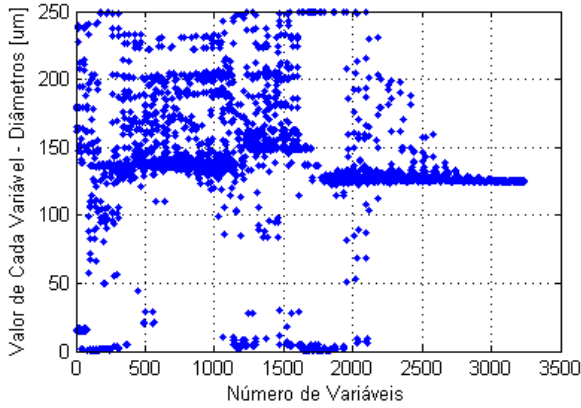


Figura 8.24: Variáveis da solução do problema de otimização para a primeira configuração com ar atmosférico.

A configuração de solução encontrada está apresentada em uma malha de distribuição dos diâmetros com escala de cores, de acordo com a Figura 8.25.

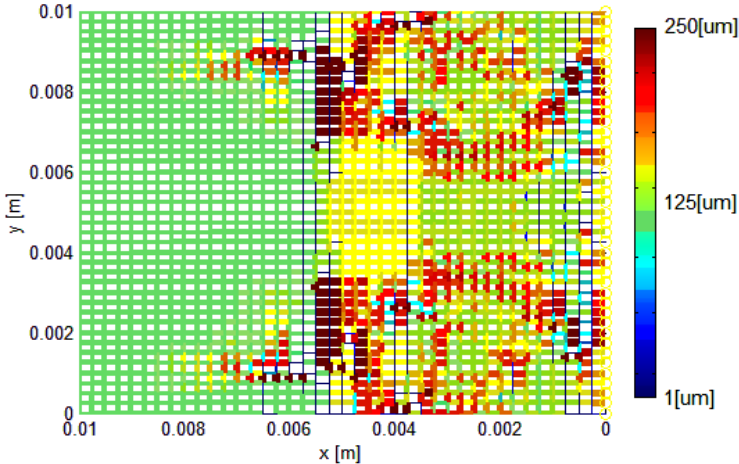


Figura 8.25: Malha da primeira configuração de solução para ar atmosférico.

Quanto maior o diâmetro do elemento, maior a espessura de sua linha representativa e mais próximo do vermelho será a sua coloração. Os elementos de menor diâmetro apresentam linhas menos espessas, representadas na cor azul.

Pode-se notar uma certa simetria na distribuição no diâmetro dos dutos ao longo da malha da Figura 8.25. Isto se deve à própria formulação do problema, na qual a análise de sensibilidade baseia-se na matriz de mobilidade global, sendo esta uma matriz simétrica.

Novamente para o ar atmosférico, um outro domínio de projeto foi definido, de acordo com a Figura 8.26.

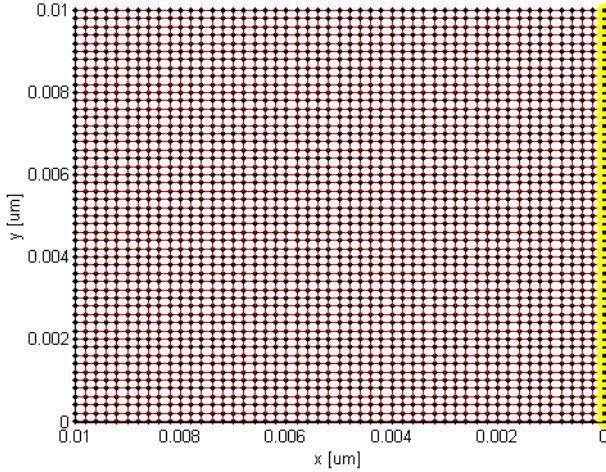


Figura 8.26: Segundo domínio de projeto para ar atmosférico.

Nesta malha, cada elemento de duto possui comprimento  $L_e = 200 \mu\text{m}$ , considerando um total de 5050 elementos  $e$ , portanto,  $Nv = 5050$  variáveis.

A função objetivo foi avaliada nas frequências  $f_1 = 400 \text{ Hz}$  e  $f_2 = 6 \text{ kHz}$ , sendo que o peso de cada frequência é, respectivamente,  $a_1 = 0,5$  e  $a_2 = 0,5$ . Como estimativa inicial no projeto de otimização, considerou-se  $D_e = 150 \mu\text{m}$  para todos os elementos. Neste caso, as variáveis diâmetro estão sujeitas a restrições laterais dadas por  $1 \mu\text{m} \leq D_e \leq 200 \mu\text{m}$ , para  $e = 1, \dots, Nv$ .

Para o segundo caso com ar atmosférico, a curva de convergência é observada na Figura 8.27. Pode-se verificar que houve convergência após 864 iterações.

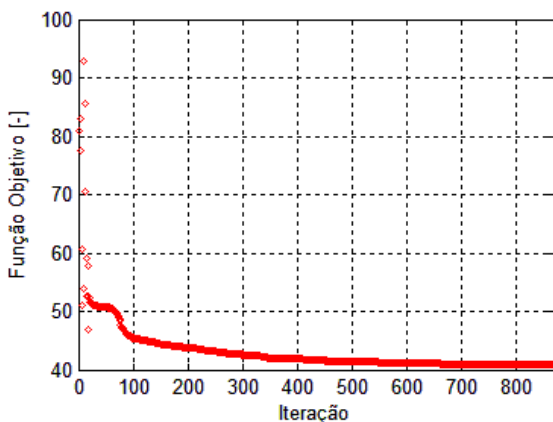


Figura 8.27: Segunda curva de convergência para ar atmosférico.

O coeficiente de absorção otimizado, assim como a curva de absorção para a estimativa inicial são vistos na Figura 8.28. O tempo total de processamento é de aproximadamente 2 horas e 20 minutos.

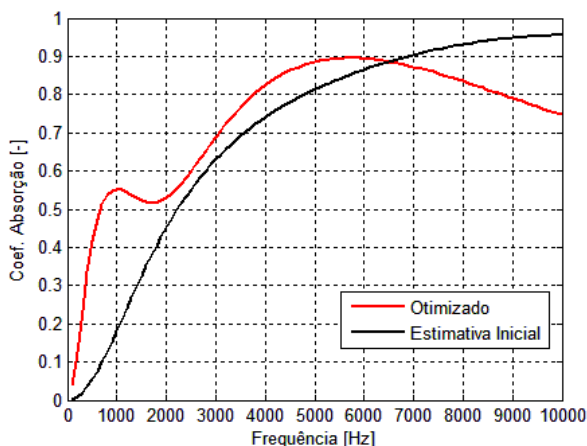


Figura 8.28: Coeficiente de absorção otimizado para a primeira configuração com ar atmosférico.

Para as frequências escolhidas como objetivo de maximização, foram encontrados os valores de absorção de 0,34 em 400 Hz e 0,89 em 6 kHz. Este resultado é semelhante ao da Figura 8.23, no entanto, a alteração do domínio de projeto, a modificação das frequências de

otimização, o peso de cada uma e as restrições influenciaram na pequena alteração desta curva, assim como o resultado final das variáveis ótimas de projeto. Anteriormente, na Figura 8.23, o máximo de absorção encontrava-se próximo da frequência de 5 kHz e neste segundo caso encontra-se próximo de 6 kHz sendo esta uma das frequências alvo para cada problema. A baixa frequência apresenta sempre maior dificuldade de obter elevados coeficientes de absorção, pelo fato do material não conseguir acomodar grandes comprimentos de onda na sua espessura. No entanto, o algoritmo maximizou este primeiro alvo em baixa frequência de tal modo que gerou-se um primeiro lóbulo abaixo de 2 kHz, em ambos os casos.

Para este segundo caso com ar atmosférico, a solução do problema de otimização é dado pelo conjunto de diâmetros finais, cujas dimensões estão plotadas na Figura 8.29.

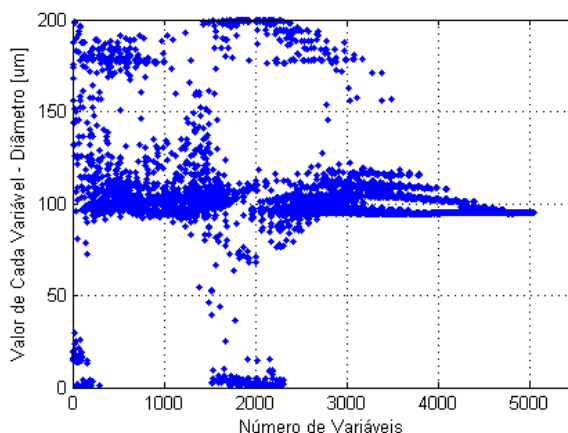


Figura 8.29: Variáveis da solução do problema de otimização para a segunda configuração com ar atmosférico.

A distribuição dos diâmetros ao longo da malha é vista na Figura 8.30, em escala de cores. Nota-se que existe uma grande quantidade de diâmetros com dimensões próximas de 95 µm distribuídos ao longo da malha, como se fosse uma matriz principal. Os outros elementos assemelham-se à inclusões localizadas, a maioria de diâmetros maiores próximos ao centro da estrutura e a lateral de excitação. Conclui-se que estas são as regiões de maior sensibilidade.

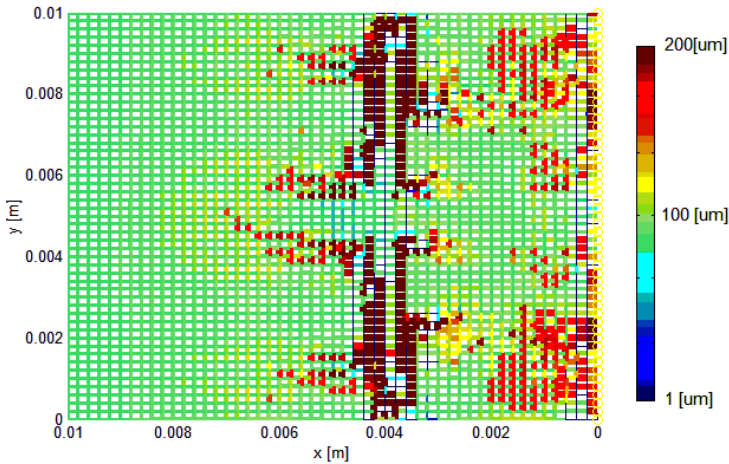


Figura 8.30: Malha da segunda configuração de solução para ar atmosférico.

Para o exemplo de otimização com gás R134a, cujas propriedades termodinâmicas estão mostradas na Tabela 7.6, utilizou-se o domínio de projeto da malha mostrada na Figura 8.26. Neste caso, a função objetivo foi avaliada nas frequências  $f_1 = 300$  Hz e  $f_2 = 2$  kHz, sendo que o peso de cada frequência é respectivamente  $a_1 = 0,6$  e  $a_2 = 0,4$ . As variáveis diâmetro estão sujeitas à restrições laterais dadas por  $1 \mu\text{m} \leq D_e \leq 200 \mu\text{m}$ , para  $e = 1, \dots, Nv$ , sendo que  $Nv = 5050$  variáveis. O projeto de otimização apresenta como estimativa inicial  $D_e = 60 \mu\text{m}$  para todos os elementos da malha. O comprimento de cada elemento é  $200 \mu\text{m}$ , de acordo com a Figura 8.26.

Neste caso, foram selecionadas duas frequências discretas (300 Hz e 2 kHz) com o objetivo de maximização da absorção. Este material apresenta uma espessura relativamente pequena (10 mm).

Para este processo de otimização, a curva de convergência é vista na Figura 8.31, para a qual foram necessárias 927 iterações até encontrar o ponto ótimo de solução do problema.



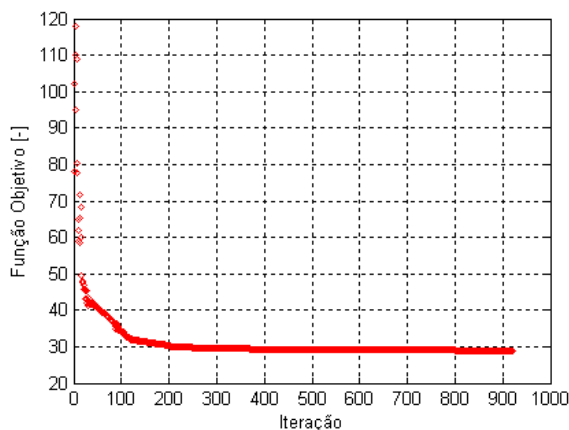


Figura 8.31: Curva de convergência para o gás R134a.

O respectivo algoritmo de otimização levou à seguinte curva de coeficiente de absorção, visualizada na Figura 8.32.

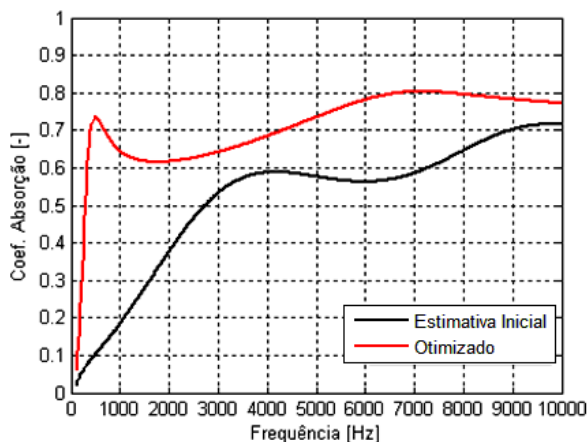


Figura 8.32: Coeficiente de absorção otimizado para o gás R134a.

O coeficiente de absorção em 300 Hz é 0,53 e em 2 kHz é 0,62. Nota-se que mesmo com apenas estas duas frequências como alvo de maximização, o coeficiente de absorção manteve-se elevado para frequências acima de 3 kHz, o qual não seria necessariamente esperado. Até a frequência de 3 kHz, é possível notar um grande acréscimo no coeficiente de absorção, comparado com a estimativa inicial, cujos

diâmetros eram de  $60\text{ }\mu\text{m}$ . O conjunto de variáveis da solução final é visto na Figura 8.33, na qual observa-se grande quantidade de elementos com  $127\text{ }\mu\text{m}$  de diâmetro.

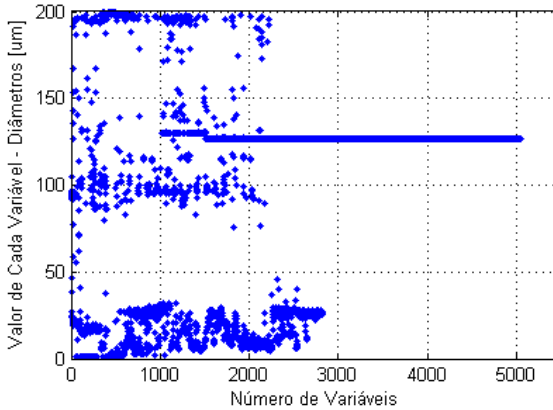


Figura 8.33: Variáveis da solução do problema de otimização para gás R134a.

Finalmente, através da escala de cores da malha observada na Figura 8.34, pode-se visualizar o rearranjo dos dutos no domínio de projeto.

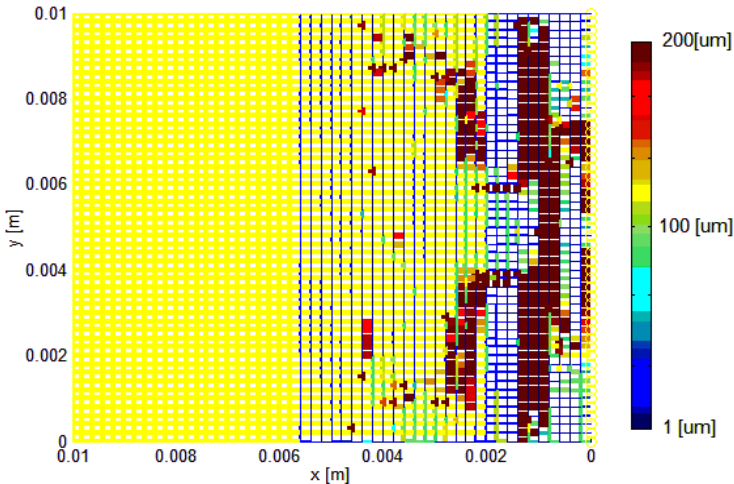


Figura 8.34: Malha da configuração de solução para gás R134a.

Pode-se observar claramente na Figura 8.34 que o algoritmo de otimização buscou restringir a entrada da malha com dutos de pequeno

diâmetro. Desta forma, houve a possibilidade de elevar consideravelmente o coeficiente de absorção na banda de frequência de 300 Hz até 2 kHz.

Este efeito é semelhante à aplicação de películas finas resistivas sob a superfície de materiais porosos, quando deseja-se maior absorção em baixa frequência (Cox e D'Antonio, 2009; Ingard 2009).

### 8.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados conceitos, formulações e aprimoramentos em relação ao modelo de redes de poros, inicialmente proposto por Eerden (2000). Podem ser citados três aprimoramentos: O primeiro consiste na possibilidade de uma malha tridimensional, observando que a proposta por Eerden apresentada, possuía apenas o domínio bidimensional. O segundo aprimoramento está relacionado à possibilidade de variar a geometria ao longo do poro, e além disso os dutos ou poros podem apresentar dimensões diferentes ao longo da malha. No modelo de Eerden, todos os dutos eram obrigatoriamente iguais e cilíndricos, havendo apenas a exclusão randômica de certa quantidade de dutos, para obter melhor coeficiente de absorção, sem otimização. Estes modelos de dutos retos também foram validados com os resultados do Comsol 4.2a, em elementos finitos viscotérmicos FLNS.

O terceiro aprimoramento consiste no desenvolvimento da análise de sensibilidades para a obtenção do gradiente da função objetivo e otimização. Esta função objetivo é relacionada à maximização do coeficiente de absorção para frequência selecionada de acordo com a variação de cada um dos diâmetros dos poros na malha. Esta função gradiente é utilizada no método de otimização conhecido como método das assíntotas móveis, apresentado por Svanberg (1987). Este método é bastante eficiente em problemas com grande número de variáveis, como neste caso. Buscou-se obter elevados coeficientes de absorção em baixa frequência (menor que 1 kHz) para pequenas espessuras de material (10 mm), sem que houvesse grandes perdas no nível de absorção em alta frequência. Soluções interessantes puderam ser encontradas para o material exposto ao ar atmosférico e gás R134a. Este materiais otimizados apresentaram formas praticamente simétricas no plano, o que

facilitaria a produção do material através de um método de impressão a laser ou através de sobreposição de finas placas perfuradas.

Nota-se que através dos resultados obtidos, existe certa matriz de diâmetros semelhantes ao longo da malha do material. Esta impede que a absorção em altas frequências seja bruscamente reduzida. As inclusões de maiores ou menores diâmetros favorecem o aumento do coeficiente de absorção nas baixas frequências, devido aos caminhos de maior ou menor inércia e à presença de parâmetros concentrados durante a propagação acústica no interior dos canais.

## CAPITULO 9

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou a caracterização e otimização da absorção sonora de materiais porosos de estrutura rígida com foco macroscópico e na microestrutura do material.

Uma ampla revisão dos modelos analíticos mais relevantes foi apresentada e observou-se que a complexidade dos modelos aumenta de acordo com o número de parâmetros macroscópicos necessários. Os modelos de até 5 parâmetros como o de Johnson-Champoux e Lafarge são adequados para caracterização acústica de materiais porosos de estrutura rígida, no entanto uma série de procedimentos experimentais devem ser realizados para a obtenção dos parâmetros como resistividade ao fluxo, porosidade, tortuosidade e comprimentos característicos térmicos e viscosos. Observou-se que é importante avaliar as condições termodinâmicas e o tipo de fluido no cálculo do coeficiente de absorção, pois estas propriedades alteram todo o mecanismo dissipativo térmico e viscoso do material e sua curva de absorção sonora.

Para a determinação dos parâmetros macroscópicos foram apresentadas duas possibilidades importantes. Primeiramente, o método direto, com o qual os parâmetros são obtidos através de procedimentos experimentais normatizados ou descritos na literatura, e o método inverso, onde ferramentas de otimização e ajuste de modelo analítico são utilizadas para resgatar a impedância de superfície experimental e os parâmetros desejados. Este segundo método também pode ser utilizado quando a bancada experimental não contempla a medição de todos os parâmetros necessários. Dentre os métodos apresentados, o procedimento mais adequado de medição da resistividade está de acordo com a norma ISO 9053 (1991) para um fluxo oscilatório, sendo necessária precaução com a sensibilidade em baixa frequência dos transdutores utilizados. O método de medição da resistividade com dois microfones, proposto por Ingard (2009), possui grande facilidade construtiva apesar da sua maior incerteza. A medição da tortuosidade e comprimentos característicos foi realizada utilizando o método de ultrassom e algumas simplificações propostas por Fohr *et al.* (2008). No entanto, foram observadas limitações para amostras muito densas, ou poros menores que 10  $\mu\text{m}$ . Para a obtenção da tortuosidade, apenas o ar atmosférico como fluido é suficiente. Com a necessidade da estimativa dos comprimentos característicos, outro gás é necessário, como por exemplo o hélio. Com propriedades de gases diferentes, pode-se

resolver um sistema de duas equações e duas incógnitas e encontrar os comprimentos característicos experimentalmente.

A caracterização de amostras porosas típicas, assim como as produzidas por metalurgia do pó, foi realizada com sucesso observando boa concordância entre os resultados experimentais de absorção por incidência normal e o modelo semi-fenomenológico de Johnson-Lafarge

O método inverso é um procedimento bastante prático e confiável, no entanto aconselha-se precaução na escolha das restrições mais adequadas, através do prévio conhecimento do tipo de material e a estrutura que o compõe.

Foram desenvolvidos microfones e pré-amplificadores de baixo custo com o intuito de validar o modelo semi-fenomenológico de Johnson-Lafarge para o gás R134a. Esta verificação foi realizada com sucesso e nota-se grande variação da curva de absorção de acordo com o tipo de gás.

O método de elementos finitos clássico de propagação acústica é adequado para representar a dissipação de um material poroso de estrutura rígida, modelado como um fluido equivalente. Uma comparação foi validada experimentalmente para um filtro acústico de geometria simplificada. Geometrias complexas de material poroso podem ser avaliadas numericamente com grande precisão, se houver um prévio conhecimento de seus parâmetros macroscópicos.

Foram observadas incertezas no procedimento de otimização da absorção, utilizando como variáveis os parâmetros macroscópicos do modelo semi-fenomenológico (fluido equivalente). A fabricação de um material de absorção que possui tais parâmetros macroscópicos otimizados pode ser construtivamente impossível ou inviável. Além disso, a partir desta otimização, não há uma microestrutura porosa previamente definida a qual direcione a um processo de fabricação adequado. A partir desta dificuldade, foram desenvolvidos modelos analíticos e numéricos viscotérmicos com o intuito de promover uma conexão entre a microgeometria do material, os parâmetros macroscópicos e as características de absorção sonora.

Com este enfoque foram apresentadas três abordagens. A primeira corresponde ao modelo de matriz de transferência acústica, com a implementação dos termos de dissipação viscotérmica analítica de acordo com o tipo de seção de área, variável na direção de propagação.

A partir de uma geometria de poro qualquer axissimétrica, pôde-se obter formulações para a extração dos parâmetros macroscópicos e validou-se a impedância de superfície e o coeficiente de absorção do

modelo de matriz de transferência proposto com o modelo clássico de Johnson-Lafarge.

A segunda abordagem refere-se ao modelo numérico viscotérmico FLNS implementado no *software* comercial Comsol 4.2a. A fim de comparação com o modelo de matriz de transferência, geometrias de poros axissimétricos idealizados foram modelados com suas devidas condições de contorno aplicadas. A influência da condição de contorno térmica aplicada ao modelo FLNS é importante na dissipação acústica, por isso, a compressibilidade isotérmica/adiabática deve ser avaliada analiticamente antes da simulação numérica. Uma função analítica com base na compressibilidade dinâmica foi proposta para relacionar a solução numérica isotérmica em baixa frequência e a solução numérica adiabática.

Em comparação com o modelo de matriz de transferência, obteve-se uma validação satisfatória em relação ao coeficiente de absorção e a resistividade ao fluxo para variações suaves de seção. No entanto, variações bruscas de seção, como no caso triangular, apresentam maior divergência de resultados pois o modelo de matriz de transferência considera um perfil de propagação plenamente desenvolvido em ondas planas e as descontinuidades no modelo numérico favorecem a presença de ondas evanescentes, as quais alteram a característica de propagação reduzindo a frequência do primeiro máximo de absorção. O parâmetro macroscópico mais afetado é a tortuosidade, que tende a ser maior no modelo numérico.

Estas duas abordagens foram utilizadas para reconstruir materiais absorvedores de poros celulares e granulares interconectantes. O modelo de reconstrução axissimétrico dos poros aplicado ao material de alumínio poroso apresentou resultados com boa concordância numérica e experimental, pois a tortuosidade é baixa (1,09) e a variação de seção entre o raio menor e o raio maior é consideravelmente pequena. Por outro lado o material CP-08 apresentou maiores discrepâncias entre o modelo FLNS e o modelo matriz de transferência, pois possui interconexões entre poros muito estreitas e, conseqüentemente, maior tortuosidade comparado ao que o modelo analítico consegue capturar.

Materiais porosos de polietileno de microgeometria complexa puderam ser reconstruídos no modelo numérico FLNS tridimensional a partir de uma imagem em microscópio óptico bidimensional extrudada. Os resultados apresentaram pequena discrepância acima de 4 kHz em relação ao dado experimental. A possibilidade de simulação de uma geometria de maiores dimensões com melhor representatividade talvez possa favorecer a redução desta divergência, utilizando, por exemplo, a

tomografia computadorizada do material. No entanto, a limitação e o custo computacional deste tipo de problema viscotérmico ainda necessitam de aprimoramento.

O procedimento de otimização aplicado ao modelo axissimétrico de matriz de transferência apresentou convergência para as soluções encontradas com ar atmosférico e gás R134a. Foi observado que a otimização aplicada ao modelo analítico de parâmetros macroscópicos não é totalmente equivocada, pois apresenta grande similaridade com os resultados obtidos através da otimização aplicada ao modelo axissimétrico de matriz de transferência.

Por fim, percebe-se que as dimensões geométricas de poro necessárias em um ambiente com R134a sob elevada pressão devem ser bem mais estreitas, em comparação com o ar atmosférico. Isto induz a uma elevada resistividade e tortuosidade do material. A microgeometria do material deve compensar os efeitos das propriedades termodinâmicas do novo gás para manter os níveis de absorção desejados.

A terceira e última abordagem corresponde ao modelo de redes de poros. Foram apresentados conceitos, formulações e aprimoramentos em relação ao modelo proposto por Eerden (2000). Dentre os aprimoramentos pode-se citar a possibilidade de malha de rede tridimensional, variação de seção de área ao longo do poro e desenvolvimento da análise de sensibilidade da função objetivo para aplicação do algoritmo de otimização (MMA). Esta função objetivo é relacionada à maximização do coeficiente de absorção para frequência selecionada de acordo com a variação de cada um dos diâmetros dos poros na malha.

Foi possível encontrar uma nova estrutura de material composto de múltiplos ressonadores dispostos no plano, com coeficiente de absorção otimizado de acordo com a frequência e o fluido desejado. O método das assíntotas móveis (Svanberg, 1987) apresentou convergência para as soluções encontradas e resultados satisfatórios.

Soluções interessantes foram encontradas para os materiais de pequena espessura (~10 mm) expostos ao ar atmosférico e gás R134a. Este materiais otimizados apresentaram formas praticamente simétricas no plano, o que facilitaria a produção do material através de um método de impressão a laser ou através de sobreposição de finas placas perfuradas.



## 9.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os conhecimentos e informações adquiridas ao longo deste trabalho, através da construção de modelos numéricos, analíticos e experimentais, permite propor trabalhos de continuidade nesta linha de pesquisa, que serão apresentadas como sugestões de trabalhos futuros.

Primeiramente, em relação aos procedimentos experimentais, pode-se desenvolver uma bancada de resistividade ao fluxo constante, de acordo com a norma ISO 9053 (1991). Apesar da bancada de resistividade ao fluxo oscilatório construída apresentar baixa incerteza, esta possui limitações na medição de amostras de elevada resistividade, maiores que  $400 \text{ kNs/m}^4$ . Para isso serão necessários no mínimo dois manômetros diferenciais de pressão, com pressão diferencial máxima de 1000 Pa e precisão de 0,1 a 0,25 Pa, e um medidor de baixa vazão para velocidades de fluxo constante de 1 a 50 mm/s com precisão de 0,02 mm/s. A utilização de uma amostra calibrada em série no sistema pode evitar a necessidade do medidor de vazão, de acordo com a Figura A.2 do Apêndice A. Os resultados poderão ser confrontados com a bancada já desenvolvida no Laboratório de Vibrações e Acústica.

A bancada de tortuosidade pode ser aprimorada, pois transdutores de baixo custo, funcionais na frequência de 40 kHz, estão sendo utilizados no momento. Alguns materiais com dimensões de poros menores que  $10 \mu\text{m}$  não podem ser medidos nesta frequência, de acordo com Fohr *et al.* (2008). A utilização de frequências de ultrassom mais elevadas exigem transdutores de maior potência assim como amplificadores e receptores de pulso de alta voltagem. Desta forma, pode-se aprimorar este experimento. Além disso, a bancada experimental de tortuosidade por condução elétrica é aplicável aos materiais não-condutores e pode ser melhor investigada devido à sua facilidade construtiva.

Tem-se como sugestão a caracterização acústica de materiais porosos que não podem ser medidos em tubo de impedância devido à forma geométrica complexa. Os resultados experimentais destes materiais, aplicados em filtros ou tubos, podem ser utilizados para ajustar as propriedades macroscópicas do material em um modelo numérico, utilizando algoritmos de otimização. A partir destas propriedades obtidas, pode-se avaliar o coeficiente de absorção e impedância de superfície através de um modelo de fluido equivalente. Amostras cujas geometrias não são cilíndricas não podem ser caracterizadas experimentalmente de acordo com os métodos clássicos

apresentados. O método de reconstrução da estrutura porosa, proposto no capítulo 7, pode ser uma alternativa neste caso.

A tomografia computadorizada de amostras porosas pode ser realizada no futuro, com o intuito de simular numericamente tais estruturas no *software* comercial Comsol 4.2a, com maior precisão e melhorias no desempenho computacional.

Em relação ao modelo de otimização de redes de poros, pode-se aprimorar o método utilizando como variáveis de projeto os diâmetros, comprimentos e as posições dos nós na malha bidimensional ou tridimensional. Será necessário avaliar a análise de sensibilidade para as novas variáveis e esta pode acarretar um maior custo computacional. Geometrias de maior complexidade e elevado coeficiente de absorção podem ser encontradas.

A otimização da forma externa do material absorvedor é uma linha de pesquisa que pode apresentar grande potencial na aplicação de materiais porosos em cavidades de maiores dimensões ou salas acústicas. O estudo de métodos de otimização de forma serão necessários neste caso, para definir o domínio ótimo de material.

Tem-se como sugestão a tentativa de construção das microestruturas porosas otimizadas, apresentadas nos capítulos 7 e 8 deste trabalho. Procedimentos e métodos de fabricação devem ser avaliados em relação ao custo e viabilidade de manufatura.

Por último, e talvez em maior nível de complexidade, o estudo da influência devida ao escoamento rasante e grandes amplitudes no coeficiente de absorção do material poroso. Algumas aplicações industriais de materiais de absorção estão submetidas a estas condições, sendo assim recomendadas nesta linha de pesquisa como trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

ALLARD, J. F.; CASTAGNEDE, B.; HENRY, M.; LAURIKS, W. **Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air**. Review of Scientific Instruments, v. 65, n. 3, p. 754-755, 1994.

ALLARD, J. F.; CHAMPOUX, Y. **New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 91, p. 3346, 1992.

ALLARD, J.; ATALLA, N. **Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials** 2ed. [S.l.]: Wiley, 2009.

ALLARD, J. F.; HENRY M., TIZIANEL J., KELDERS L., e LAURIKS, W., **Sound propagation in air-saturated random packings of beads**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 104, p. 2004, 1998.

ARORA, J. **Introduction to Optimum Design**. 2nd. ed. [S.l.]: Academic Press, 2004.

ASTM C522-80: 87, **Standard test method for airflow resistance of acoustical materials**. [S.l.]: American Society for Testing and Materials, 1987.

ASTM E1050: 90, **Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones, and a digital frequency analysis method**. [S.l.]: American Society for Testing and Materials, 1990.

ATALLA, Y.; PANNETON, R. **Inverse acoustical characterization of open cell porous media using impedance tube measurements**. Canadian Acoustics, v. 33, p. 11-24, 2005.

ATTENBOROUGH, K.; WALKER, L. **Scattering theory for sound absorption in fibrous media**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 49, p. 1331, 1971.

ATTENBOROUGH, K. **Acoustical characteristics of porous materials**. Physics Reports, v. 82, n. 3, p. 179-227, 1982.

ATTENBOROUGH, K. **Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 73, p. 785, 1983.

AYRAULT, C.; MOUSSATOV, A.; CASTAGNÈDE, B.; LAFARGE, D. **Ultrasonic characterization of plastic foams via measurements with static pressure variations**. Applied Physics Letters, v. 74, n. 21, p. 3224-3226, 1999.

BALVEDI, A. M. **Medição e Simulação Acústica de Materiais Porosos e Sistemas Multicamadas**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 1998.

BARDOT, A.; BROUARD, B.; ALLARD, J. F. **Frame decoupling at low frequency in thin porous layers saturated by air**. Journal of applied physics, v. 79, n. 11, p. 8223-8229, 1996.

BAYLISS A.; GUNZBERGER M; TURKEL E. **Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior domains**. SIAM J. Appl. Math., 42(2):430-451, 1982.

BILOVÁ M.; LUMNITZER E. **Acoustical parameters of porous materials and their measurement**. In: Hodnotenie kvality prostredia 2010: Voll. TUKošice, pp106-112. 2010.

BIES, D.; HANSEN, C. **Engineering Noise Control: Theory and Practice**. 4. ed. [S.l.]: Spon Press, 2009.

BIOT, M. A. **Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid**. J. Acoust. Soc. Am, v. 28, n. 2, p. 168-191, 1956.

BELTMAN W.M. **Viscothermal wave propagation including acoustic-elastic interaction**, PhD thesis, University of Twente, 1998.

BERANEK, L. L. **Acoustic impedance of porous materials**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 13, p. 248, 1942.

BERANEK, L. **Noise and Vibration Control**. [S.l.]: McGraw-Hill, New York, 1971.

BERMUDEZ, A.; FERRAN, J. L.; PRIETO, A. **A finite element solution of acoustic propagation in rigid porous media**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 62, n. 10, p. 1295-1314, 2005.

BENADE, A. H. **On the propagation of sound waves in a cylindrical conduit**. J. Acoust. Soc. Am., 44(2):616-623, 1968.

BO, Z.; TIANNING, C. **Calculation of sound absorption characteristics of porous sintered fiber metal**. Applied Acoustics, v. 70, n. 2, p. 337-346, 2009.

BONFIGLIO, P.; POMPOLI, F. **Comparison of different inversion techniques for determining physical parameters of porous media**, 19th International Congress on Acoustics, Madrid, p. 2-7, 2007.

BOURBIÉ, T.; COUSSY, O.; ZINSNER, B. **Acoustics of Porous Media**, Technip, Paris, 1987.

BOSSART, R.; JOLY, N.; BRUNEAU, M. **Hybrid numerical and analytical solutions for acoustic boundary problems in thermoviscous fluids**, Journal of Sound and Vibration, 263, 69-84 2003.

CARNEIRO, E. B. **Análise teórica e experimental do processo de medição IN SITU da impedância acústica**. Tese de Doutorado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2011.

CARNEIRO, E. B. **Aplicação de absorvedores tipo membrana em cavidades e filtros acústicos**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2008.

CHAMPOUX, Y.; STINSON, M. R. **Experimental investigation of models of sound wave propagation in air-saturated porous media**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 88, p. S121, 1990.

CHAMPOUX, Y.; STINSON, M. R. **On acoustical models for sound propagation in rigid frame porous materials and the influence of shape factors**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 92, p. 1120, 1992.

CHAMPOUX, Y.; ALLARD, J. F. **Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media**. Journal of Applied Physics, v. 70, n. 4, p. 1975-1979, 1991.

CHEVILLOTTE, F.; PERROT C.; PANNETON, R. **Microstructure based model for sound absorption predictions of perforated closed-cell metallic foams**, J. Acoust. Soc. Am. 128(4), 1766–1776, 2010.

CORTIS, A.; SMEULDERS, D.; LAFARGE, D.; FIRDAOUSS, M.; GUERMOND J. L. **Geometry effects on sound in porous media**, in IUTAM Symposium on Theoretical and Numerical Methods in Continuum Mechanics of Porous Materials, University of Stuttgart, Germany, 1999.

COX, T. J.; D'ANTONIO, P. **Acoustic Absorbers and Diffusers: Theory, Design and Application**. 2. ed. [S.l.]: Spon Press, 2009.

CRAGGS, A. **The Application of the Transfer Matrix and Matrix Condensation Methods with Finite Elements to Duct Acoustics**, Sound and Vibration, Vol. 132, pp. 393-402, 1989.

CRAGGS, A., Stredulinsky, D. C. **Analysis of acoustic wave transmission in a piping network**, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 88, pp. 542-547, 1990.

CRAGGS, A. **A finite element model for rigid porous absorbing materials**, Journal of Sound and Vibration, v. 61, n. 1, p. 101-111, 1978.

DALMONT, J.P.; NEDERVEEN, C.J.; JOLY, N. **Radiation impedance of tubes with different flanges: Numerical and experimental investigations**, Journal of Sound and Vibration, 244, pp. 505-534, 2001.

DEBRAY, A.; ALLARD, J.; LAURIKS, W.; KELDERS, L. **Acoustical measurement of the trapping constant of porous materials**. Review of scientific instruments, v. 68, n. 12, p. 4462-4464, 1997.

DELANY, M.; BAZLEY, E. **Acoustical properties of fibrous absorbent materials**. Applied acoustics, v. 3, n. 2, p. 105-116, 1970.

DIESEL, F. **Fluxo de energia sonora do conjunto moto-compressor para a carcaça de compressores herméticos através da cavidade**, Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2000.

DOUTRES, O.; ATALLA, N. **A semi-empirical model to predict the acoustic behavior of fully and partially reticulated polyurethane foams based on microstructure properties**, Proceedings of Acoustics 2012, Nantes, France, 2012.

DOUTRES, O.; SALISSOU, Y.; ATALLA, N.; PANNETON, R. **Evaluation of the acoustic and non-acoustic properties of sound absorbing materials using a three-microphone impedance tube**, Appl. Acoust. 71(6), 506–509, 2010.

DULLIEN, F. A. L. **Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure**, Academic Press, 1992.

DUPERE, I.; DOWLING, A. P.; LU, T. J. **The absorption of sound in cellular foams**. ASME. [S.l.]: NewYork: American Society of Mechanical Engineers, p. 123–32, 2004.

EASWARAN, V.; MUNJAL, M. L. **Transfer matrix modeling of hyperbolic and parabolic ducts with incompressible mean flow**, J. Acoust. Soc. Am. 90(4), 2163–2172, 1991.

EERDEN, F. V. **Noise Reduction with coupled prismatic tubes**, PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 2000.

FALLET, A.; LHUISSIER, P.; SALVO, L.; MARTIN, C.; WIEGMANN, A.; KABEL, M. **Multifunctional optimization of random hollow sphere stackings**, Scripta Materialia vol. 68, p. 35-38, 2013.

FAHY, F. J. **Foundations of Engineering Acoustics**. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 2000.

FAHY, F. J.; GARDONIO, P. **Sound and Structural Vibration**, Second Edition: Radiation, Transmission and Response. 2. ed. [S.l.]: Academic Press, 2007.

FELLAH; Z., BERGER, S.; LAURIKS W.; DEPOLLIER, C; ARISTÉGUI, C; CHAPELON, J. **Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 113, n. 5, p. 2424-2433, 2003.

FLETCHER, R. **Practical Methods of Optimization**. 2. ed. [S.l.]: Wiley, 2000.

FLEURY, C., **Mathematical programming methods for constrained optimization**: dual methods, In: Kamat, M.P. (ed.) Structural optimization: status and promise, Chapt. 7, pp. 123–150. AIAA, 1993.

Fraunhofer ITWM, **Programa Numérico Acoustodict**, Disponível em: <<http://www.geodict.com/AcoustoDict.php?lang=en.>>. Acesso em: 19 mar. 2013.

FOHR, F.; PARMENTIER D.; CASTAGNEDE B. R.; MICHEL, H. **An alternative and industrial method using low frequency ultrasound enabling to measure quickly tortuosity and viscous characteristic length**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 123, n. 5, p. 3118-3118, 2008.

GIESBRECHT, P. K. **Incerteza na Medição das Características Acústicas dos Materiais**, Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2007.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. 1. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 1989.

HAKAMADA, M; KUROMURA, T; CHEN, Y; KUSUDA, H; MABUCHI, M. **High sound absorption of porous aluminum**



**fabricated by spacer method.** Applied physics letters, v. 88, n. 25, p. 254106-254106, 2006.

HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. **Practical Genetic Algorithms.** 2. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2004.

HENRY, M.; LEMARINIER, P.; ALLARD, J.; BONARDET, J.; GEDEON, A. **Evaluation of the characteristic dimensions for porous sound-absorbing materials.** Journal of Applied Physics, v. 77, n. 1, p. 17-20, 1995.

HENRY, M.; ALLARD, J. F. **Acoustical measurement of the trapping constant of foams with open cells.** Comptes Rendus de l'Academie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy, v. 325, n. 6, p. 331-338, 1997.

INGARD, U. **Noise Reduction Analysis (Physics).** 1. ed. [S.l.]: Jones & Bartlett Publishers, 2009.

ISO 10534-2: 98, **Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes - Part 2: Transfer-function method.** [S.l.]: Multiple. Distributed through American National Standards Institute (ANSI), 1998.

ISO 9053: 91, **Acoustics - Materials for acoustical applications - Determination of airflow resistance.** [S.l.]: Multiple. Distributed through American National Standards Institute (ANSI), 1991.

ISOVER SAINT-GOBAIN Page [Internet]. Santo Amaro (SP); c. 2010 [atualizada em 2010; acesso em 2013 Feb 4]. Disponível em: <http://www.isover.com.br/isover/default.aspx/>.

JENSEN, J. S., **A note on sensitivity analysis of linear dynamic systems with harmonic excitation,** DCAMM advanced school, DTU-Lyngby, Denmark, 2007.

JOHNSON, D. L.; KOPLIK, J.; DASHEN, R. **Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media.** Journal of Fluid Mechanics, v. 176, n. 1, p. 379-402, 1987.

JOLY, N. **Finite element modeling of thermoviscous acoustics on adapted anisotropic meshes: Implementation of the particle velocity and temperature variation formulation.** Acta Acustica united with Acustica 96, 102–114(13), 2010.

KADAM, P. H. **Development and Comparison of Analytic, Numerical and Experimental Techniques to formulate Four-Poles Matrices of Three Dimensional Acoustic Systems**, MSc. Thesis, University of Cincinnati, 2005.

KAMPINGA, W.R. **Viscothermal acoustics using finite elements – analysis tools for engineers**, PhD thesis, University of Twente, 2010a.

KAMPINGA, W. R.; WIJNANT Y. H.; de Boer, A. **Performance of several viscothermal acoustic finite elements.** Acta Acustica united with Acustica 96 115–124(10), 2010b.

KAMPINGA, W.R.; WIJNANT, Y.H.; de Boer A. **An Efficient Finite Element Model for Viscothermal Acoustics**, Acta Acustica united with Acustica, 97, 618–631, 2011.

KAWASIMA, Y. **Sound propagation in a fiber block as a composite medium.** Acta Acust, v. 10, p. 208–217, 1960.

KELEN, V. D.; GÖRANSSON, P. **Inverse estimation of static flow resistivity in porous materials - discussion of the method and results for two tested porous materials.** SAPEM 2011. Ferrara Italy, 2011.

KELLEY, J. E. **The Cutting-Plane Method for Solving Convex Programs**, SIAM Journal of Industrial and Applied Mathematics Vol. 8(4), pp. 703–712, 1960.

KIRCHHOFF, G. **Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung**, Poggendorfer Annalen 134, 177–193., 1868.

KOSTEK, S.; SCHWARTZ, L. M.; JOHNSON, D. L. **Fluid permeability in porous media: Comparison of electrical estimates with hydro dynamical calculations.** Physical Review B, v. 45, n. 1, p. 186, 1992.

KUTTRUFF, H. **Acoustics: An Introduction**. New Ed. ed. [S.l.]: Spon Press, 2006.

LAFARGE, D.; LEMARINIER, P.; ALLARD, J.; TARNOW, V. **Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 102, p. 1995, 1997.

LAFARGE, D. **Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique**: définition de paramètres géométriques, analogie électromagnétique, temps de relaxation. Phd Thesis, Université du Maine. Le Mans, France, 1993.

LAFARGE, D. em **Matériaux et Acoustique 1: Propagation des Ondes Acoustiques**, Capítulo 2, Bruneau M.; Potel C. (ed.). [S.l.]: Lavoisier, Paris, 2006.

LAUTENSACK, C.; KABEL, M. **Modelling and simulation of acoustic absorption of open cell metal foams**. Proc. Cellmet 2008. Deutsche Gesellschaft für Materialkunde eV, Arbeitskreis "Zelluläre Metalle", 2008.

LECLAIRE, P.; KELDERS, L.; LAURIKS, W.; MELON, M.; BROWN, N.; CASTAGNÈDE, B. **Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air**. Journal of Applied Physics, v. 80, n. 4, p. 2009-2012, 1996a.

LECLAIRE, P.; KELDERS, L.; LAURIKS, W.; ALLARD, J.; GLORIEUX, C. **Ultrasonic wave propagation in reticulated foams saturated by different gases: High frequency limit of the classical models**. Applied Physics Letters, v. 69, n. 18, p. 2641-2643, 1996b.

LEMMON, E.W.; MCLINDEN, M.O.; HUBER, M.L. **NIST reference fluid thermodynamic and transport properties-REFPROP**. NIST standard reference database 23-Version 7.0, 2002.

LEVY, T.; SANCHEZ-PALENCIA, E. **Equations and interface conditions for acoustic phenomena in porous media**. Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 61, n. 3, p. 813-834, 1977.

LAWRENCE, H.; ZHANG, C.; TA, D.; LOU, E. **Measurement of tortuosity in aluminum foams using airborne ultrasound**. Ultrasonics, v. 50, n. 1, p. 1-5, 2010.

LMS International, **Programa LMS Virtual.Lab**, Rev. 10, 2010.

LOPES, L. F. **Uso de Materiais Porosos em Filtros Acústicos**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2006.

LU, T. J.; CHEN, F.; HE, D. **Sound absorption of cellular metals with semiopen cells**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 108, p. 1697, 2000.

LU, T.; HESS, A.; ASHBY, M. **Sound absorption in metallic foams**. Journal of applied physics, v. 85, p. 7528, 1999.

MAA, D. Y. **Potential of microperforated panel absorber**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 104, p. 2861, 1998.

MALINEN, M.; LYLY, M.; RÅBACK, P.; KÄRKKÄINEN, A.; KÄRKKÄINEN, L. **A finite element method for the modeling of thermo- viscous effects in acoustics**. Proceedings of ECCOMAS, Jyväskylä, Finland, 2004.

MAGNABOSCO, I. C. M., **Uma Contribuição para o Desenvolvimento de Estruturas Porosas Metálicas Via Metalurgia do Pó**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2012.

MARBURG, S.; NOLTE, B. **Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods**. Softcover reprint of hardcover 1st ed. 2008. ed. [S.l.]: Springer, 2010.

MAREZE, P. H. **Aplicação de tubos ressonantes em filtros acústicos e cavidades**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2009.

MARTINEZ, J. M.; SANTOS, S. A. **Métodos computacionais de otimização**. [S.l.]: [s.n.], 1996.

MARTINS, G. C., **Modelagens Acústicas Incluindo Efeitos Viscotérmicos com Vistas a Aplicação em Alto-Falantes de Aparelhos Auditivos**, Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2011.

MAYSENHÖLDER, W. **Sound absorption of snow: theoretical modeling based on Xray micro-tomography and integral geometric measures**. Proc. NOVEN 2009, Oxford. paper 013, 2009.

MECHEL, F. P. **Extending the Absorption Formulae of Delany and Bazley to Low Frequencies**. [Ausweitung Der Absorberformel Von Delany Und Bazley Zu Tiefen Frequenzen.]. *Acustica*, v. 35, n. 3, p. 210-213, 1976.

MICAEL, G. V. **Fluxo de Energia Vibratória do Conjunto Moto-Compressor para a Carcaça de um Compressor Hermético através das Molas de Suspensão**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2001.

MIKI, Y. **Acoustical properties of porous materials-modifications of Delany-Bazley models**. *J. Acoust. Soc. Jpn.(E)*, v. 11, n. 1, p. 19-24, 1990.

MOUSSATOV, A.; AYRAULT, C.; CASTAGNÈDE, B. **Porous material characterization - ultrasonic method for estimation of tortuosity and characteristic length using a barometric chamber**. *Ultrasonics*, v. 39, n. 3, p. 195-202, 2001.

MUNJAL, M. L. **Acoustics of Ducts and Mufflers**. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1987.

NIJHOF, M. J. J. **Viscothermal wave propagation**, PhD thesis, University of Twente, 2010.

PAIOTTI, L. R. **Vibrações Induzidas pelo Campo Eletromagnético no Estator de Motores de Indução de Compressores Herméticos**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina. [S.l.], 2002.

PANNETON, R.; GROS, E. **A missing mass method to measure the open porosity of porous solids**. ACTA Acustica united with Acustica, v. 91, n. 2, p. 342-348, 2005.

PARMENTIER, D.; CASTAGNÉDE, B.; DAZEL, O.; FOHR, F.; BROUARD, B.; POULAIN, N. **Mesure directe de la porosité des matériaux insonorisants par réflexion d'ondes ultrasonores basse fréquence**. 10ème Congrès Français d'Acoustique, 2010.

PARROTT, T. L.; JONES, M. G. **Parallel-element liner impedances for improved absorption of broadband sound in ducts**, Noise Control Eng. J. 43(6), 183–195, 1995.

PATRAN, MSC., **M. PATRAN User's Manual**. Costa Mesa, CA/USA, 2010.

PERROT C., **Microstructure et macro-comportement acoustique: Approche par reconstruction d'une cellule élémentaire représentative**, Université de Sherbrooke, Ph.D. thesis, INSA Lyon, 2006.

PERROT, C.; PANNETON, R.; Olny, X. **Periodic unit cell reconstruction of porous media: Application to an open cell aluminum foam**, J. Appl. Phys. 101, 113538, 2007a.

PERROT, C.; PANNETON, R.; Olny, X. **Computation of the dynamic thermal dissipation properties of porous media by Brownian motion simulation: Application to an open-cell aluminum foam**, J. Appl. Phys. 102, 074917, 2007b.

PERROT, C.; CHEVILLOTTE, F.; PANNETON, R. **Bottom-up approach for microstructure optimization of sound absorbing materials**, J. Acoust. Soc. Am. 124, 940–948, 2008a.

PERROT, C.; CHEVILLOTTE, F.; PANNETON, R. **Dynamic viscous permeability of an open-cell aluminum foam: Computations versus experiments**, J. Appl. Phys. 103, 024909, 2008b.

PERROT, C.; CHEVILLOTTE, F.; HOANG, M.; BONNET, G.; BÉCOT, F.; GAUTRON, L.; DUVAL, A. **Microstructure, transport, and acoustic properties of open-cell foam samples: Experiments**

**and three-dimensional numerical simulations**, J. Appl. Phys. 111, 014911, 2012.

PETERSON, L. C.; BOGERT, B. P., **A dynamical theory of the cochlea**, J. Acoust. Soc. Am. 22(3), 369–381, 1950.

PIERCE, A. D. **Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications**. Melville, NY, Acoustical Society of America, 1989.

POMPOLI, F.; BONFIGLIO, P. **Tecniche avanzate di caratterizzazione fisico-acustica di materiali porosi**. Associazione Italiana di Acustica, 35° Convegno Nazionale, Milano, 2008.

PRIDE, S. R.; MORGAN, F. D.; GANGI, A. F. **Drag forces of porous-medium acoustics**. Phys. Rev. B, v. 47, n. 9, p. 4964–4978, 1993.

RAYLEIGH, J. W. S. **The Theory of Sound**, (2nd ed. 1896). [S.l.]: reprinted by Dover Publications, New York, 1945.

SANCHEZ-PALENCIA, E. **Non-Homogeneous Media and Vibration theory**, SpringerVerlag, Berlin, 1980.

SCAVONE G. P. **An acoustic analysis of single-reed woodwind instruments with an emphasis on design and performance issues and digital wave guide modeling techniques**, Music Dept., Stanford University, Ph.D. thesis, 1997.

SHRAVAGE, P.; BONFIGLIO, P.; POMPOLI, F. **Hybrid inversion technique for predicting geometrical parameters of porous materials**. Acoustical Society of America Journal, v. 123, p. 3284, 2008.

STEWART, G. W. **Acoustics**. New York, D. Van Nostrand Company, 1930.

STINSON, M. R.; CHAMPOUX, Y. **Propagation of sound and the assignment of shape factors to model porous materials having simple pore shape geometries**, J. Acoust. Soc. Am. 91, 685–695; 1992.

STINSON, M. R. **The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of**

**arbitrary cross-sectional shape.** J. Acoust. Soc. Am, v. 89, n. 2, p. 550-558, 1991.

SVANBERG, K. **The method of moving asymptotes-a new method for structural optimization.** Internatinal Journal of Numerical Methods in Engineering 24, 359, 1987.

SYSNOISE, L. Rev. 5.6. **Reference and Examples Manual**, Numerical Integration Technologies, Belgium, 2003.

TARNOW, V. **Compressibility of air in fibrous materials.** Acoustical Society of America. Journal, v. 99, n. 5, p. 3010-3017, 1996.

TARNOW, V. **Calculation of the dynamic air flow resistivity of fiber materials.** The Journal of the Acoustical Society of America, v. 102, p. 1680, 1997.

TESAR, A.; FILLO, L. **Transfer Matrix Method.** Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1988.

TIJDEMAN, H. **On the propagation of sound waves in cylindrical tubes.** Journal of Sound and vibration, 39, 1-33, 1975.

THOMPSON, L. **A review of finite-element methods for time harmonic acoustics.** The Journal of the Acoustical Society of America, v. 119, p. 1315, 2006.

TORQUATO, S. **Relationship between permeability and diffusion-controlled trapping constant of porous media.** Physical review letters, v. 64, n. 22, p. 2644-2646, 1990.

VENEGAS, R.; UMNova, O. **On the influence of the micro-geometry on sound propagation through periodic array of cylinders,** in Proceedings of Acoustics' 08 Paris, France, 2008, pp. 807–812; J. Acoust. Soc. Am. 123, 3142, 2008.

WILSON, D. K. **Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure.** The Journal of the Acoustical Society of America, v. 94, p. 1136, 1993.



WILSON, D. **Simple, relaxational models for the acoustical properties of porous media**. Applied Acoustics, v. 50, n. 3, p. 171-188, 1997.

WILSON, R. B. **A Simplicial Algorithm for Concave Programming**, Ph. D. Thesis, Harvard University, 1963.

WU, W. T.; ZHANG, P.; CHENG, C. Y. R. **Boundary element analysis of mufflers with an improved method for deriving the four-pole parameters**. J. Sound Vibr. v.217, 767–779, 1998.

ZHANG, C.; LAWRENCE, H. **Measurements of ultrasonic phase velocities and attenuation of slow waves in cellular aluminum foams as cancellous bone-mimicking phantoms**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 129, n. 5, p. 3317-3326, 2011.

ZOUTENDIJK, G., **Methods of Feasible Directions**, Elsevier, Amsterdam, 1960.

ZWIKKER, C.; KOSTEN, C. W. **Sound Absorbing Materials**. [S.l.]: Elsevier, 1949.



## APÊNDICE A - (Detalhes construtivos das bancadas experimentais de materiais porosos.)

Pode-se observar na Figura A.1, a imagem dos principais dispositivos construídos no Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA), para a caracterização de materiais porosos de estrutura rígida.

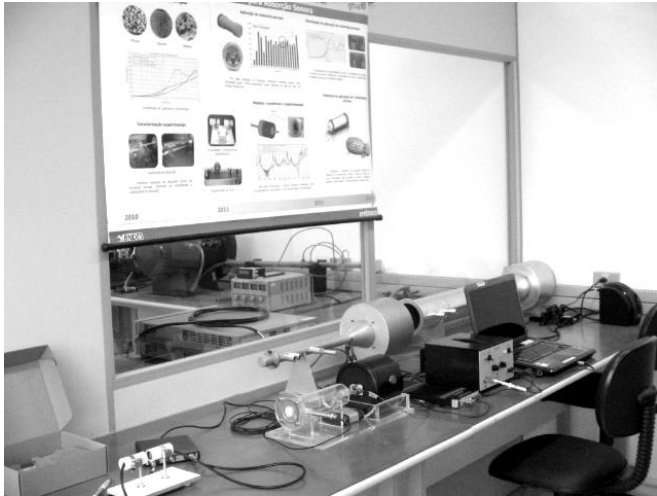


Figura A.1: Bancada experimental de materiais porosos desenvolvida.

A medição da resistividade ao fluxo necessita de medidores de pressão diferencial e medidores de vazão de velocidades menores do que 50 mm/s.

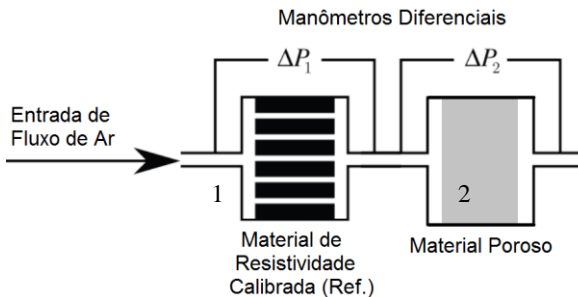


Figura A.2: Medição de resistividade ao fluxo constante por comparação.

Uma alternativa para a não utilização de medidores de vazão é a aplicação de um material de resistividade calibrada ou conhecida, na mesma linha de fluxo do material que deseja ser medido conforme a Figura A.2. Este é um método comparativo (Bilová e Lumnitzer, 2010), e pode apresentar resultados satisfatórios, dependendo da precisão dos manômetros de pressão. Considerando que as amostras apresentam áreas idênticas, a continuidade de fluxo permite que a resistividade da amostra de medição seja calculada como:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\Delta P_2 L_1}{\Delta P_1 L_2}, \quad (\text{A. 1})$$

na qual  $L_1$  e  $\Delta P_1$  são as espessuras e diferença de pressão para a amostra calibrada e  $L_2$  e  $\Delta P_2$  correspondem à amostra de medição. As resistividades  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são dadas em  $\text{Ns/m}^4$ . Este método não foi avaliado durante o doutorado, no entanto pode ser mais uma alternativa viável.

A bancada de fluxo oscilatório e os dispositivos necessários são vistos na Figura A.3.



Figura A.3: Bancada de resistividade ao fluxo oscilatório.

Os transdutores utilizados neste experimento são o microfone de campo livre B&K modelo 4189 e o acelerômetro B&K modelo 4395. A carta de calibração destes transdutores podem ser vistas no Anexo A.

Para a movimentação do pistão, utiliza-se um *shaker* B&K modelo 4809. O analisador comumente utilizado nesta e em outras bancadas é o modelo B&K Pulse Lan XI, de 6 canais de entrada. A geração do sinal pode ser feita através da placa de som do próprio computador.

Com o apoio do LabMat-UFSC, desenvolveu-se um adaptador de tubo de impedância para menor diâmetro (16 mm) aumentando-se a frequência de corte do tubo, pois a velocidade do som no gás R134a é de aproximadamente  $c_o = 160$  m/s, ou seja, quase duas vezes menor do que no ar atmosférico. Observa-se o adaptador de tubo de impedância e os cabos do microfone de eletreto acoplados para esta verificação na Figura A.4.

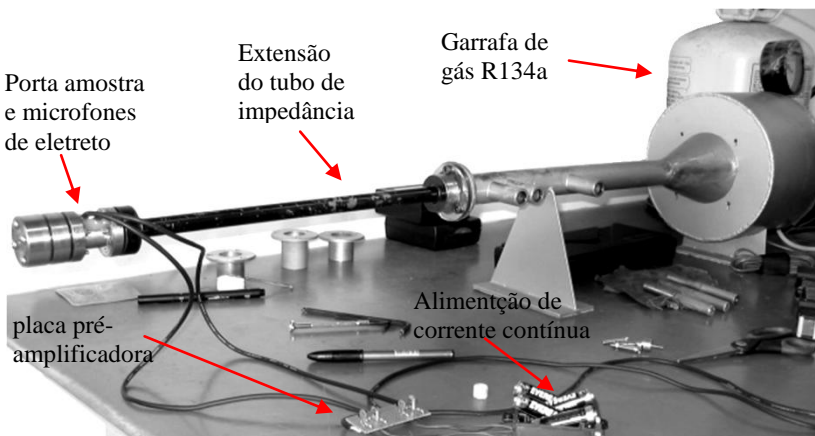


Figura A.4: - Adaptador de tubo de impedância com microfones de eletreto para medição de absorção com gás R134a.

Um teste importante foi a verificação dos modelos de fluido equivalente (Johnson-Lafarge) para outro tipo de fluido (gás de refrigeração R134a). Os resultados encontrados na literatura são geralmente para o ar atmosférico, até mesmo em outras condições de temperatura. No entanto, dificilmente encontra-se resultados para outros gases. Por isso desenvolveu-se placas de pré-amplificação com microfones de eletreto, conforme a Figura A.5 e A.6, para realizar esta verificação.

Microfones de precisão devem ser evitados nesta aplicação, devido a grande possibilidade de danificação da membrana do transdutor.

Um exemplo de resposta relativa entre um microfone de eletreto pré-amplificado e calibrado e um microfone de precisão B&K 4189 também calibrado ( $p_{elet}/p_{4189}$ ) é visto na Figura A.7, em magnitude e fase.

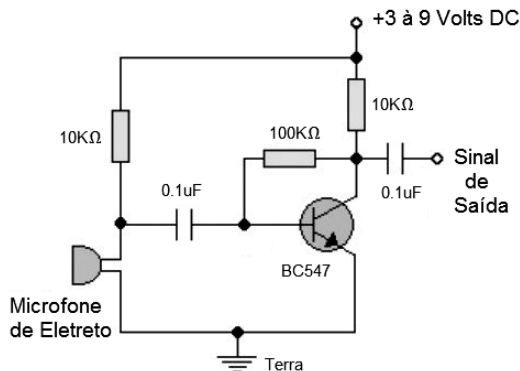


Figura A.5: Esquema elétrico de circuito pré-amplificador de baixo custo.



Figura A.6: Microfones de eletreto de baixo custo (fabricante desconhecido).

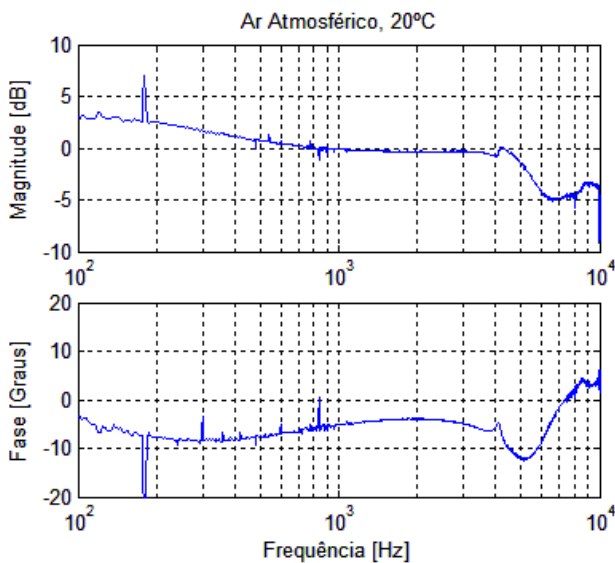


Figura A.7: Curva típica de resposta relativa entre microfone de eletreto utilizado e microfone de precisão B&K 4189.

Nota-se que a magnitude apresenta uma faixa bastante plana entre as frequências de 800 Hz e 4 kHz. Maiores desvios estão abaixo de 500 Hz e acima de 5 kHz.

Para a medição de tortuosidade, foram utilizados transdutores de ultrassom de baixo custo, da empresa Komantech®, modelo T40-16 e R40-16, cuja frequência de trabalho é  $40[\text{kHz} \pm 1 \text{ kHz}]$ .



Figura A.8: Transdutor emissor e receptor de ultrassom de baixo custo.

Para a fabricação do tubo de impedância padrão de alta frequência (100 Hz - 6 kHz), utilizou-se tubos de aço 1020, com espessura aproximada de 4 mm. Devido a grande possibilidade de oxidação do metal, aplicou-se um tratamento superficial de galvanização ao tubo. A cavidade de enclausuramento do auto-falante apresenta material de absorção de espuma comum polimérica, com espessura de 40 mm. As dimensões do tubo projetado são vistas na Figura A.9

O tubo de resistividade ao fluxo oscilatório, cujas dimensões são vistas nas Figuras A.10 e A.11, foi fabricado em acrílico, pela empresa Acrimold/Acrlatex de São José. As placas utilizadas apresentam dimensões de 5 a 10 mm de espessura.

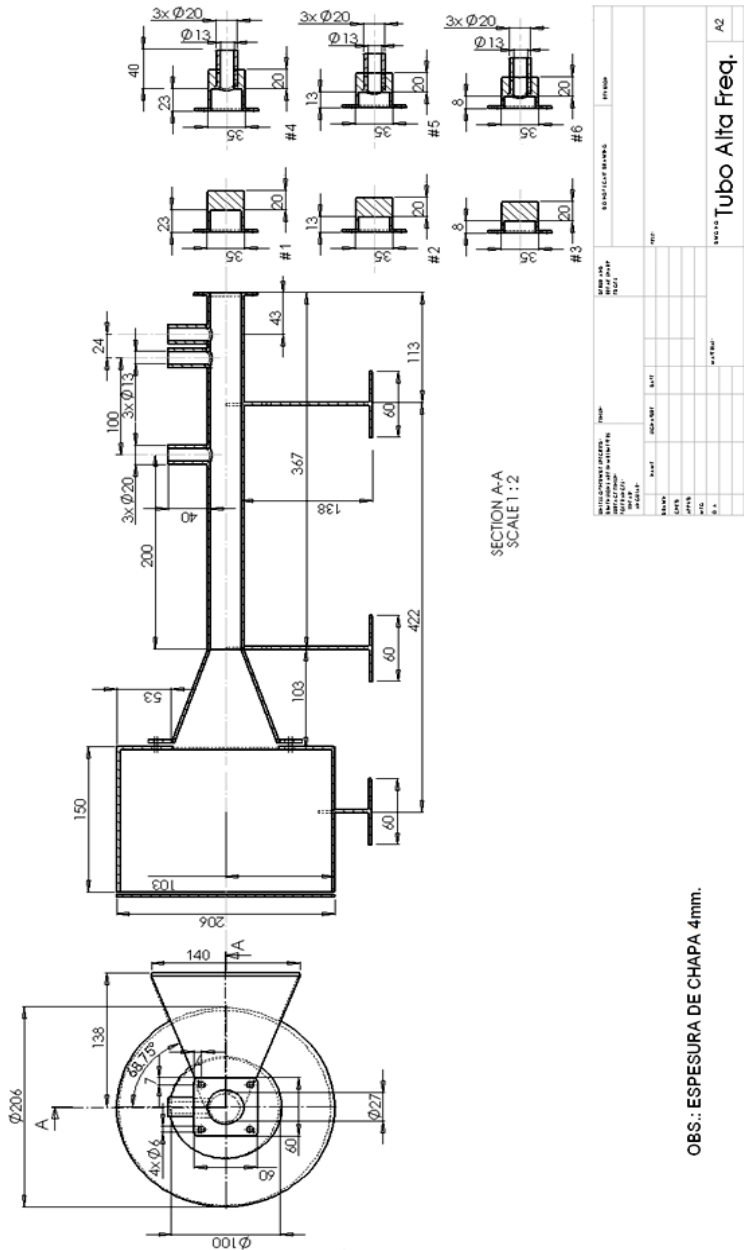


Figura A.9: Dimensões em mm do tubo de impedância fabricado.



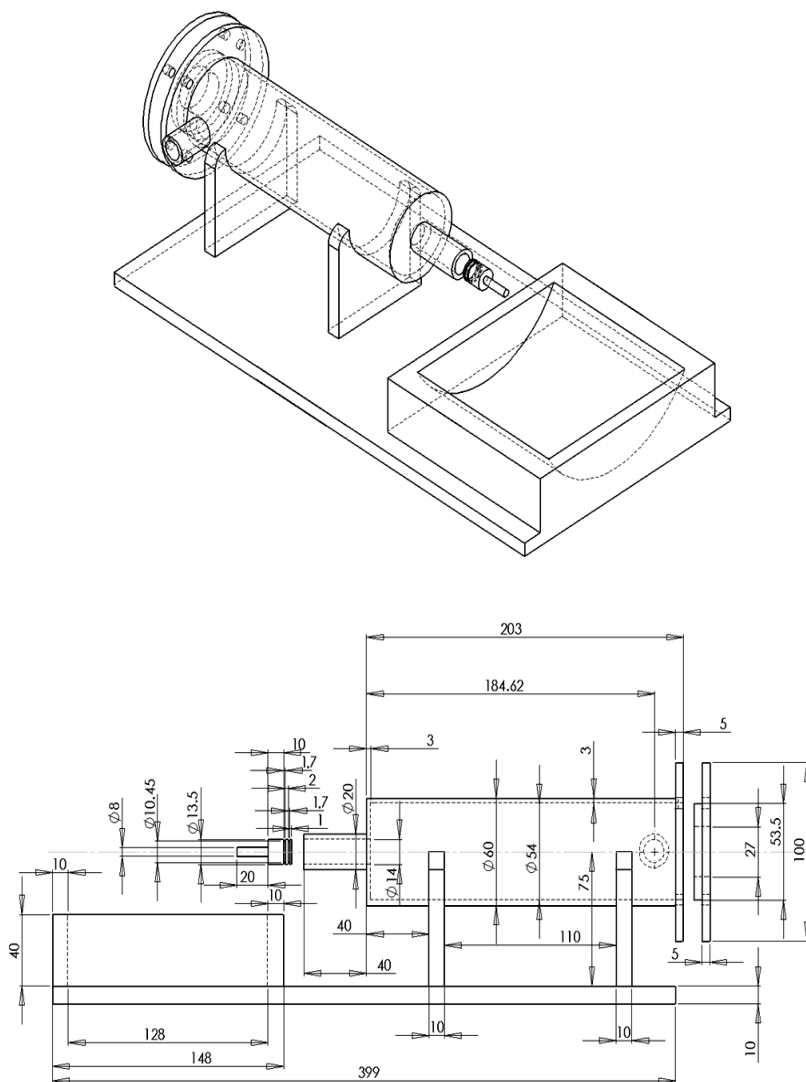


Figura A.10: Vista lateral do tubo de resistividade ao fluxo oscilatório fabricado, dimensões em mm.

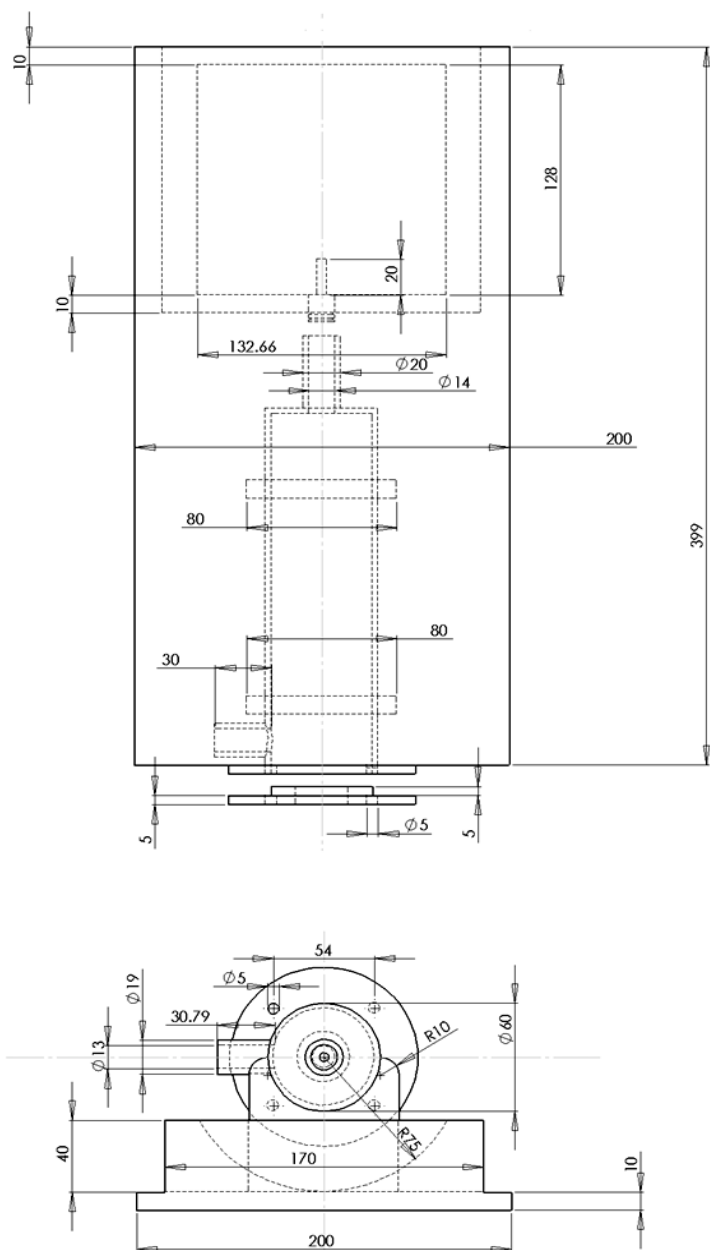


Figura A.11: Vista frontal e superior do tubo de resistividade ao fluxo oscilatório fabricado, dimensões em mm.

# ANEXO A - (Cartas de calibração típicas dos modelos de transdutores utilizados.)



## Calibration Chart for DeltaTron® Accelerometer Type 4395

Brüel & Kjær

Serial No.: 1849117

Reference Sensitivity\* ..... 1.006 mV/ms<sup>-2</sup>  
or ..... 9.863 mV/g  
at 159.2 Hz ( $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$ ),  
4 mA supply current and ..... 23 °C

Transverse Sensitivity:  
Maximum (at 30 Hz, 100 ms<sup>-3</sup>) ..... 2.3 %  
Angle of minimum,  $\alpha$ : (see drawing) ..... 40 °

Frequency Range ( $\pm 10\%$ ): Typ. 0.3 Hz – 18 kHz

Undamped Natural Frequency: Typ. 45 kHz

Mounted Resonance Frequency: Typ. 37 kHz

Transverse Resonance Frequency: Typ. 18 kHz

Polarity is positive on the center of the connector for  
an acceleration directed from the mounting surface into  
the body of the accelerometer.

Acceleration Range  
( $T < 100^\circ\text{C}$ ): Typ.  $\pm 7500 \text{ ms}^{-2}$  peak  
( $T < 125^\circ\text{C}$ ): Typ.  $\pm 5000 \text{ ms}^{-2}$  peak

Output Impedance:  $< 100 \Omega$

Bias Voltage:  
at  $25^\circ\text{C}$  and 4 mA:  $+12 \text{ V} \pm 0.5 \text{ V}$   
at full temperature and current range:  $-8 \text{ V}$  to  $+15 \text{ V}$

Power Supply:  
Constant Current:  $+2$  to  $+20 \text{ mA}$   
Unloaded Supply Voltage:  $+24 \text{ V}$  to  $+30 \text{ V}$

Recovery Time After Overload ( $2 \times \text{FS}$ ):  $< 15 \mu\text{s}$

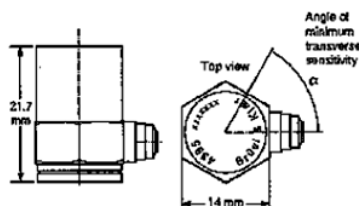
Noise (RMS):  
Total: (1 Hz – 22 kHz) Typ.  $< 15 \mu\text{V}$  ( $0.015 \text{ ms}^{-2}$ )  
Density at 1 kHz: Typ.  $0.12 \mu\text{V}/\text{Hz}$  ( $0.00012 \text{ ms}^{-2}/\text{Hz}$ )

Isolation Resistance (Body to mount, surface)  $> 10 \text{ M}\Omega$

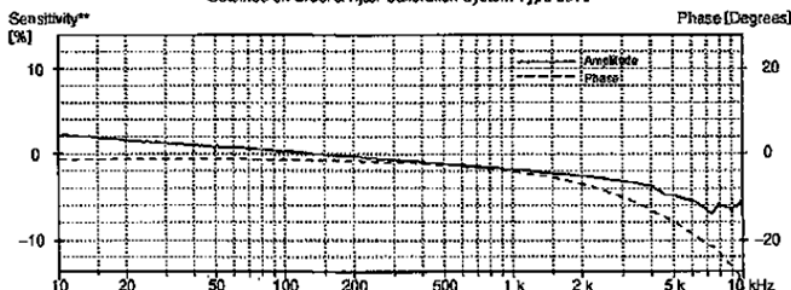
\*This calibration is traceable to the National Institute of Standards and  
Technology, USA and Physikalisch-Technische Bundesanstalt,  
Germany.



For further information, please see Product Data Sheet BP 1288



Individual Frequency Response\*\*\*  
Obtained on Brüel & Kjær Calibration System Type 9610



\*\*\*Deviation from Reference Sensitivity

\*\*\*The expanded uncertainty on this measurement is: 10 Hz to 2 kHz: 1.0 % and 2 to 10 kHz: 2.0 %. A coverage factor of 2 is used

**Physical:**

Electrical Connector:	Coaxial 10 - 32 UNF - 2A
Material:	Titanium ASTM Grade 2
Sensing Element:	Piezoelectric Type PZ 23
Weight:	12.9 gram excl. cable
Construction:	Delta Shear
Mounting Thread:	10 - 32 UNF - 2B
Mounting Surface Flatness:	<3 $\mu$ m
Mounting Torque:	Max. 3.5 Nm. Min. 0.5 Nm

Center of Gravity of Seismic Mass: 14.4 mm above mounting surface on central axis

Center of Gravity of Accelerometer: 10.1 mm above mounting surface

**Mounting Technique:**

Examine the mounting surface for cleanliness and smoothness.

If necessary, machine surfaces to a flatness < 10  $\mu$ m and a roughness < 2  $\mu$ m.

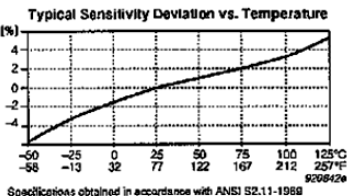
Tighten the 4395 using a 10 - 32 UNF - 2A stud. Take care not to exceed the recommended mounting torque and that the stud does not bottom in the mounting hole.

A thin film of oil or grease between the accelerometer and the mounting surface helps achieve good contact and improves mounting stiffness.

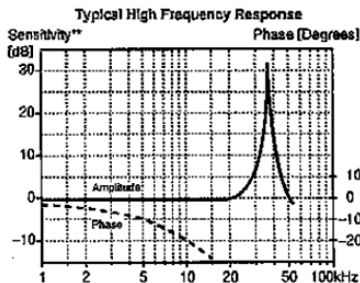
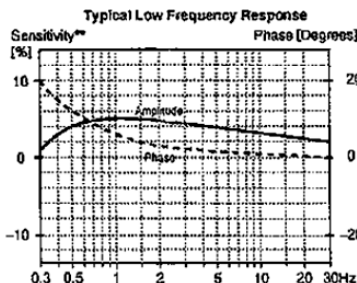
For other types of mounting, see Brüel & Kjær handbook "Piezoelectric Accelerometers and Vibration Preamplifiers" (available from your local Brüel & Kjær representative).

**Environmental:**

Temp. Transient Sensitivity:	Typ. 0.2 $ms^{-2}/^{\circ}C$
Magn. Sensitivity (50Hz, 0.038T):	Typ. 20 $ms^{-2}/T$
Acoust. Sensitivity (154 dB SPL):	Typ. 0.005 $ms^{-2}$
Max. Non-destructive Shock:	Axial: 50 $kms^{-2}$ peak Transverse: 20 $kms^{-2}$ peak
Humidity:	Welded, Sealed
Temperature Range:	-50 to +125 $^{\circ}C$ (-58 to +257 $^{\circ}F$ )
Base Strain Sensitivity (at 250 $\mu$ m in base plane):	Typ. 0.01 $ms^{-2}/\mu$ m



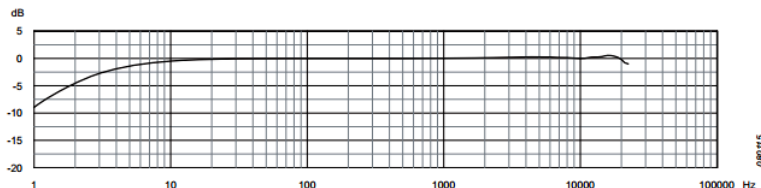
Date: 9.5.10.19 Operator: B.7.



#207562e

# Specifications – 1/2" Free-field Microphone Type 4189 (valid from serial number 2495387)

**Fig. 1** Typical free-field response of the microphone with protection grid. The low-frequency response is valid when the vent is exposed to the sound field



**IEC 61094–4 Type Designation:** WS2F  
**Polarization Voltage:** 0 V (prepolarized)  
**Open-circuit Sensitivity (250 Hz)<sup>a</sup>:**  
 50 mV/Pa, –26 dB ±1.5 dB re 1 V/Pa  
**0° Incidence Free-field Response<sup>a</sup>:**  
 10 Hz to 8 kHz: ±1 dB  
 6.3 Hz to 20 kHz ±2 dB  
**Lower Limiting Frequency (–3 dB)<sup>a</sup>:**  
 2 to 4 Hz  
**Pressure Equalization Vent:** Rear vented  
**Diaphragm Resonance Frequency:**  
 14 kHz (90° phase shift)  
**Capacitance<sup>a</sup>:** 14 pF at 250 Hz  
**Equivalent Air Volume:** 46 mm<sup>3</sup> (250 Hz)  
**Pistonphone Correction** (Type 4228 with DP-0776) 0.00 dB  
**Capacitance Thermal Noise:**  
 14.6 dB(A), 15.3 dB(Lin)  
**Upper Limit of Dynamic Range**  
 (3% Distortion): >146 dB SPL<sup>b</sup>

a. Individually calibrated

**Max. Sound Pressure Level:** 158 dB (peak)  
**ENVIRONMENTAL**  
**Operating Temperature Range:**  
 –30 to +150°C (–22 to +302°F)  
**Storage Temperature:**  
 In Microphone Box: –30 to +70°C  
 (–22 to +158°F)  
 With Mini-CD: 5 to 50°C (41 to 122°F)  
**Temperature Coefficient (250 Hz):**  
 –0.006 dB/K (–10 to +50°C, 14 to 122°F)  
**Pressure Coefficient:** –0.01 dB/kPa  
**Operating Humidity Range:**  
 0 to 100% RH (without condensation)  
**Influence of Humidity:**  
 <0.1 dB in the absence of condensation  
**Vibration Sensitivity (<1000 Hz):** 62.5 dB  
 equivalent SPL for 1 m/s<sup>2</sup> axial vibration

b. 137 dB (peak) with DeltaTron preamplifier and 24 V supply and 140 dB (peak) with ±15 V supply

**Magnetic Field Sensitivity:**  
 6 dB SPL for 80 A/m, 50 Hz field  
**Estimated Long-term Stability:**  
 >1000 years/dB in dry air at 20°C (68°F)  
 >2 hours/dB in dry air at 150°C (302°F)  
 >40 years/dB in air at 20°C (68°F), 90% RH)  
 >1 year/dB in air at 50°C (122°F), 90% RH)  
**DIMENSIONS**  
**Diameter with Grid:** 13.2 mm (0.52")  
**Diameter without Grid:** 12.7 mm (0.50")  
**Height with Grid:** 17.6 mm (0.69")  
**Height without Grid:** 16.3 mm (0.64")

**Thread for Preamplifier Mounting:**  
 11.7 mm–60 UNS

**Note:** All values are typical at 23°C (73.4°F), 101.3 kPa and 50% RH unless otherwise specified

CE Compliance with EMC Directive

## Ordering Information

Type 4189 1/2" Prepolarized Free-field Microphone	4189-C-001 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2669-C	Type 4226 Multifunction Acoustic Calibrator
Includes the following accessories:	4189-L-001 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2669-L	DP-0776 Calibration Adaptor for 1/2" Microphones
• BC-0224: Calibration Chart <sup>a</sup>	4189-W-003 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2671-W-001	UA-0033 Electrostatic Actuator
• BC-5002: Microphone Mini-CD <sup>a</sup>		UA-1260 1/2" Angle Adaptor (approx. 80°)
<b>TEDS COMBINATIONS</b>	<b>OPTIONAL ACCESSORIES</b>	UA-0386 Nose Cone for 1/2" Microphone
4189-A-021 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2671	Type 2669 1/2" Microphone Preamplifier	UA-0237 Windscreen for 1/2" microphone, 90 mm diameter
4189-A-031 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2699	Type 2671 1/2" DeltaTron Preamplifier	UA-0459 Windscreen for 1/2" microphone, 65 mm diameter
4189-B-001 1/2" Free-field Microphone with Preamplifier Type 2669-B	2671-W-001 1/2" DeltaTron Preamplifier (version with LLF < 1.2 Hz)	BA 5105 The Microphone Handbook
	Type 2699 1/2" DeltaTron Preamplifier, A-weighted	<b>CALIBRATION SERVICES</b>
	Type 4231 Sound Calibrator	4189-CAI Accredited Initial Calibration
	Type 4228 Pistonphone	4189-CAF Accredited Calibration
		4189-CFF Factory Standard Calibration

Brüel & Kjær reserves the right to change specifications and accessories without notice

**HEADQUARTERS:** DK-2850 Naarum · Denmark · Telephone: +45 4580 0500  
 Fax: +45 4580 1405 · www.bkav.com · info@bkav.com

Australia (+61) 2 9889-8888 · Austria (+43) 1 865 74 00 · Brazil (+55) 11 5186-8161  
 Canada (+1) 514 695-8235 · China (+86) 10 680 29906 · Czech Republic (+420) 2 6702 1100  
 Finland (+358) 9-755 950 · France (+33) 1 89 90 71 00 · Germany (+49) 421 17 87 0  
 Hong Kong (+852) 2548 7486 · Hungary (+36) 1 215 83 05 · Ireland (+353) 1 867 4065  
 Italy (+39) 0257 68661 · Japan (+81) 3 5715 1612 · Republic of Korea (+82) 2 3673 0605  
 Netherlands (+31) 318 55 9290 · Norway (+47) 66 77 11 55 · Poland (+48) 22 816 75 56  
 Portugal (+351) 21 4169 040 · Singapore (+65) 6377 4512 · Slovak Republic (+421) 25 443 0701

**Brüel & Kjær**